

Einführung in die Stochastik

Vorlesung SS 2009

Prof. Dr. Michael Kohler

Fachbereich Mathematik

Technische Universität Darmstadt

`kohler@mathematik.tu-darmstadt.de`

Kapitel 1: Motivation

Stochastik

Kapitel 1: Motivation

Stochastik – wozu braucht man das ?

1.1 Statistik-Prüfung, Sommer 2002

Ergebnis der Vordiplomsprüfung “Statistik II für WirtschaftswissenschaftlerInnen”
am 31.07.2002:

1.1 Statistik-Prüfung, Sommer 2002

Ergebnis der Vordiplomsprüfung "Statistik II für WirtschaftswissenschaftlerInnen"
am 31.07.2002:

Anzahl Teilnehmer	:	295
Notendurchschnitt	:	2,68
Durchfallquote	:	5,4 %

1.1 Statistik-Prüfung, Sommer 2002

Ergebnis der Vordiplomsprüfung "Statistik II für WirtschaftswissenschaftlerInnen"
am 31.07.2002:

Anzahl Teilnehmer	:	295
Notendurchschnitt	:	2,68
Durchfallquote	:	5,4 %

StudentInnenen hatten die Möglichkeit, freiwillig einen Übungsschein zu erwerben.

Anzahl Teilnehmer mit Statistik-Schein	:	190
Notendurchschnitt	:	2,46
Durchfallquote	:	3,16 %

Anzahl Teilnehmer mit Statistik-Schein	:	190
Notendurchschnitt	:	2,46
Durchfallquote	:	3,16 %

Anzahl Teilnehmer ohne Statistik-Schein	:	105
Notendurchschnitt	:	3,07
Durchfallquote	:	9,52 %

Anzahl Teilnehmer mit Statistik-Schein : 190
Notendurchschnitt : 2,46
Durchfallquote : 3,16 %

Anzahl Teilnehmer ohne Statistik-Schein : 105
Notendurchschnitt : 3,07
Durchfallquote : 9,52 %

Was folgt daraus hinsichtlich des Einflusses des Erwerbs des Statistik-Übungsscheines

- auf die Note ?
- auf das Bestehen der Prüfung ?

1.2 Sex und Herzinfarkt

Studie in Caerphilly (Wales), 1979-2003:

914 gesunde Männer im Alter von 45 bis 95 Jahren wurden zufällig ausgewählt, unter anderem zu ihrem Sexualleben befragt und über einen Zeitraum von 10 Jahren beobachtet.

Resultat:

1.2 Sex und Herzinfarkt

Studie in Caerphilly (Wales), 1979-2003:

914 gesunde Männer im Alter von 45 bis 95 Jahren wurden zufällig ausgewählt, unter anderem zu ihrem Sexualleben befragt und über einen Zeitraum von 10 Jahren beobachtet.

Resultat:

	Gesamt	≥ 2 Orgasmen / W.	< 1 Orgasmus / M.
Alle	914 (100%)	231 (25,3%)	197 (21,5%)
Herzinfarkte	105 (11,5%)	19 (8,2%)	33 (16,8%)

Was folgt daraus ?

1.3 Die Challenger-Katastrophe

Start der Raumfähre Challenger am 28. Januar 1986:

1.3 Die Challenger-Katastrophe

Start der Raumfähre Challenger am 28. Januar 1986:

Raumfähre explodiert genau 73 Sekunden nach dem Start, alle 7 Astronauten sterben.

1.3 Die Challenger-Katastrophe

Start der Raumfähre Challenger am 28. Januar 1986:

Raumfähre explodiert genau 73 Sekunden nach dem Start, alle 7 Astronauten sterben.

Grund: Dichtungsringe, die aufgrund der geringen Außentemperatur von unter 0 Grad beim Start undicht geworden waren.

Am Tag vor dem Start:

Am Tag vor dem Start:

Experten von Morton Thiokol, dem Hersteller der Triebwerke, hatten angesichts der geringen vorhergesagten Außentemperatur Bedenken hinsichtlich der Dichtungsringe und empfahlen, den Start zu verschieben.

Am Tag vor dem Start:

Experten von Morton Thiokol, dem Hersteller der Triebwerke, hatten angesichts der geringen vorhergesagten Außentemperatur Bedenken hinsichtlich der Dichtungsringe und empfahlen, den Start zu verschieben.

Zur Begründung verwendete Daten:

Flugnummer	Datum	Temperatur (in Grad Celsius)
STS-2	12.11.81	21,1
41-B	03.02.84	13,9
41-C	06.04.84	17,2
41-D	30.08.84	21,1
51-C	24.01.85	11,7
61-A	30.10.85	23,9
61-C	12.01.86	14,4

Am Tag vor dem Start:

Experten von Morton Thiokol, dem Hersteller der Triebwerke, hatten angesichts der geringen vorhergesagten Außentemperatur Bedenken hinsichtlich der Dichtungsringe und empfahlen, den Start zu verschieben.

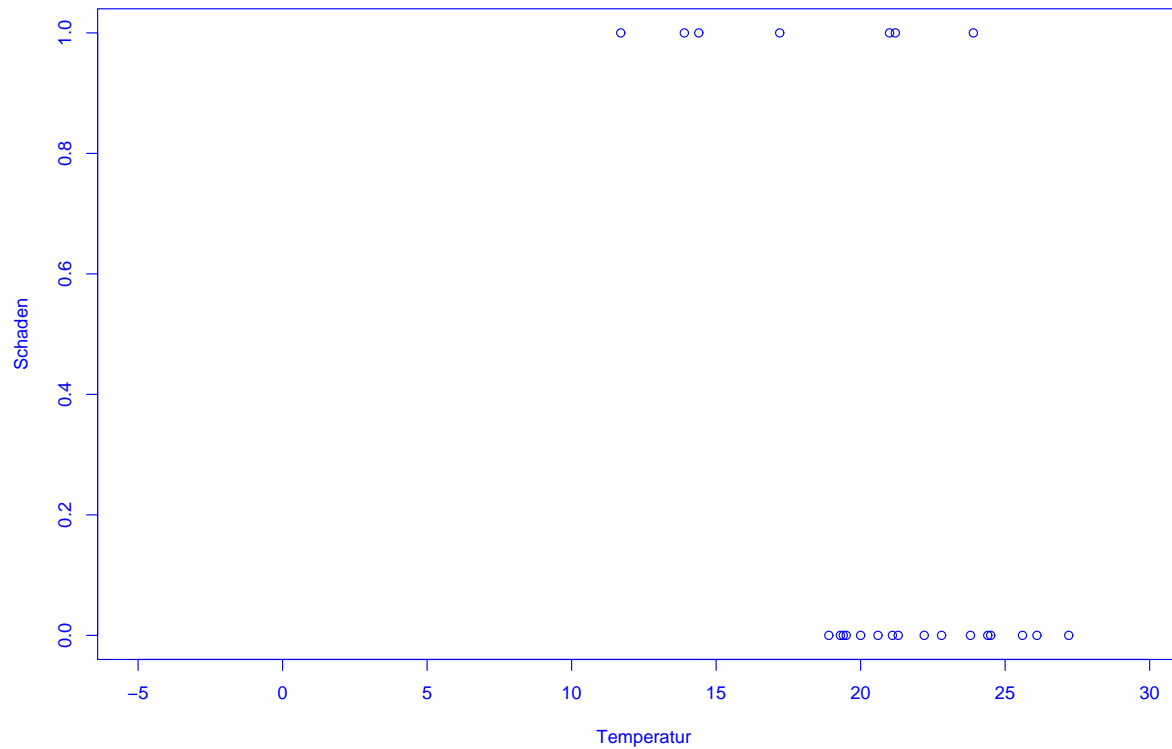
Zur Begründung verwendete Daten:

Flugnummer	Datum	Temperatur (in Grad Celsius)
STS-2	12.11.81	21,1
41-B	03.02.84	13,9
41-C	06.04.84	17,2
41-D	30.08.84	21,1
51-C	24.01.85	11,7
61-A	30.10.85	23,9
61-C	12.01.86	14,4

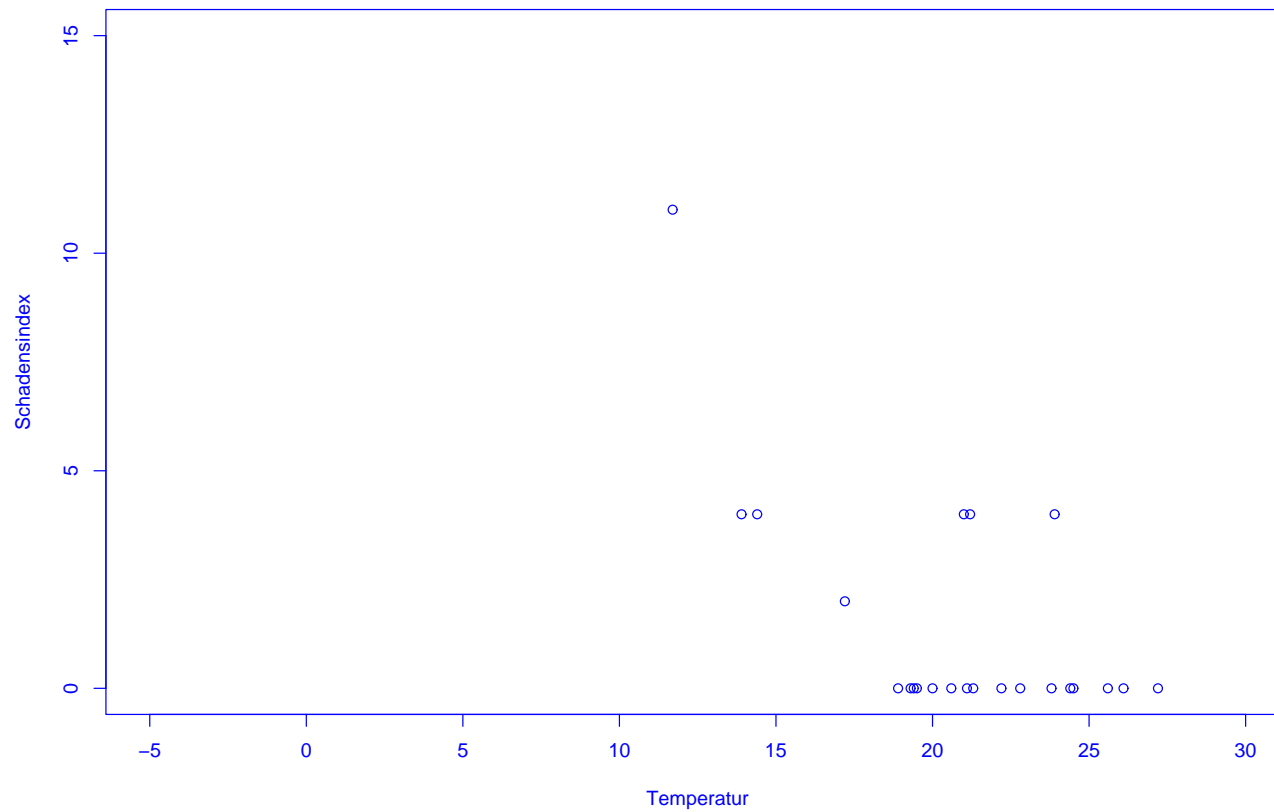
War für NASA leider nicht nachvollziehbar ...

Probleme bei der Analyse dieser Daten:

1. Flüge ohne Schädigungen nicht berücksichtigt.



2. Stärke der Schädigungen nicht in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt.



1.4 Präsidentschaftswahl in den USA, Herbst 2000

Auszählung der Präsidentschaftswahl in den USA:

Pro Bundesstaat werden die gültigen abgegebenen Stimmen pro Kandidat ermittelt. Wer die meisten Stimmen erhält, bekommt die Wahlmänner/-frauen zugesprochen, die für diesen Bundesstaat zu vergeben sind.

Wozu braucht man da Stochastik ?

Problem im Herbst 2000:

In Florida gewann George Bush die 25 Wahlmänner/-frauen mit einem Vorsprung von nur 537 Stimmen.

Problem im Herbst 2000:

In Florida gewann George Bush die 25 Wahlmänner/-frauen mit einem Vorsprung von nur 537 Stimmen.

Al Gore versuchte danach, in einer Reihe von Prozessen eine (teilweise) manuelle Nachzählung der Stimmen zu erreichen.

Zentraler Streitpunkt:

Stimmabgabe erfolgte durch Lochung von Lochkarten.

Soll man auch unvollständig gelochte Lochkarten (ca. 2 % der Stimmen) berücksichtigen ?

Im Prozess vor dem Supreme Court in Florida hat Statistik Professor Nicholas Hengartner aus Yale für Al Gore ausgesagt.

Im Prozess vor dem Supreme Court in Florida hat Statistik Professor Nicholas Hengartner aus Yale für Al Gore ausgesagt.

Sein Argument:

Unabsichtliche unvollständige Lochung tritt bei Kandidaten, die wie Al Gore auf der linken Seite der Lochkarte stehen, besonders häufig auf.

Im Prozess vor dem Supreme Court in Florida hat Statistik Professor Nicholas Hengartner aus Yale für Al Gore ausgesagt.

Sein Argument:

Unabsichtliche unvollständige Lochung tritt bei Kandidaten, die wie Al Gore auf der linken Seite der Lochkarte stehen, besonders häufig auf.

Problem: Konnte nicht bewiesen werden . . .

1.5 Positionsbestimmung mittels GPS

1.5 Positionsbestimmung mittels GPS

Anwendung:

- Navigation von Flugzeugen, Schiffen und Autos
- Erdbebenfrühwarnsysteme

1.5 Positionsbestimmung mittels GPS

Anwendung:

- Navigation von Flugzeugen, Schiffen und Autos
- Erdbebenfrühwarnsysteme

Idee:

Kennt man den Abstand seiner Position zu drei Punkten im Raum, so kann man diese durch Schnitt dreier Kugeloberflächen bestimmen.

1.5 Positionsbestimmung mittels GPS

Anwendung:

- Navigation von Flugzeugen, Schiffen und Autos
- Erdbebenfrühwarnsysteme

Idee:

Kennt man den Abstand seiner Position zu drei Punkten im Raum, so kann man diese durch Schnitt dreier Kugeloberflächen bestimmen.

Grundlage:

ca. 30 Satelliten, die die Erde in ca. 20200 km Höhe umkreisen und im Sekundentakt Position und Signalaussendezeit zur Erde senden. Bestimme daraus Abstand zu den Satelliten durch Vergleich der Empfangszeit mit der Aussendezeit.

Probleme:

- Uhrenfehler
- Signalgeschwindigkeit schwankt aufgrund von Veränderungen in der Ionosphäre.

Probleme:

- Uhrenfehler
- Signalgeschwindigkeit schwankt aufgrund von Veränderungen in der Ionosphäre.

Lösung:

Verwende Signale von 4 bis 5 Satelliten und wende **statistische Verfahren** an, um Fehler bei der Abstandsbestimmung auszugleichen.

1.6 Anwendung der Stochastik in der Finanzmathematik

1.6 Anwendung der Stochastik in der Finanzmathematik

In der modernen Finanzmathematik modelliert man den zukünftigen **unbestimmten Wert einer Finanzinvestition** (z.B. in eine Aktie) mit Hilfe der Stochastik als **zufälligen Wert**.

1.6 Anwendung der Stochastik in der Finanzmathematik

In der modernen Finanzmathematik modelliert man den zukünftigen **unbestimmten Wert einer Finanzinvestition** (z.B. in eine Aktie) mit Hilfe der Stochastik als **zufälligen Wert**.

Fragestellungen der modernen Finanzmathematik:

1. Bewertung von Optionen

Was ist das Recht Wert, eine (konkrete) Aktie in der Zukunft zu einem bereits jetzt festgelegten Preis verkaufen zu dürfen ?

1.6 Anwendung der Stochastik in der Finanzmathematik

In der modernen Finanzmathematik modelliert man den zukünftigen **unbestimmten Wert einer Finanzinvestition** (z.B. in eine Aktie) mit Hilfe der Stochastik als **zufälligen Wert**.

Fragestellungen der modernen Finanzmathematik:

1. Bewertung von Optionen

Was ist das Recht Wert, eine (konkrete) Aktie in der Zukunft zu einem bereits jetzt festgelegten Preis verkaufen zu dürfen ?

2. Beurteilung des Risikos von Kapitalanlagen

Wieviel Geld wird eine Bank, die Geld in verschiedene Aktien und andere Anlagen investiert hat, voraussichtlich verlieren, falls es zu Kurseinbrüchen an der Aktienbörse kommt ?

3. Portfoliooptimierung

Wie verteilt man einen festen Geldbetrag optimal auf verschiedene Anlageprodukte (z.B. Festgeld und verschiedene Aktien) ?

1.7 Anwendung der Stochastik in der Versicherungsmathematik

1.7 Anwendung der Stochastik in der Versicherungsmathematik

Bei einer Versicherung bietet das Versicherungsunternehmen an, gegen Erhalt eines im voraus fälligen Geldbetrages (Prämie) bei Eintritt von näher definierten ungewissen Ereignissen (Schäden) gewisse meist vom betreffenden Ereignis abhängende Zahlungen an den Versicherungsnehmer zu leisten.

1.7 Anwendung der Stochastik in der Versicherungsmathematik

Bei einer Versicherung bietet das Versicherungsunternehmen an, gegen Erhalt eines im voraus fälligen Geldbetrages (Prämie) bei Eintritt von näher definierten ungewissen Ereignissen (Schäden) gewisse meist vom betreffenden Ereignis abhängende Zahlungen an den Versicherungsnehmer zu leisten.

In der Versicherungsmathematik werden diese **ungewissen Schäden** mit Hilfe der Stochastik **als zufällig modelliert**.

1.7 Anwendung der Stochastik in der Versicherungsmathematik

Bei einer Versicherung bietet das Versicherungsunternehmen an, gegen Erhalt eines im voraus fälligen Geldbetrages (Prämie) bei Eintritt von näher definierten ungewissen Ereignissen (Schäden) gewisse meist vom betreffenden Ereignis abhängende Zahlungen an den Versicherungsnehmer zu leisten.

In der Versicherungsmathematik werden diese **ungewissen Schäden** mit Hilfe der Stochastik **als zufällig modelliert**.

Zentrale Fragen sind dann:

- Wie groß sind die Schäden im Mittel ?

1.7 Anwendung der Stochastik in der Versicherungsmathematik

Bei einer Versicherung bietet das Versicherungsunternehmen an, gegen Erhalt eines im voraus fälligen Geldbetrages (Prämie) bei Eintritt von näher definierten ungewissen Ereignissen (Schäden) gewisse meist vom betreffenden Ereignis abhängende Zahlungen an den Versicherungsnehmer zu leisten.

In der Versicherungsmathematik werden diese **ungewissen Schäden** mit Hilfe der Stochastik **als zufällig modelliert**.

Zentrale Fragen sind dann:

- Wie groß sind die Schäden im Mittel ?
- Wieviel Geld rechnet man in die Prämie ein für die Schwankungen der Schäden um den Mittelwert ?

- Wie berücksichtigt man späte Schadenmanifestation ?

- Wie berücksichtigt man späte Schadenmanifestation ?
- Wie berechnet man die Prämie bei Übernahme nur eines Teils der Schadenhöhe (z.B. Selbstbeteiligung, Deckungssumme, Rückversicherung) ?

Schön, aber:

Braucht man Stochastik als **MathematikstudentIn** wirklich?

z.B.:

- um das Fach später selber **in einer Schule unterrichten** zu können . . .
- um im Rahmen von darauf aufbauenden Vorlesungen (wie z.B. Finanz- und Versicherungsmathematik) **nützliches Wissen für den späteren Beruf** erwerben zu können . . .

z.B.:

- um das Fach später selber **in einer Schule unterrichten** zu können . . .
- um im Rahmen von darauf aufbauenden Vorlesungen (wie z.B. Finanz- und Versicherungsmathematik) **nützliches Wissen für den späteren Beruf** erwerben zu können . . .

Anmerkung: Zum Jahr der Mathematik haben in dem Buch

Mathematik - Motor der Wirtschaft

20 große Unternehmen erläutert, wo in ihrem Unternehmen Mathematik zum Einsatz kommt.

z.B.:

- um das Fach später selber **in einer Schule unterrichten** zu können . . .
- um im Rahmen von darauf aufbauenden Vorlesungen (wie z.B. Finanz- und Versicherungsmathematik) **nützliches Wissen für den späteren Beruf** erwerben zu können . . .

Anmerkung: Zum Jahr der Mathematik haben in dem Buch

Mathematik - Motor der Wirtschaft

20 große Unternehmen erläutert, wo in ihrem Unternehmen Mathematik zum Einsatz kommt. Bei **13** der Unternehmen stammten die Anwendungsgebiete aus der **Stochastik**.

Sollten Sie sich in Stochastik vertiefen wollen, ist dazu der Besuch der Vorlesung

Probability theory bzw. Wahrscheinlichkeitstheorie

Voraussetzung.

Sollten Sie sich in Stochastik vertiefen wollen, ist dazu der Besuch der Vorlesung

Probability theory bzw. Wahrscheinlichkeitstheorie

Voraussetzung. Diese werde ich im WS 2009/10 halten, und darauf aufbauend desweiteren folgende Vorlesungen anbieten:

- Einführung in die Finanzmathematik (SS 10),
- Mathematische Statistik (WS 10/11),
- Schadenversicherungsmathematik (SS 11).

Desweiteren werde ich im SS 10 ein *Bachelor-Seminar* zur Stochastik anbieten, in dessen Anschluss direkt eine Bachelor-Arbeit verfasst werden kann. Für das SS 11 ist ein *Master-Seminar* geplant.

Ziel der Vorlesung “Einführung in die Stochastik”:

Erlernen der wichtigsten Grundprinzipien der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Statistik, so dass man die Frage beantworten kann:

Wie modelliert man zufällige Phänomene mathematisch, und was fängt man damit an ?

Ziel der Vorlesung “Einführung in die Stochastik”:

Erlernen der wichtigsten Grundprinzipien der Wahrscheinlichkeitstheorie und der Statistik, so dass man die Frage beantworten kann:

Wie modelliert man zufällige Phänomene mathematisch, und was fängt man damit an ?

Ein tiefes Verständnis des behandelten Stoffes wird aber erst in der Vorlesung “Wahrscheinlichkeitstheorie” und darauf aufbauenden Veranstaltungen vermittelt.

Gliederung der Vorlesung “Einführung in die Stochastik”:

Gliederung der Vorlesung “Einführung in die Stochastik”:

- Kapitel 1: Einführung (heute)

Gliederung der Vorlesung “Einführung in die Stochastik”:

- Kapitel 1: Einführung (heute)
- Kapitel 2: Erhebung von Daten im Rahmen von Studien und Umfragen (2V)

Gliederung der Vorlesung “Einführung in die Stochastik”:

- Kapitel 1: Einführung (heute)
- Kapitel 2: Erhebung von Daten im Rahmen von Studien und Umfragen (2V)
- Kapitel 3: Beschreibende Statistik (3V)

Gliederung der Vorlesung “Einführung in die Stochastik”:

- Kapitel 1: Einführung (heute)
- Kapitel 2: Erhebung von Daten im Rahmen von Studien und Umfragen (2V)
- Kapitel 3: Beschreibende Statistik (3V)
- Kapitel 4: Einführung in die W-Theorie (14V)

Gliederung der Vorlesung “Einführung in die Stochastik”:

- Kapitel 1: Einführung (heute)
- Kapitel 2: Erhebung von Daten im Rahmen von Studien und Umfragen (2V)
- Kapitel 3: Beschreibende Statistik (3V)
- Kapitel 4: Einführung in die W-Theorie (14V)
- Kapitel 5: Schließende Statistik (7V)

Die **schriftliche Prüfung** zur Vorlesung “Einführung in die Stochastik” findet am

Montag, 17.08.2009

statt.

Die **schriftliche Prüfung** zur Vorlesung “Einführung in die Stochastik” findet am

Montag, 17.08.2009

statt.

Für StudentInnen, die ihre Prüfungsnote **nachweislich** schon sehr früh benötigen, wird am

Freitag, 17.07.2009

ein separater Prüfungstermin angeboten. Alle anderen StudentInnen bekommen diese Klausur als *Probeklausur* zur Verfügung gestellt.

Zum Niveau dieser Vorlesung:

Zum Niveau dieser Vorlesung:

Verschiedene Ebenen des **“Lernens”**:

1. Wissen, was es gibt.

Zum Niveau dieser Vorlesung:

Verschiedene Ebenen des **“Lernens”**:

1. Wissen, was es gibt.
2. Verstehen, wie es funktioniert.

Zum Niveau dieser Vorlesung:

Verschiedene Ebenen des **“Lernens”**:

1. Wissen, was es gibt.
2. Verstehen, wie es funktioniert.
3. Anwenden können.

Zum Niveau dieser Vorlesung:

Verschiedene Ebenen des **“Lernens”**:

1. Wissen, was es gibt.
2. Verstehen, wie es funktioniert.
3. Anwenden können.
4. Analysieren können.

Zum Niveau dieser Vorlesung:

Verschiedene Ebenen des **“Lernens”**:

1. Wissen, was es gibt.
2. Verstehen, wie es funktioniert.
3. Anwenden können.
4. Analysieren können.
5. Synthetisieren können.

Zum Niveau dieser Vorlesung:

Verschiedene Ebenen des **“Lernens”**:

1. Wissen, was es gibt.
2. Verstehen, wie es funktioniert.
3. Anwenden können.
4. Analysieren können.
5. Synthetisieren können.
6. Bewerten können.

Zum Niveau dieser Vorlesung:

Verschiedene Ebenen des **“Lernens”**:

1. Wissen, was es gibt.
2. Verstehen, wie es funktioniert.
3. Anwenden können.
4. Analysieren können.
5. Synthetisieren können.
6. Bewerten können.

Ziel der Ausbildung an der Universität ist die letzte Ebene.

Dazu ist in Stochastik (wie in jeder Vorlesung aus der Mathematik) ein gewisses Abstraktionsniveau unabdingbar !!!

Zum didaktischen Konzept dieser Vorlesung:

Zum didaktischen Konzept dieser Vorlesung:

Lehr-Lern-Kurzschluss:

Gelernt wird nicht, was gelehrt wird!

Zum didaktischen Konzept dieser Vorlesung:

Lehr-Lern-Kurzschluss:

Gelernt wird nicht, was gelehrt wird!

Was ich hier mache:

Bereitsstellung einer “Umgebung”, in der **Sie** möglichst einfach möglichst viel über Stochastik **lernen können**.

Spezielle “Tricks” dabei:

Spezielle “Tricks” dabei:

- [Wiederholungsfolie](#) zu Beginn

Spezielle “Tricks” dabei:

- Wiederholungsfolie zu Beginn
- Pause bzw. Minitest in der Mitte

Spezielle “Tricks” dabei:

- Wiederholungsfolie zu Beginn
- Pause bzw. Minitest in der Mitte
- Umfrage am Schluss

Spezielle “Tricks” dabei:

- Wiederholungsfolie zu Beginn
- Pause bzw. Minitest in der Mitte
- Umfrage am Schluss
- Intensiver Übungsbetrieb

Spezielle “Tricks” dabei:

- Wiederholungsfolie zu Beginn
- Pause bzw. Minitest in der Mitte
- Umfrage am Schluss
- Intensiver Übungsbetrieb
- Begleitendes Buch (s.u.)

Spezielle “Tricks” dabei:

- Wiederholungsfolie zu Beginn
- Pause bzw. Minitest in der Mitte
- Umfrage am Schluss
- Intensiver Übungsbetrieb
- Begleitendes Buch (s.u.)
- Recording der Vorlesung

Spezielle “Tricks” dabei:

- Wiederholungsfolie zu Beginn
- Pause bzw. Minitest in der Mitte
- Umfrage am Schluss
- Intensiver Übungsbetrieb
- Begleitendes Buch (s.u.)
- Recording der Vorlesung

und ganz wichtig:

Motivierung der StudentInnen !

Was können bzw. sollten Sie tun, um in dieser Vorlesung erfolgreich zu sein ?

Was können bzw. sollten Sie tun, um in dieser Vorlesung erfolgreich zu sein ?

AKTIV AN DIESER VERANSTALTUNG TEILNEHMEN, d.h.

Was können bzw. sollten Sie tun, um in dieser Vorlesung erfolgreich zu sein ?

AKTIV AN DIESER VERANSTALTUNG TEILNEHMEN, d.h.

- **anwesend sein** (bei Vorlesung und Gruppenübung).

Was können bzw. sollten Sie tun, um in dieser Vorlesung erfolgreich zu sein ?

AKTIV AN DIESER VERANSTALTUNG TEILNEHMEN, d.h.

- **anwesend sein** (bei Vorlesung und Gruppenübung).
- **Vorlesung nach jedem Termin kurz nacharbeiten** (ca. 5-10 Minuten genügen dazu).

Was können bzw. sollten Sie tun, um in dieser Vorlesung erfolgreich zu sein ?

AKTIV AN DIESER VERANSTALTUNG TEILNEHMEN, d.h.

- **anwesend sein** (bei Vorlesung und Gruppenübung).
- **Vorlesung nach jedem Termin kurz nacharbeiten** (ca. 5-10 Minuten genügen dazu).
- **Übungsaufgaben in Gruppen aktiv bearbeiten.**

Was können bzw. sollten Sie tun, um in dieser Vorlesung erfolgreich zu sein ?

AKTIV AN DIESER VERANSTALTUNG TEILNEHMEN, d.h.

- **anwesend sein** (bei Vorlesung und Gruppenübung).
- **Vorlesung nach jedem Termin kurz nacharbeiten** (ca. 5-10 Minuten genügen dazu).
- **Übungsaufgaben in Gruppen aktiv bearbeiten.**
- Bei Unklarheiten: **FRAGEN!**

TERMINE

1. Vorlesung:

- Mittwoch, 14:25 Uhr - 15:55 Uhr, in S 311/08
- Freitag, 9:50 Uhr - 11:30 Uhr, in S 311/0012

2. Tutorium (für das erste Semester) und Gruppenübungen:

Siehe Homepage der Vorlesung:

<https://www3.mathematik.tu-darmstadt.de/fb/mathe/lehre-und-studium/elektronisches-veranstaltungssystem.html?evsid=23&evsver=102>

Begleitendes Buch zur Vorlesung:

Judith Eckle-Kohler und Michael Kohler:

Eine Einführung in die Statistik und ihre Anwendungen.

Springer 2009. Ca. EUR 25.