Flüssigkeit (Fluid)

Unbegrenzte Deformation unter der Wirkung einer Schubspannung

$\tau \rightarrow \gamma \rightarrow \infty$

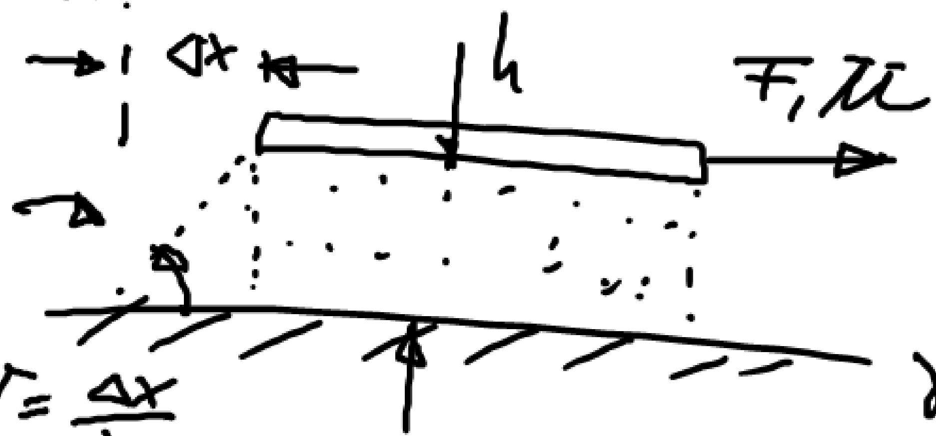
$\tau \rightarrow \dot{\gamma} = const$

Festkörper

Begrenzte Deformation unter Wirkung einer Schubspannung

$\tau \rightarrow \gamma = const$

Schubsp. Scherwin



$\gamma = \frac{\Delta x}{h}$

$\dot{\gamma} = \frac{d}{dt}\frac{\Delta x}{h} = \frac{U}{h}$

<u>duale Medien</u> sind entweder Flüssigkeit oder Festkörper

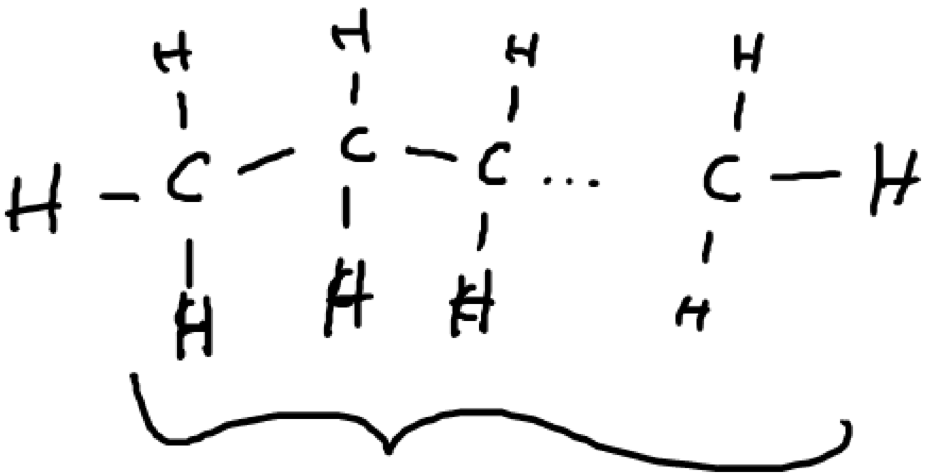
duale Medien haben einen einprägbaren Schalter

1.) Zeit → Relaxationszeit des Mediums

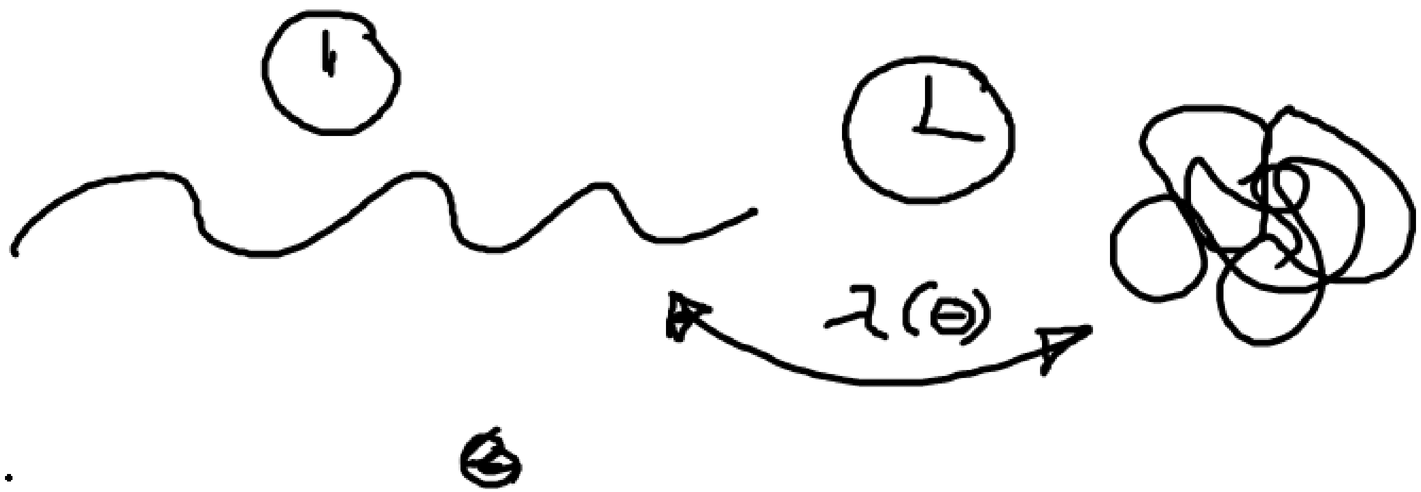
2.) ~~Fließ~~ Spannung
- unveränderliche Spannung
- veränderliche Spannung (Smart Materialien)

↳ Fließspannung des Mediums.

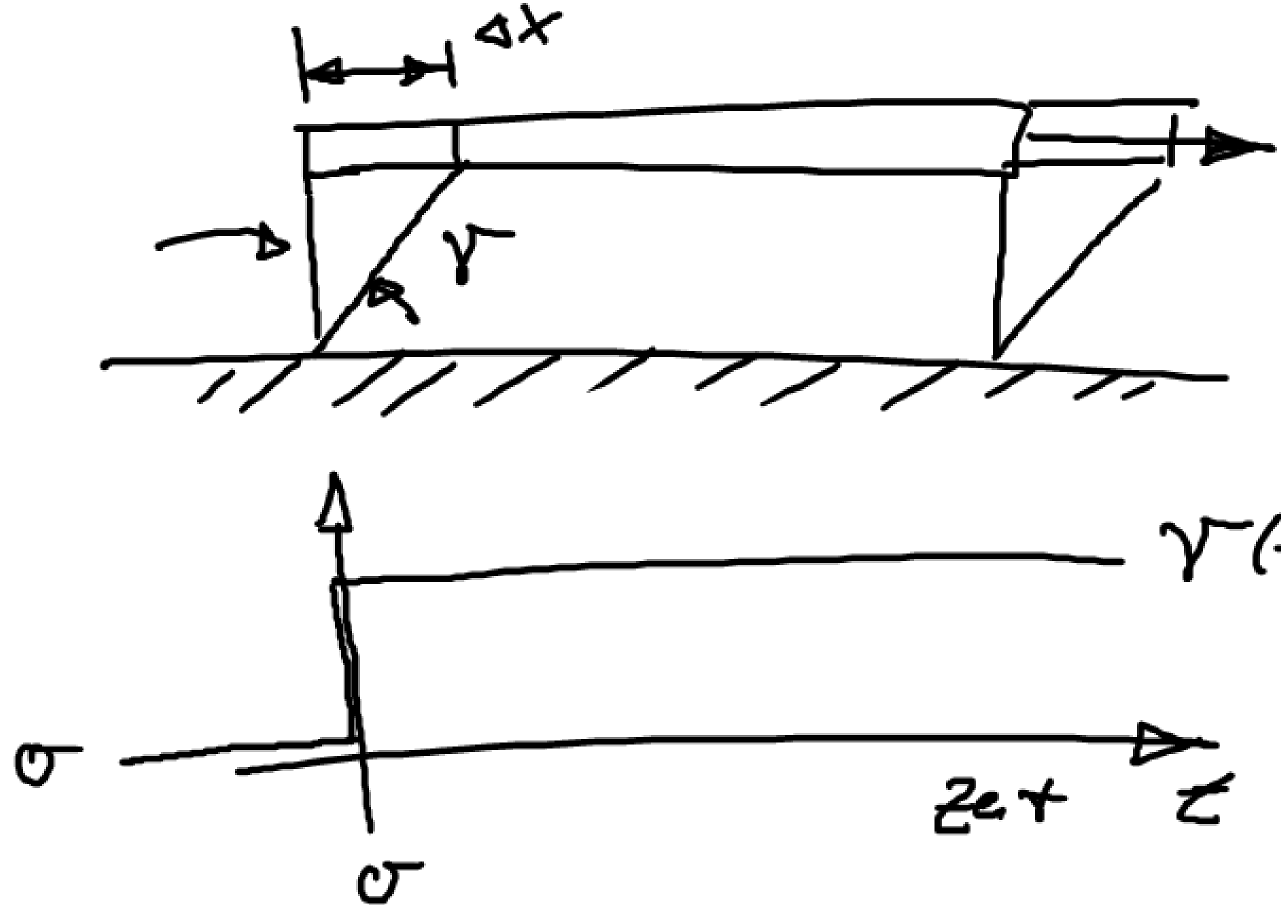
Zu 1.) Medien mit Relaxationszeit λ



<u>hohes</u> Molekulargewicht $M = \frac{\text{Masse}}{\text{Mol.}}$



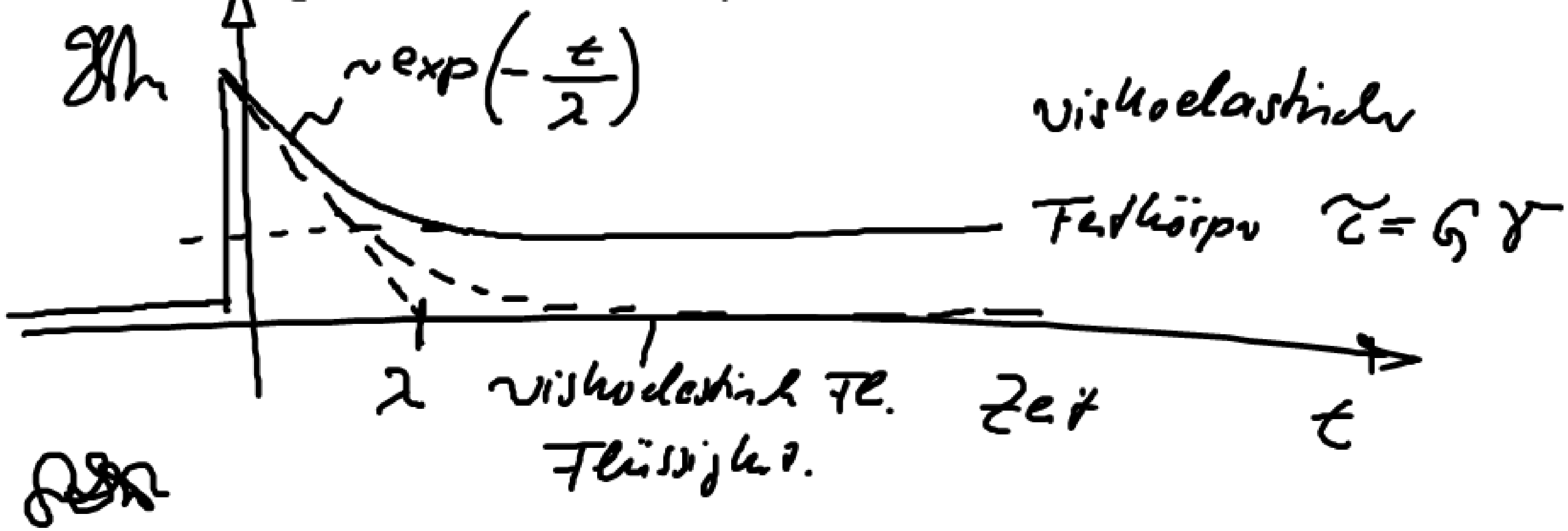
Die Relaxationszeit ist stark
⊖ Temperaturabhängig!



kinematisch gesteuerter od.
geregelter Versuch.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Antwort.



Relaxationsversuch → Bestimmung der Relaxationszeit.

Einfachsten Materialmodelle

Festkörper $\tau = \tau(\gamma)$

linearer Festkörper $\tau \sim \gamma$ Hookscher Festkörper.

$$[\tau] = \frac{F}{L^2} \qquad [\gamma] = 1$$

$$\tau = G\,\gamma$$

Die Materialkonstante G (Schubmodul) macht die Gleichung $\tau \sim \gamma$ dimensionshomogen.

Flüssigkeit

allgemein Flüssigk. $\tau = \tau(\dot{\gamma}) = \mu(\dot{\gamma})\,\dot{\gamma}$

lineare Flüssigkeit $\tau \sim \dot{\gamma}$ Newtonsche Flüssigk.

$$\tau = \mu\,\dot{\gamma}$$

μ ist die sog. dynamische Viskosität.

$[\mu] = \frac{F}{L^2}\,T$ $\{\mu\} = Pa\,sec$ $\mu_{H_2O} = 1\,mPa\,sec.$

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ρ Dichte der Flüssigkeit ν kinematische Viskosität.

$$[\nu] = \left[\frac{\mu}{\rho}\right] = \frac{F}{L^2}\,T\,\frac{L^3}{M}$$

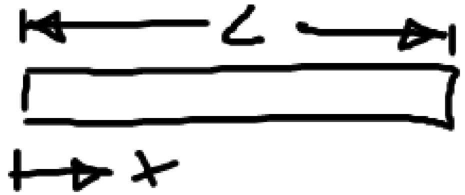
$$= \frac{\cancel{M}L}{T^2L^2}\,T\,\frac{L^3}{\cancel{M}} = \frac{L^2}{T}$$

Hinweis: L^2/T taucht in allen Diffusionsgesetzen auf.

Diffusionsgleichung für eine beliebige Größe ϕ

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \phi}{\partial t} \sim \nabla \cdot \vec{j} \quad \text{Erhaltungssatz} \\ &\vec{j} \sim \nabla \phi \quad \text{Materialgesetz} \end{aligned}\right\} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} \sim \nabla \cdot \nabla \phi = \Delta \phi$$

Spezialfall 1D



$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \sim \cancel{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^3}} \sim \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial t}\right] = \left[\frac{\phi}{T}\right] \qquad \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right] = \left[\frac{\phi}{L^2}\right]$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

$$[D] = \frac{L^2}{T}$$

Diffusion der Reibung (Rotation)

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \Delta \omega$$

$$\frac{a}{\nu} = Pr$$

Prandtl-Zahl.

Diffusion der Temperatur

$$\vec{q} = -\lambda \nabla \Theta$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = a \Delta \Theta \qquad a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

Temperaturleitfähigkeit

Dichte

Wärmekapazität

Diffusion von Stoff.

$$\frac{D}{\nu} = Sc$$

Schmidt-Zahl.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \Delta c$$

c Konzentration

Ähnlichkeit zwischen Teilchentransport, Temperaturtransport und Stofftransport. !?

Ähnlichkeit wird für die experimentelle Bestimmung z.B. des Wärmeübergangs genutzt.

$$\nu_{Wasser} = \frac{\mu_{Wasser}}{\rho_{Wasser}} = \frac{1\ mPa\ sec}{10^3\ \frac{kg}{m^3}} = 10^{-6}\ \frac{m^2}{sec}.$$

$$\nu_{Luft} = 17 * 10^{-6}\ \frac{m^2}{sec} > \nu_{Wasser}.$$

D.h. bei Modellversuchen kann es sinnvoll sein die höhere kinematische Viskosität von Wasser zu nutzen.

Bsp. Ziel ist gleiche Reynoldszahl im $Re := \frac{LU}{\nu}$

Modell und in der Großausführung

Luft ν_{Luft} Wasser ν_{H_2O}

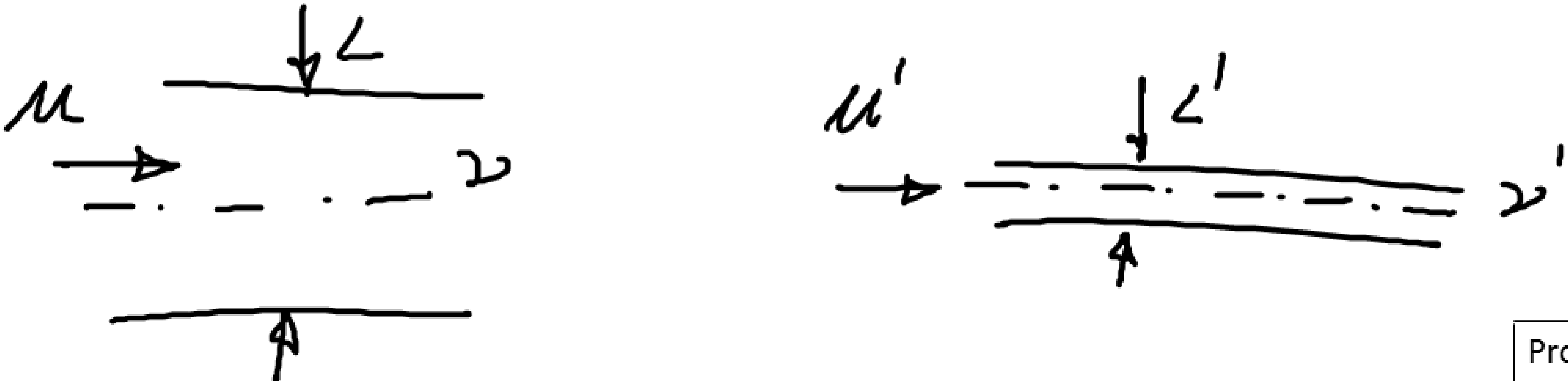
$$Re \overset{!}{=} Re'$$

$$\frac{LU}{\nu_L} \overset{!}{=} \frac{L'U'}{\nu_{H_2O}}$$

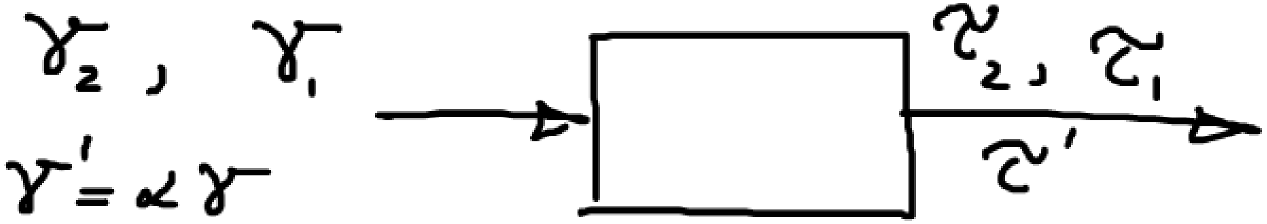
$\leadsto$ Maßstabsfaktor $\alpha = \dfrac{L'}{L} = \dfrac{\text{Länge Großausf.}}{\text{Länge Modell}}$

$$Re \overset{!}{=} Re'$$

$$\frac{L'}{L} = \frac{u}{u'}\,\frac{\nu'}{\nu} = \frac{u}{u'}\,\frac{\nu_{H_2O}}{\nu_{Luft}} = \frac{u}{u'}\,\frac{1}{17}$$



Einfaches Modell für ein viskoelastische Flüssigkeit ist das sog.
Maxwell Modell (lineares Modell)



linear: Superposition ist möglich.

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 : \quad \tau = \tau_1 + \tau_2$$

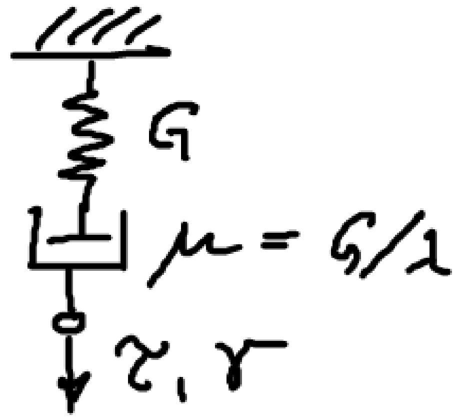
$$\gamma' = \alpha\gamma : \quad \tau' = \alpha\tau$$

Blick in die Vergangenheit der Spannungshistorie.

$$\tau + \underbrace{\frac{d\tau}{dt}\lambda}_{\text{viskose Eigenschaft}} = \underbrace{G\gamma}_{\text{elastische Eigenschaft}}$$

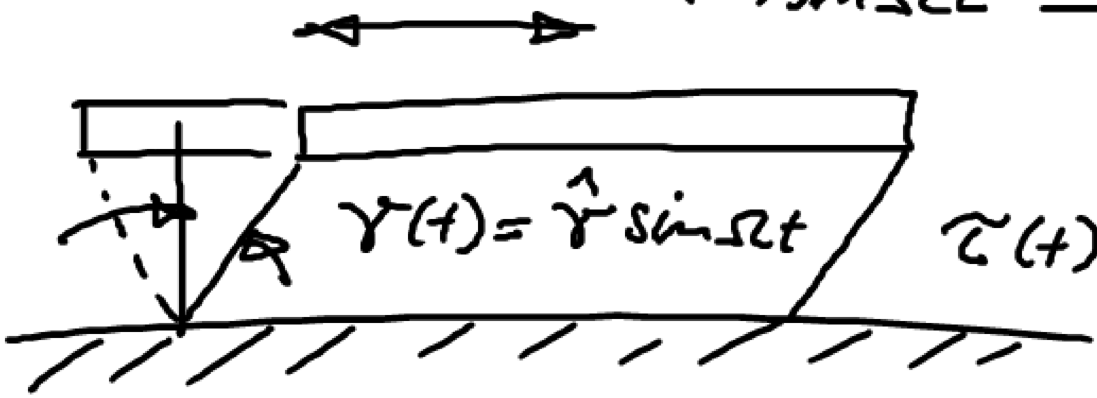
Einfachstes Modell für eine viskoelastische Flüssigkeit

Mechanisches Ersatzbild (Achtung nur eine Schemata)

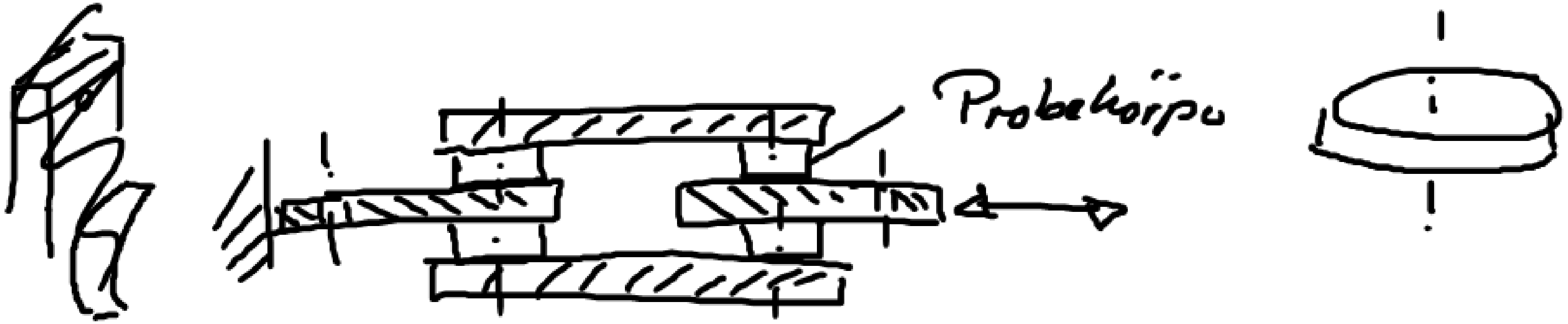


$\Delta x \sin \Omega t \longrightarrow \hat{F} \sin(\Omega t - \delta)$

Phasenw.



$\tau(t) = \hat{\tau} \sin(\Omega t - \delta)$



Dynamisch-Mechanische-Analyse.

Erregung

$$\gamma = \mathrm{Re}\left(\hat{\gamma}\, e^{i\Omega t}\right)$$

$$e^{i\Omega t} = \cos \Omega t + i \sin \Omega t$$

$$i = \sqrt{-1}$$

Komplexe Erregung.

$$\gamma_* = \hat{\gamma}\, e^{i\Omega t}$$ $\hat{\gamma}$ komplexe Amplitude

Antwort

$$\tau_* = \hat{\tau}\, e^{i\Omega t}$$ $\hat{\tau}$ komplexe Amplitude.

Phasenwinkel δ ist eine Funktion von $\hat{\gamma}, \hat{\tau}$

$$\tau + \lambda \dot{\tau} = G \gamma$$

$$\hat{\tau} \cancel{e^{i\Omega t}} + i\Omega\lambda \hat{\tau} \cancel{e^{i\Omega t}} = G \hat{\gamma} \cancel{e^{i\Omega t}}$$

$$\hat{\tau} = G \frac{\hat{\gamma}}{1 + i\Omega\lambda}$$

$$\hat{G} := \frac{\hat{\tau}}{\hat{\gamma}} = G \frac{1}{1+i\Omega\lambda}$$

$$\hat{G} = G \frac{1}{1+i\Omega\lambda}$$

$$\hat{G} = G \frac{1}{1 + i\Omega\lambda}$$

$\Omega\lambda \ll 1$, dann ist $\hat{G} \equiv G$ und $\delta \equiv 0$ } elastischer Festkörper

$$\Omega \ll \frac{1}{\lambda}$$