Erster Hauptsatz

$$P_W + \dot{Q} = \dot{m}\left(h_{t2} - h_{t1}\right)$$

$$= \dot{m}\, g H + \dot{m}\left(e_2 - e_1\right)$$

$g\underline{H}$: Förderhöhe > 0 Arbeitsmaschine.

Gefälle < 0 Kraftmaschine.

Isentroper Wirkungsgrad = aerodynamischer Wirkungsgrad = innerer Wirkungsgrad

$$\boxed{\dot{Q} = 0}$$

$$\eta^{\pm 1} P_W = \dot{m}\, g H$$

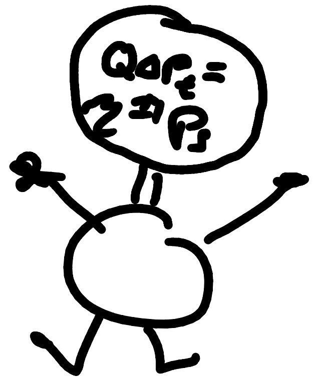
$+1$ Arbeitsm.

-1 Kraftmasch.

Spezialfall

Inkompressible Strömung homogener Dichte $\rho \equiv$ const.

$$\boxed{\eta^{\pm 1} P_w = Q \rho g H = Q \Delta p_t}$$



$$\rho g H = p_{t2} - p_{t1} = \left(p_2 + \frac{u_2^2}{2}\rho + \rho g z_2\right) - \left(p_1 + \frac{u_1^2}{2}\rho + \rho g z_1\right)$$

Der Wirkungsgrad bei kompressiblen Strömung durch Maschine.

$$P_{Str} = \dot{m}\left(h_{t2} - h_{t1}\right) \; ; \quad \text{für } \dot{Q} \equiv 0.$$

$$h_t = h + \frac{u^2}{2} + \psi \approx h, \quad \text{für } \frac{u^2}{2} + \psi \ll h = c_p T + h_0$$

Materialgesetz für <u>kalorisch ideale Medien</u>:

$h \sim T$	$h = c_p T + h_0$
$e \sim T$	$e = c_v T + e_0$

$$P_{s'} = \dot{m}\, c_p \left(T_2^* - T_1\right)$$

T_2^* ist eine gemessene Temperatur

$$P_{s,ideal} = \dot{m}\, c_p \left(T_2 - T_1\right) \qquad \cancel{T_2} < P_{s'}$$

T_2 ist die Temperatur für einen <u>idealen</u> Prozess

$\eta = 1$, keine Reibung $\rightarrow$ keine Entropieproduktion

$$\eta = \frac{P_{s,ideal}}{P_s} = \frac{T_2 - T_1}{T_2^* - T_1}$$

für eine Arbeitsmaschine.

Frage: Wann ist eine Strömung inkompressibel?

① $\left(\frac{u}{a_{eff}}\right)^2 \ll 1$ a_{eff} effektive Schallgeschw.

$Ma^2 \ll 1$ u ist eine typische Strömungsgeschw.

Wichtig:

Größenordnungsabschätzung

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

② $\left(\frac{f\,l}{a_{eff}}\right)^2 \ll 1 .$

f ist eine aufgeprägte Frequenz

$\frac{1}{\tau} = f$ τ aufgeprägte Zeit

l ist die typische Länge

a_{eff} effektive Schallgeschwindigkeit.

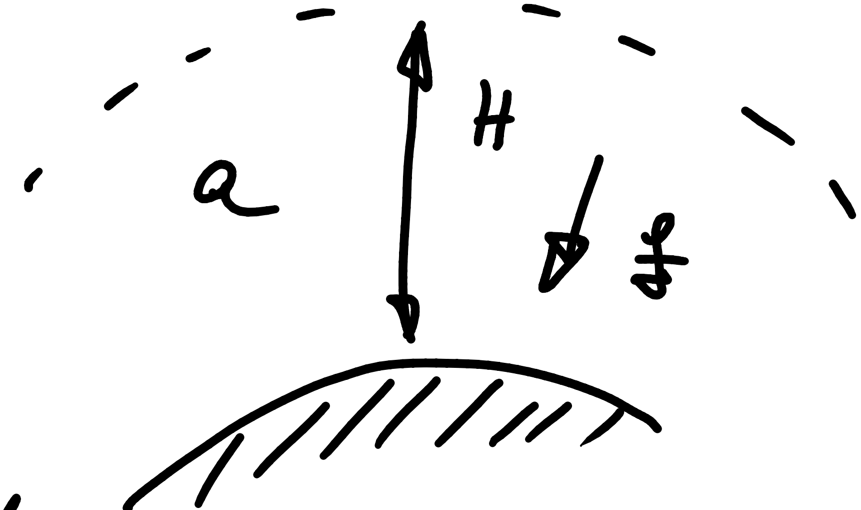
Prof. Dr.-Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2012
Vorlesung 13 F 43

Bedingung ② ist in der Akustik verletzt.

$$u \ll a$$

$$\frac{f\,l}{a} \sim 1 \rightsquigarrow \text{kompressible Strömung.}$$

③ $$\frac{g\,H}{a^2} \ll 1$$



in der Technik meist erfüllt.
nicht erfüllt in der Meteorologie.

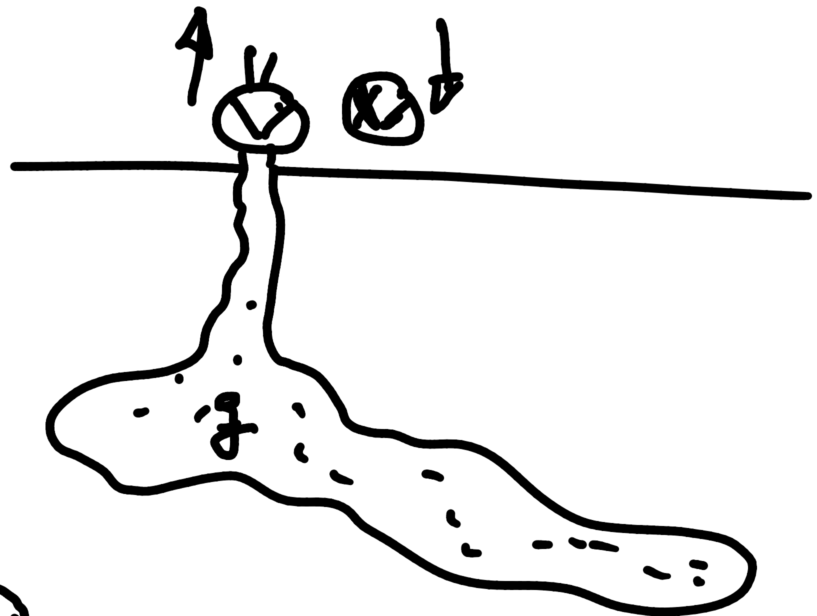
Anwendungsbeispiel für die Energiegleichung + Kontinuitätsgleichung.

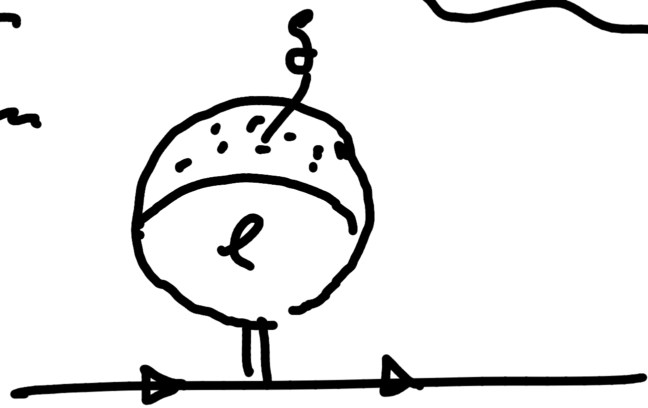
Druckspeicher bzw. Gasflasche.

Technische Anwendung:

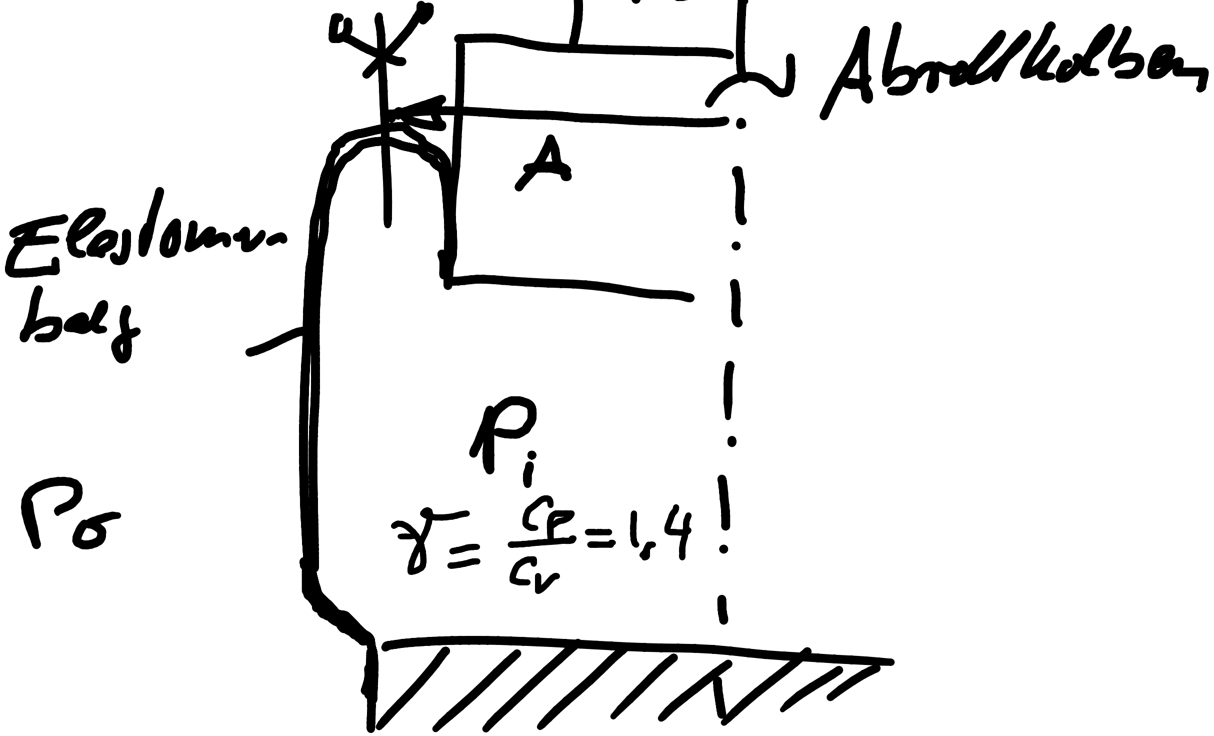
1.) Energiespeicher

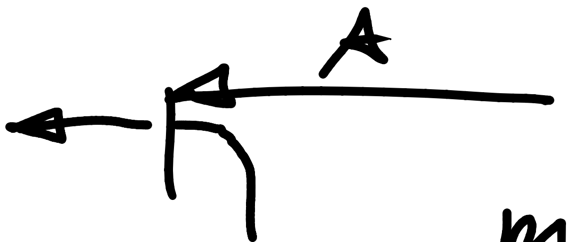
2.) Druckspeicher in Hydrauliksystem





3.) Luftfeder





$$mg = (p_i - p_0)A$$

$$m = \frac{p_i A}{g} - \frac{p_0 A}{g}$$

⊕ wenig Coulombsche-Reibung

⊕ $\downarrow \omega = \sqrt{\frac{c}{m\uparrow}} = \sqrt{\frac{\gamma \frac{\cancel{p_i} A^{\cancel{2}}}{V_0}}{\frac{\cancel{p_i A}}{g}\cancel{\left(1 - \frac{p_0}{p_i}\right)}}}$

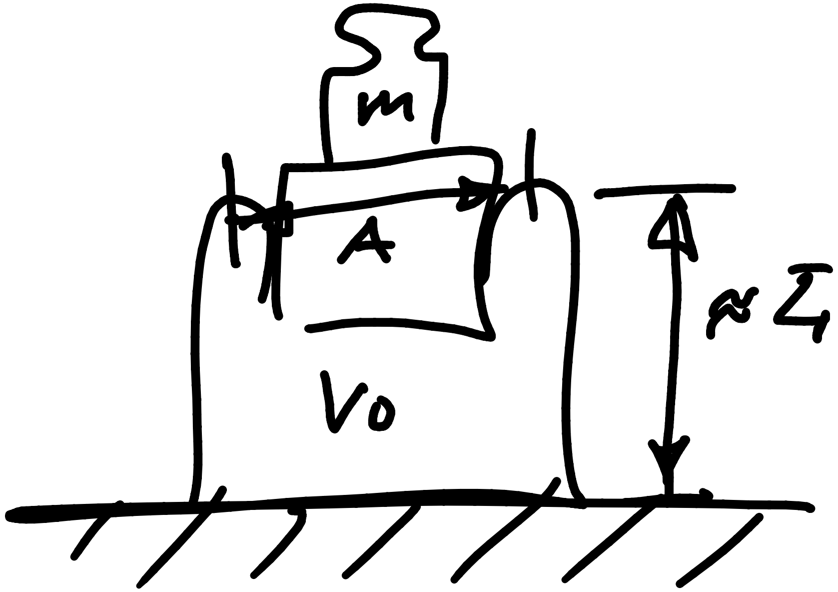
$\ll 1$

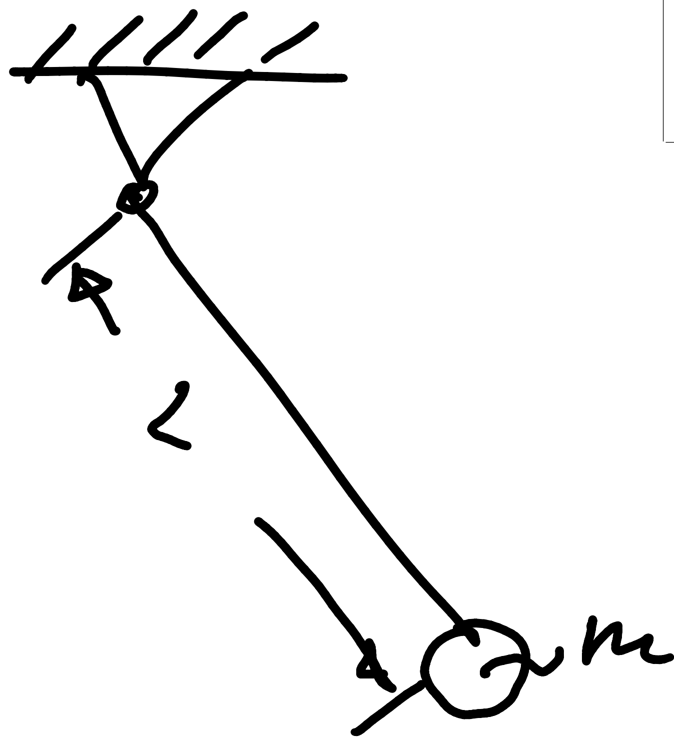
$$c = \gamma p_i \frac{A^2}{V_0}$$

$$\omega = \sqrt{\gamma g \frac{A}{V_0}}$$

$$L^{-1} = \frac{\gamma A}{V_0}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$



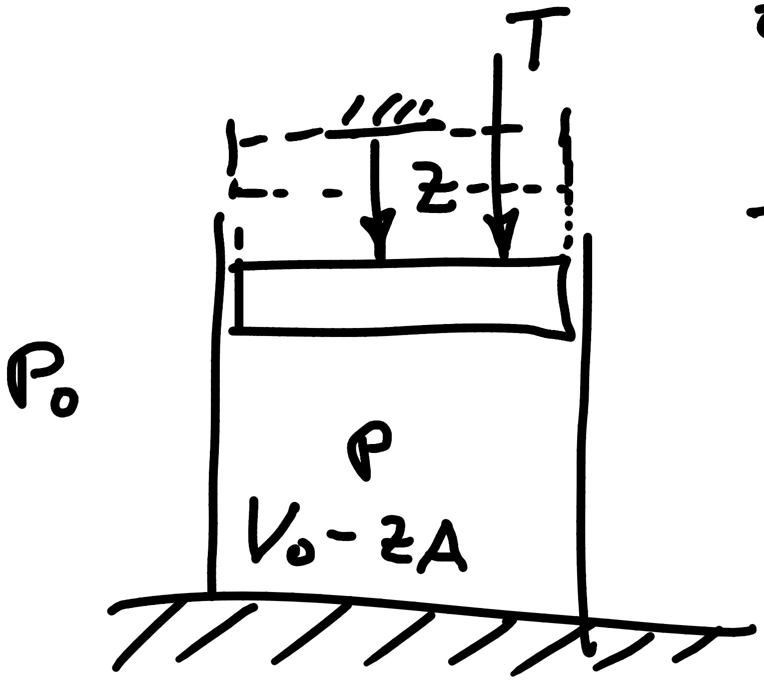


$$L = \frac{V_0}{A}$$

$\Rightarrow$ d.h. die Eigenfrequenz ist allein durch die Konstruktion festgelegt!

$$c = \gamma p_i \frac{A^2}{V_0}$$

folgt unmittelbar aus einer isentropen Zustandsänderung.



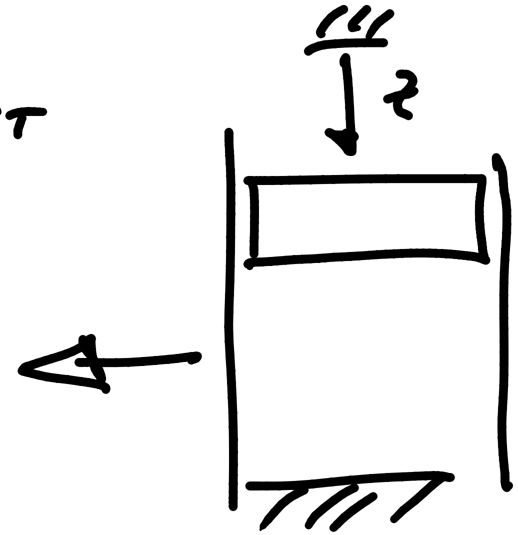
Tipp: Bei Modellentwicklung Skizze immer im Nichtgleichgewichtszustand.

Hydrostatik

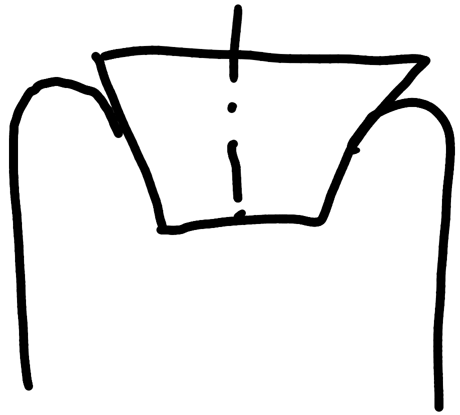
$$\text{Steifigkeit} \quad c := \frac{dF}{dz} \stackrel{\text{Hydrostatik}}{=} \frac{d}{dz}\left((p - p_0)A\right)$$

$$C = \frac{dP}{dz} A_T + \underbrace{(P-P_0)\frac{dA_T}{dz}}_{\equiv 0}$$

$$= \frac{dP}{dV}\underbrace{\frac{dV}{dz}}_{\text{Verdrängungsfläche } A} A_T .$$



$\frac{dA}{dz} \equiv 0$



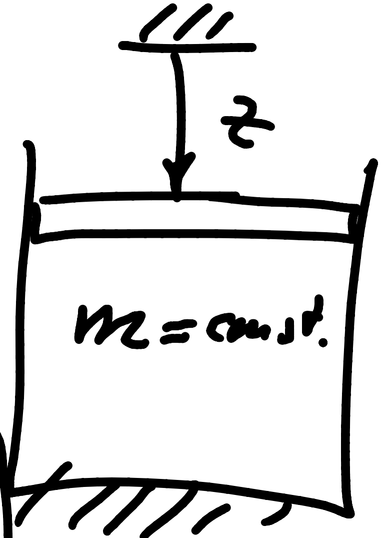
$\frac{dA}{dz} \neq 0$

→ Konstruktionsfreiheit :)

Tipp: Mit totalen Differentialen „d" „D" können Sie beliebig kürzen ... erweitern.

Nicht bei partiellen Differentialen „∂"

$$C = \frac{dp}{dV} A A_T \qquad A = \frac{dV}{dz}$$



$$p = C \rho^{\gamma} \text{ für } s = \text{const} \quad \text{Isentrop.}$$

$$p = R T \rho \text{ für } T = \text{const.} \quad \text{Isotherm}$$

$$p \sim \rho^{k}$$

$$p_1 \sim \left(\frac{m}{V_0}\right)^{k}$$

$$p \sim \left(\frac{m}{V}\right)^{k}$$

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{V_0}{V}\right)^{k}$$

$$\left.\frac{dp}{dV}\right|_0 = p_1 k \left(\frac{V_0}{V}\right)^{k} \left.\frac{1}{V}\right|_0 = \frac{p_1 k}{V_0}$$

im Betrieb.

$$c_0 = \kappa p_i \frac{A A_T}{V_0}$$

$\kappa = 1$ für $T = \text{const}$

$\kappa = \gamma = 1.4$ für $s = \text{const.}$

Frage: Wann ist die Zustandsänderung isentrop oder nicht

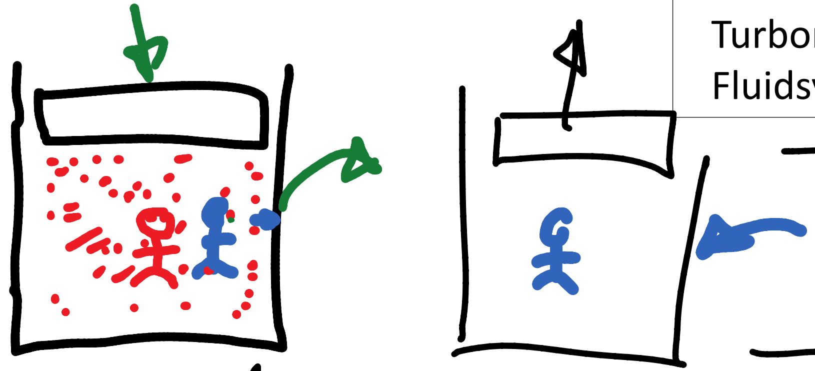
→ Dimensionsanalyse

↳ Es existiert eine typische Belastungszeit τ

$f \gg \frac{1}{\tau}$: isentrop.

$f \ll \frac{1}{\tau}$: isotherm.

→ Isotherme fordert Zeit: Diffusionsprozess.



$L = \frac{V_0}{A}$

Kehrwert der volumenspez. Obfl.

→ physikalisches Modell.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \mathcal{D}_T \, \Delta T \qquad \frac{L^2}{\mathcal{D}_T}$$

$$\mathcal{D}_T := \frac{\lambda}{\rho c_v}$$

$$[\mathcal{D}_T] = \frac{L^2}{T}$$

τ ist eine Relaxationszeit des Systems.

≙ PT_1-Glied in der Regelungstechnik.

	τ	$\overbrace{V_0 \rho}^{C_V} c_v$	$A\lambda$
		Wärmespeicherprod.	Wärmeleitpr.
T	1		-1
E	0	1	1
Θ	0	-1	-1

$$[T, E] = [\text{Zeit}, \text{Energie}, \text{Temp.}]$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{V_0 \rho c_v}{A \lambda}$$

$$[A\lambda] = \frac{E}{T \Theta}$$