

Optimierung von Fluidkraftsystemen

Frage: Wie kann ein Energieanplatz
Optimal genutzt werden.

↳ Kernfrage für die Vorlesung WWV
Wind, Wasser, Gelekratt.



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Fluidenergiemaschinen

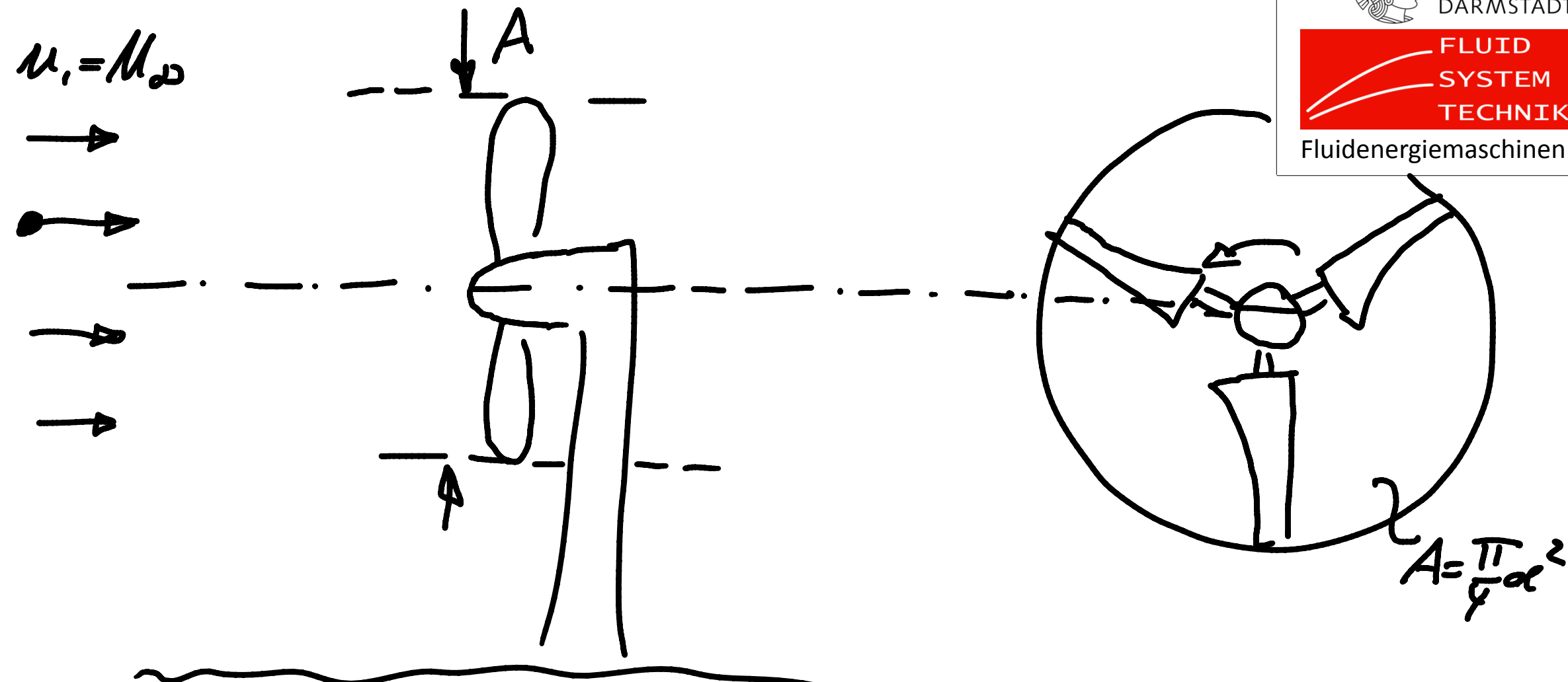
Prof. Dr.-Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2012
Vorlesung 5 F 68



1.) Windkraft $\rightarrow (u_2/u_1)_{opt}$.

2.) Wellkraft $\rightarrow \begin{cases} Q_{opt}, h_2 & \text{bei freiem Objekt.} \\ Q_{opt}. \end{cases}$

3.) Entspannung eines Druckspeichers. \rightarrow Exergie



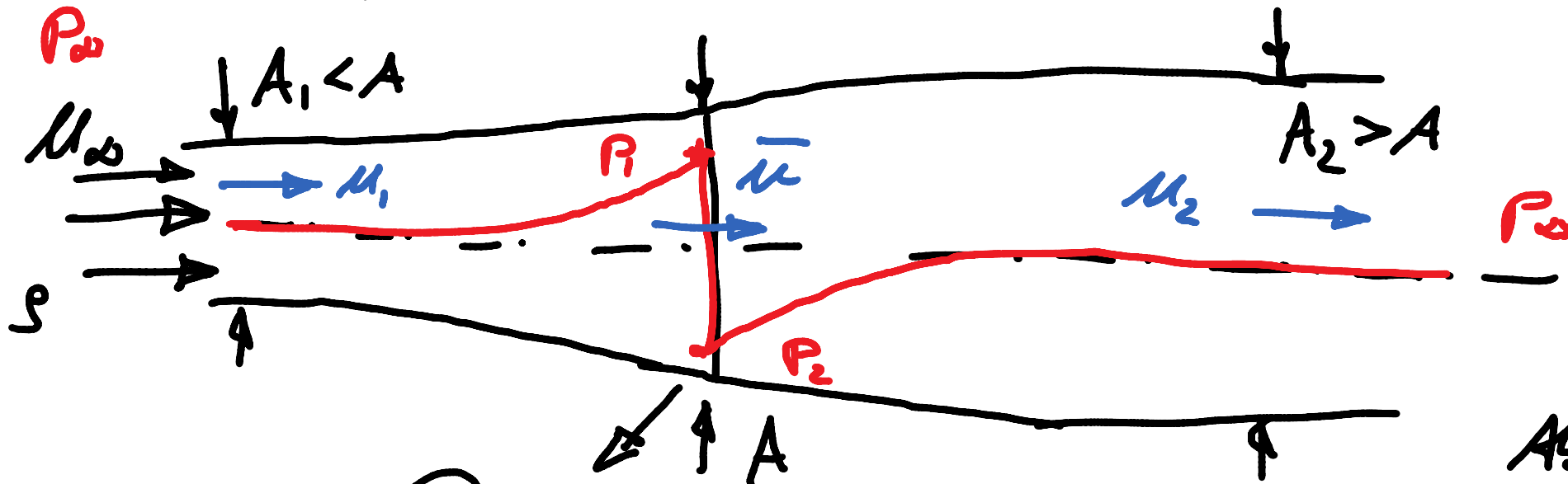
1. Was ist das Energieprodukt? $P_{\text{air}} = \frac{\rho}{2} u_{\infty}^3 A$
 Verhören (Auerle) - Gleichung.



Wichtig: Die Verfügbare Leistung
ist eine definierte Größe.

$$P_{\text{avail}} := \frac{\rho}{2} u_{\infty}^3 A \rightsquigarrow \frac{P_{\text{av}}}{P_{\text{avail}}} := \zeta_{\text{IP}} \text{ Erntefaktor od. Coefficient of Performance}$$

Definition von Albert Betz (1920). Performance CoP



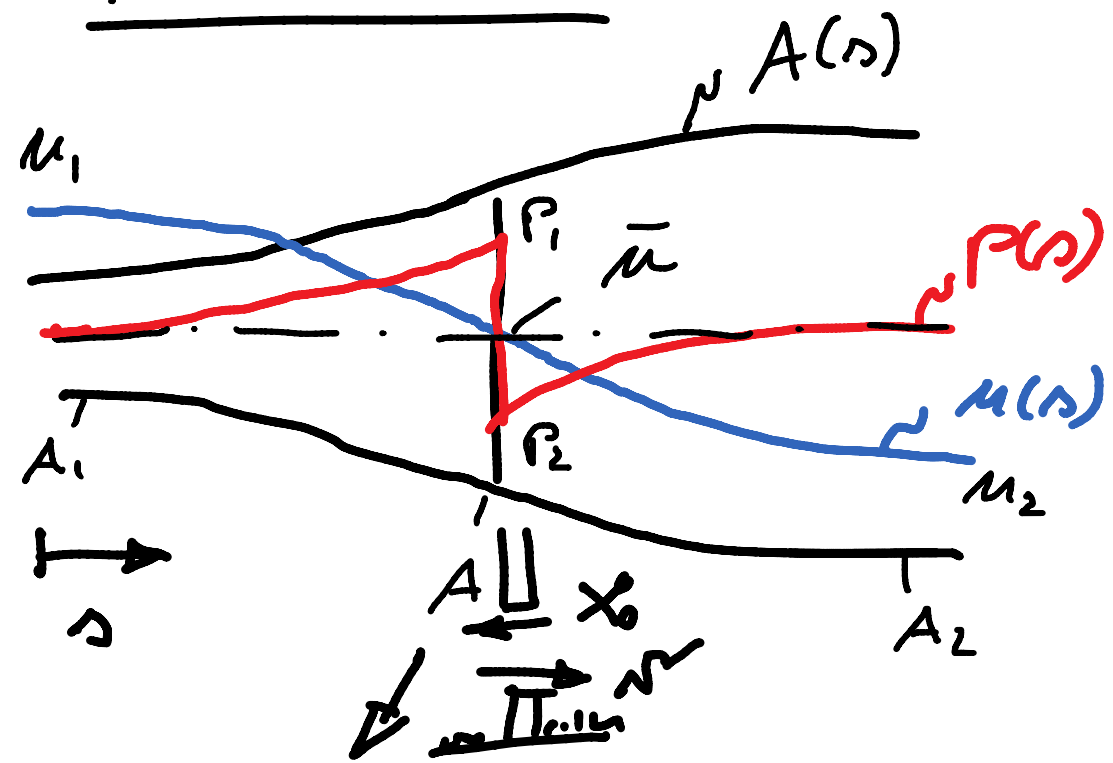
Austritt

P_{av}

Modul Wirkungsgrad ζ (vgl. IHS)

Austritt

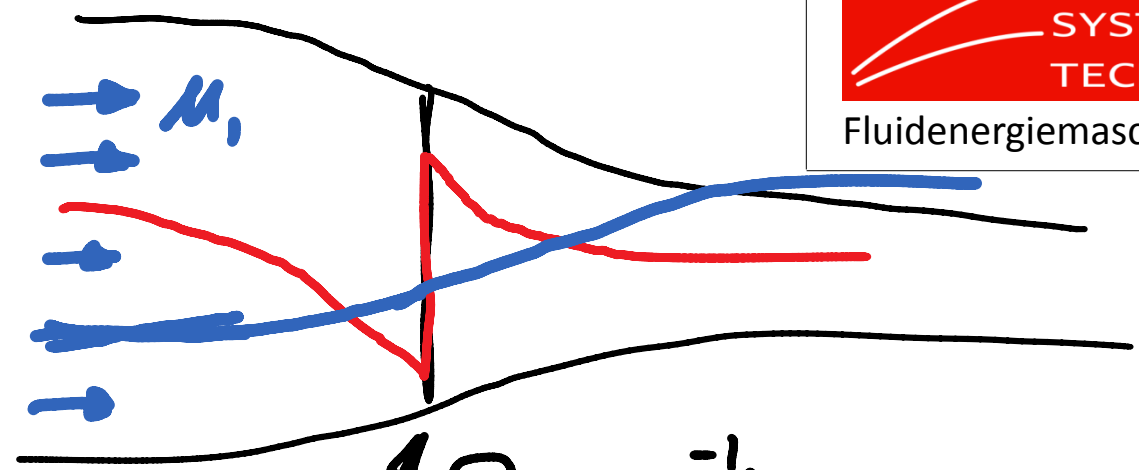
Fluidwerkssystem.



$$P_{S'} = (p_2 - p_1) \bar{u} A \zeta = \rho \bar{u}^3$$

$$P_T = -P_{S'} > 0.$$

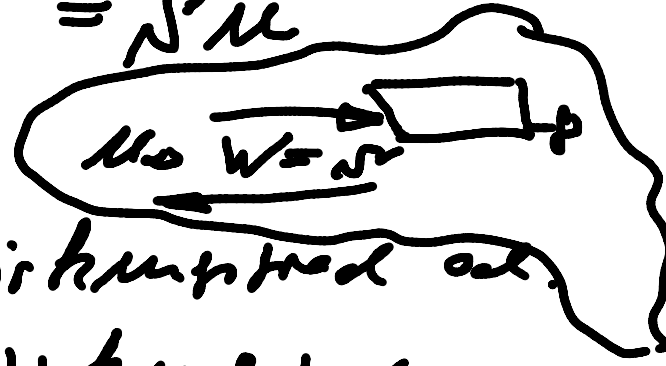
Fluidabstrakte.



$$P_{S'} = \rho^{-1} (p_2 - p_1) \bar{u} A$$

Schrauberpropeller = $\rho \bar{u}^3$

Schiffschraube



↳ Propulsionswirkungsgrad
 Fremder Wirkungsgrad

$$\eta_{Fr} := \frac{W_{u0}}{P_{S'}} = \frac{u_0}{\bar{u}}$$

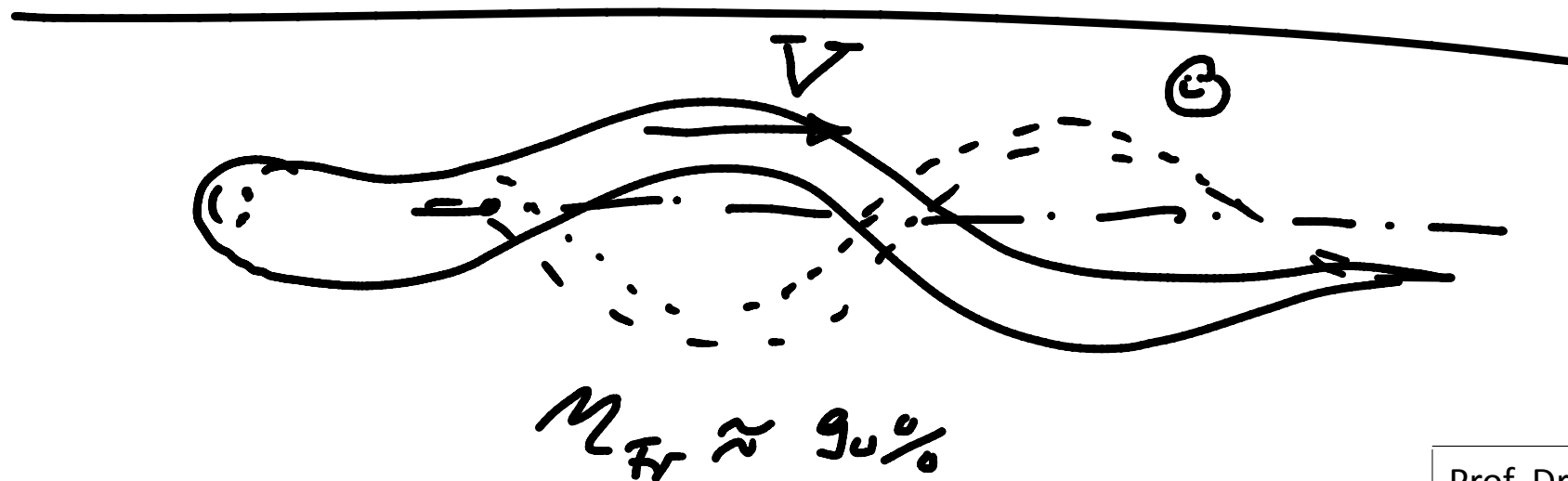
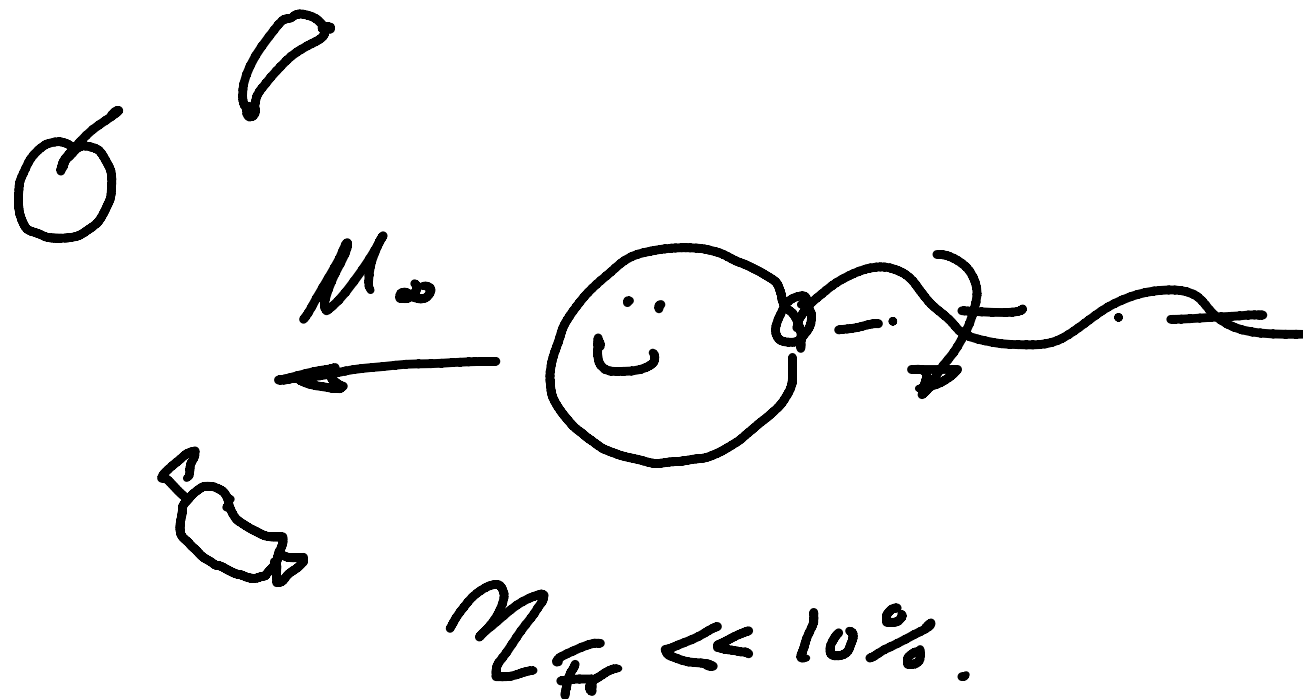


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Fluidenergiemaschinen

Prof. Dr.-Ing. Peter Pelz
 Sommersemester 2012
 Vorlesung 5 F 72





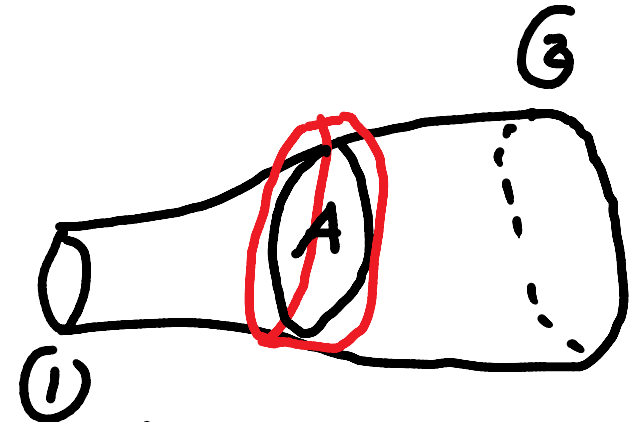
$$C_P := \frac{P_T}{P_{\text{aiml}}} \quad \text{ist kein Wirkgrad!}$$

$C_P \left(\frac{u_2}{u_1} = u_+ \right)$ — [Bernoulli (mit ufl. Ström., Bed.
Energieerhaltung i.W.)

1. Hauptatz für die Stromröhre

$$P_{\text{str}} = \left(\frac{\rho}{2} u_1^3 A_1 - \frac{\rho}{2} u_2^3 A_2 \right) \approx \quad (1)$$

$$P_{\text{str}} = \bar{u} A \quad (2)$$



kein Verlust der
Spannenergie an (1), (2)

Impulsnetz für die Strömungsröhre

$$\dot{N} = \rho A_1 u_1^2 - \rho A_2 u_2^2 \quad (3)$$

Kontinuitätsgleichung

$$\bar{u} A = u_1 A_1 = u_2 A_2 \quad (4), (5)$$

Ges: $A_1, A_2, \bar{u}, u_2, \dot{N}, \dot{P}$

Ges $A, \rho, u_1 = u_\infty.$



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Fluidenergiemaschinen

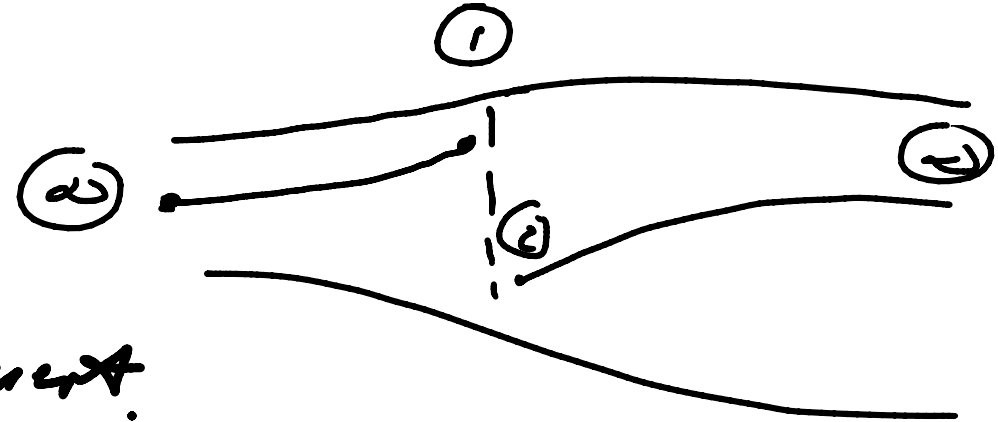
Prof. Dr.-Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2012
Vorlesung 5 F 75



$$P_N = N \bar{u} = \frac{\rho}{2} M_1^2 A_1 \bar{u} - \frac{\rho}{2} M_2^2 A_2 \bar{u} = \left(\frac{\rho}{2} M_1^3 A_1 - M_2^3 \frac{\rho}{2} A_2 \right) \bar{u}$$

Stromfede $(\omega) \rightarrow (1)$; $P_0 \equiv 0$.

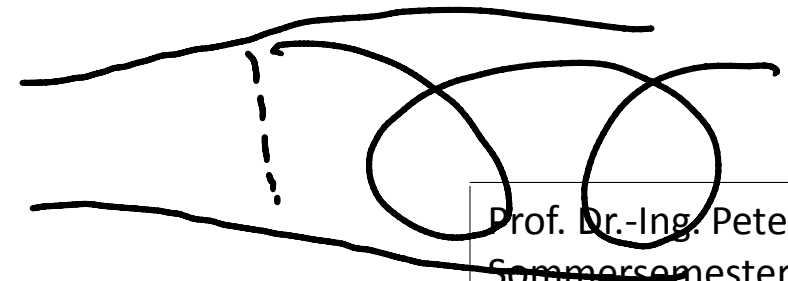
$$\frac{\rho}{2} M_1^2 = P_1 + \frac{\rho}{2} \bar{u}^2$$



Stromfaden

vgl. Glauert

$$P_2 + \frac{\rho}{2} \bar{u}^2 = \frac{\rho}{2} M_2^2 + \text{Drall}$$



Annahme: Der Drall nach der Stelle ist
verdrängt.



$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2} (\mu_1^2 - \mu_2^2)$$
$$= \frac{\rho}{2} (\mu_1 - \mu_2) (\mu_1 + \mu_2)$$

$$N = (P_1 - P_2) A$$
$$= \frac{\rho}{2} (\mu_1 - \mu_2) (\mu_1 + \mu_2) A$$

$\bar{\mu} = \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2)$

$$N = \rho \mu_1^2 A_1 - \rho \mu_2^2 A_2$$
$$= \rho \mu_1 \bar{\mu} A - \rho \mu_2 \bar{\mu} A = \rho \bar{\mu} A (\mu_1 - \mu_2)$$



$$P_T = \eta \bar{m} A (P_1 - P_2)$$

$$= \eta \underbrace{(m_1 + m_2)}_{\bar{m}} \frac{1}{2} A \frac{\rho}{2} (u_1^2 - u_2^2)$$

$$= \eta \underbrace{\frac{\rho}{2} u_1^3 A}_{P_{airin}} (1 + m_+) (1 - m_+^2) \frac{1}{2}$$

$$m_+ := \frac{u_2}{u_1}$$

$$\eta_P := \frac{P_T}{P_{airin}} = \eta (1 + m_+) (1 - m_+^2) \frac{1}{2}$$



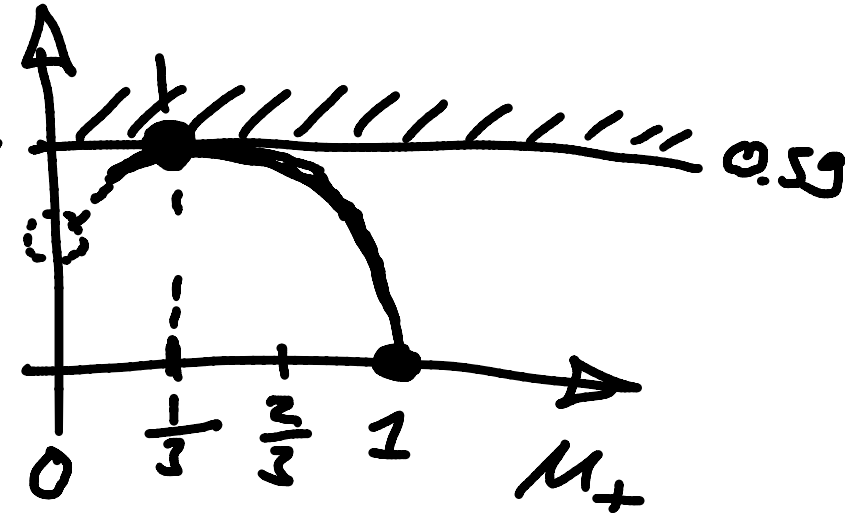
2 Optimierungsaufgabe

P_T wird maximiert, für $\frac{dC_p}{dM_+} \stackrel{!}{=} 0$

$$C_p = \eta (1 + M_+) (1 - M_+^2) \frac{1}{2} \quad \frac{C_p}{\eta}$$

$$C_{p \max} / \eta = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \frac{1}{2} = \frac{16}{27}$$

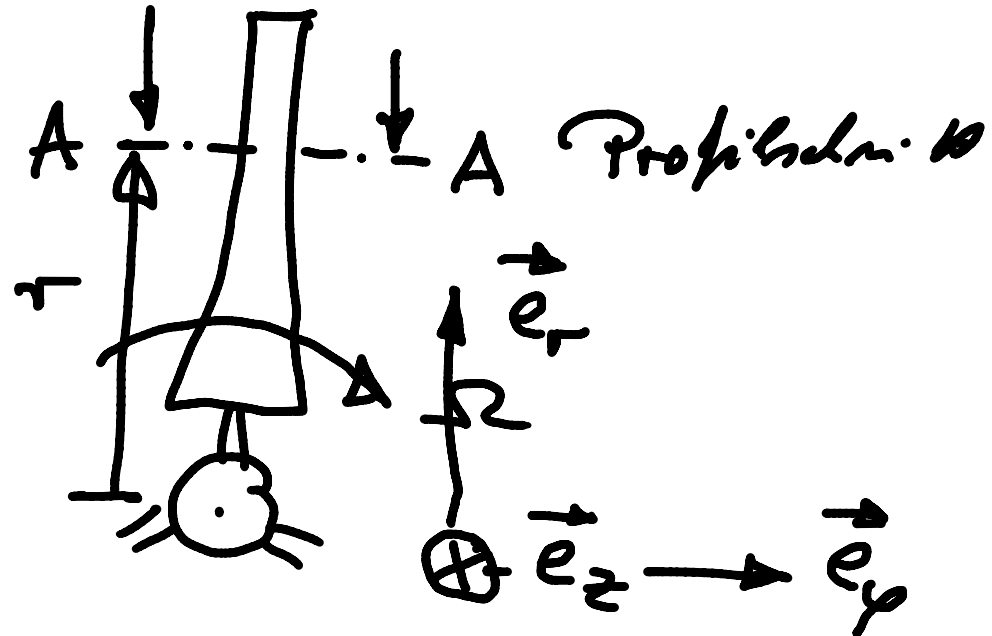
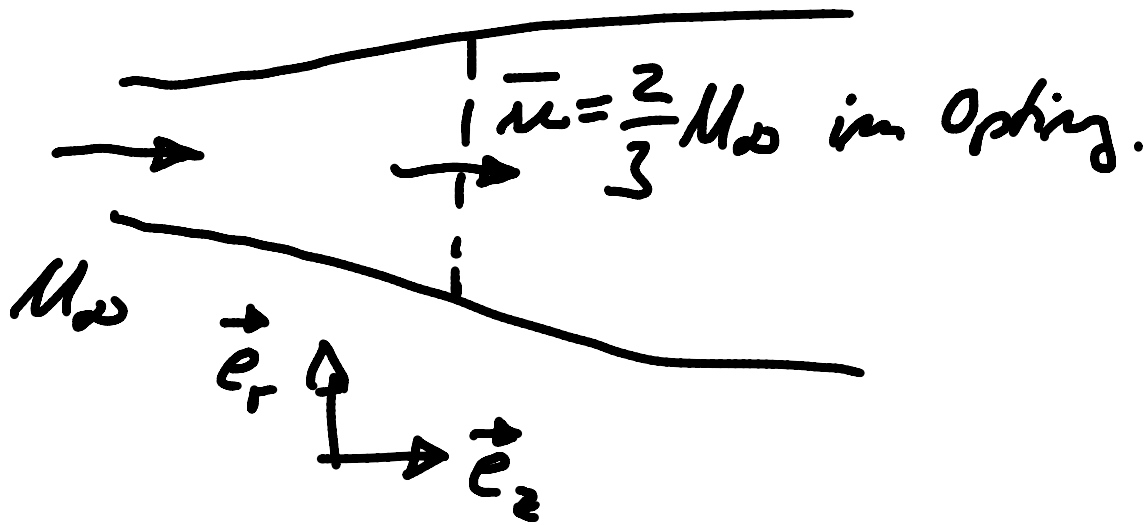
Annahme $\eta \neq \eta(M_+)$ $= 0.59$



$$\begin{aligned} \frac{dC_p}{dM_+} \stackrel{!}{=} 0 &= (1 + M_+) (-2M_+) + (1 - M_+^2) \\ &= -2M_+ + 1 - M_+ = -3M_+ + 1 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad M_{+ \text{opt}} = \frac{1}{3}$$

Theorie von Betz (Betzde-Gesetz)

Wird zur Auslegung von Windkraftmaschinen
 genutzt.

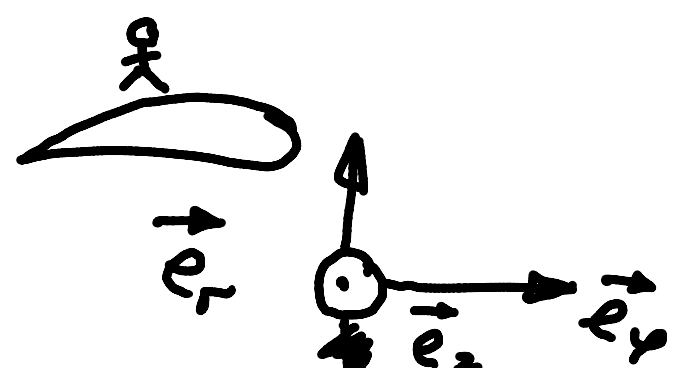


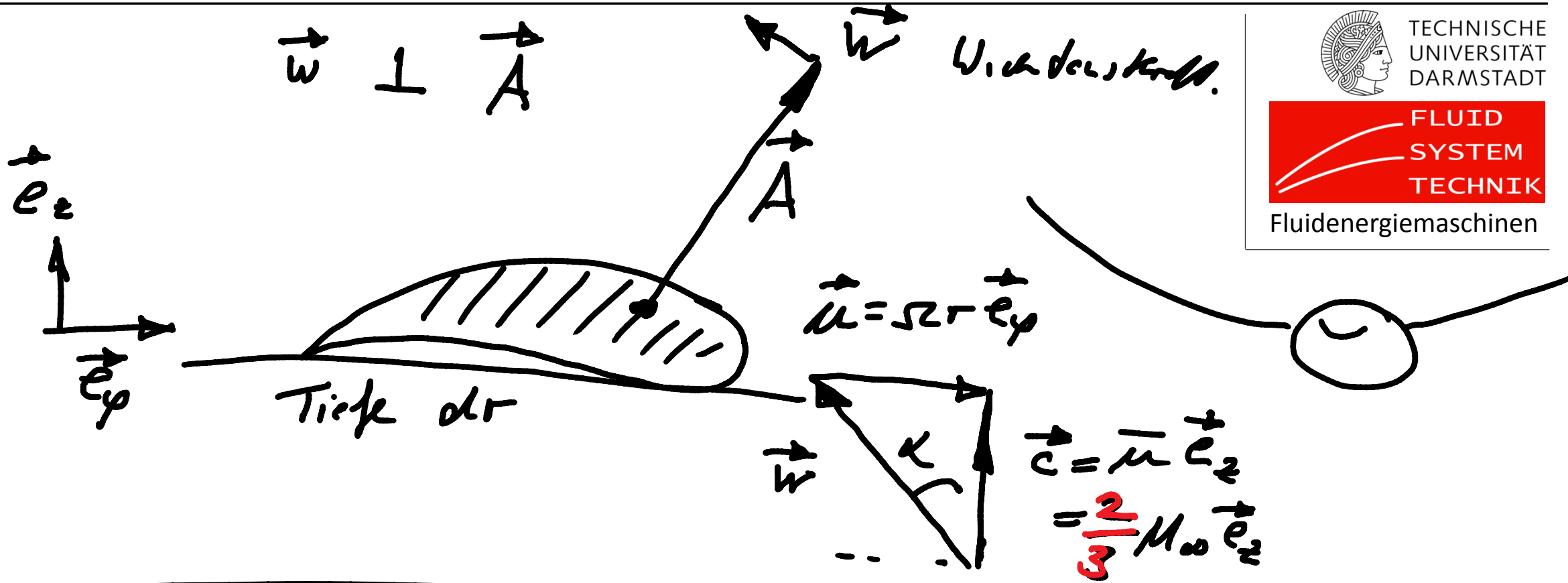
Ausströmgeschw. Relativgeschw.

$$\vec{c} = \bar{u} \vec{e}_z \quad \vec{w} = \vec{c} - \vec{u}$$

Umfangsgeschw.

$$\vec{u} = r \Omega \vec{e}_\varphi$$

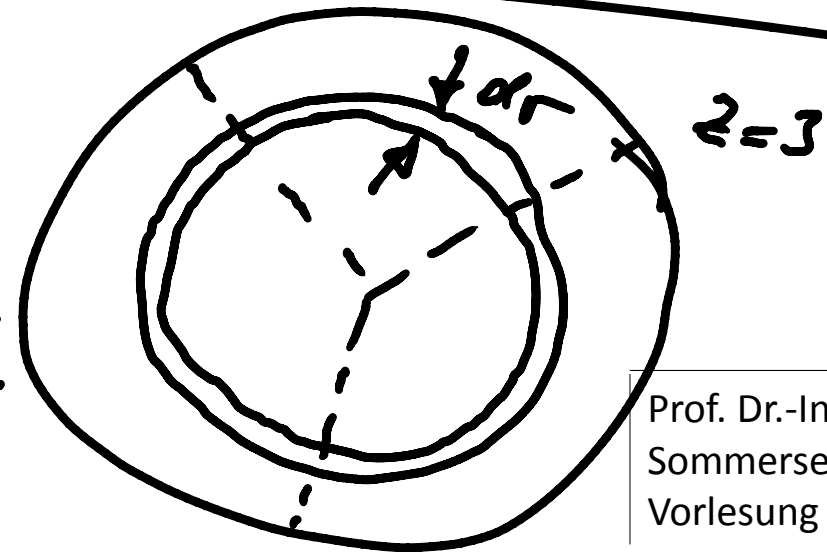




2 Stellen bei der Deute noch nicht.

Energiebilanz am Prof.

$$2 \frac{16}{27} \frac{\rho}{2} M_\infty^3 2\pi r dr = 2 \left(\vec{x} \times (\vec{A} + \vec{w}) \right) \cdot \vec{\omega}$$



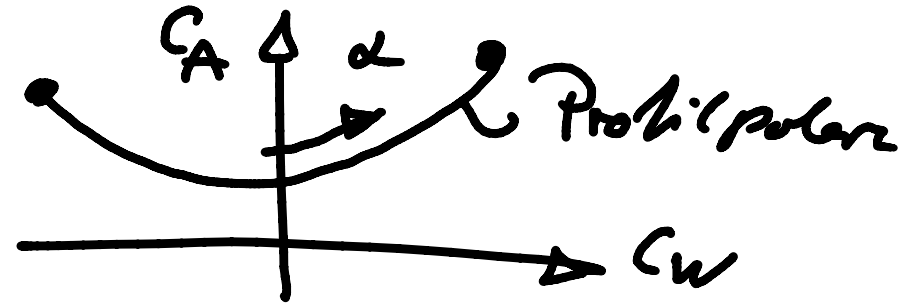


$$\vec{x} = r \vec{e}_r$$

$$A = |\vec{A}| = \frac{\rho}{2} C_A(\alpha) W^2$$

$$|\vec{W}|^2 = W^2 = (\tau \Omega)^2 + \bar{u}^2$$

$$W = |\vec{W}| = \frac{\rho}{2} C_W(\alpha) W^2$$



A Antriebsleistung \perp \vec{W}

C_A Antriebsbeiwert

W Wirkleistung \parallel \vec{W}

C_W Wirkleistungsbeiwert.



↳ Bestimmungslinie $l(r)$ Profillänge

