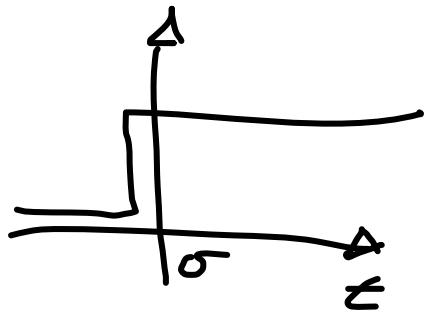
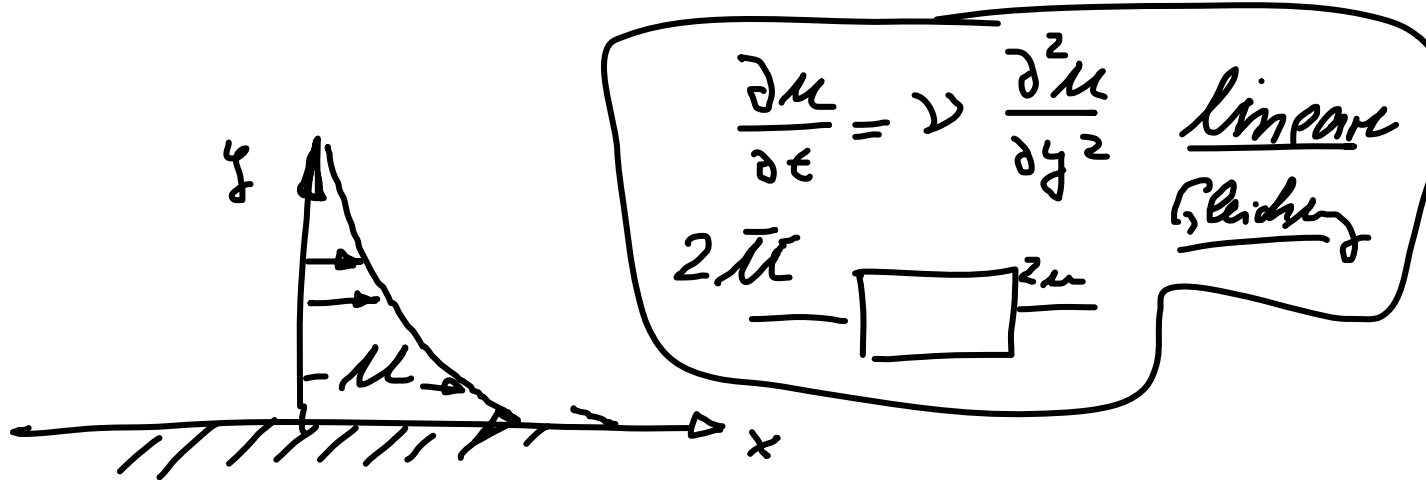


Energiegleichung

➤ Näherung zur Ähnlichkeitslösung



	u	\bar{u}	y	ϵ	ν
ϵ	1	1	1		2
τ	-1	-1		1	-1

$$u_+ = \frac{u}{\bar{u}} \quad z := \frac{y}{\sqrt{\epsilon \nu}} \quad \frac{\bar{u} \epsilon}{y}$$

$u/\bar{u} = f\left(z \sqrt{\frac{\bar{u} \epsilon}{y}}\right) \rightarrow$ lineare Beiwertung.



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

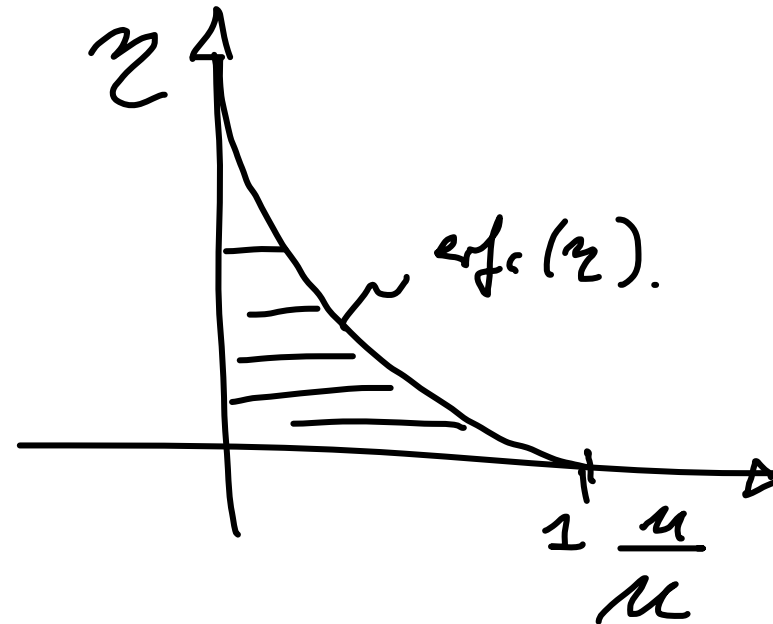
FLUID
SYSTEM
TECHNIK



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

$$\mu = \mu \frac{1}{z}$$

$$\mu = \mu \operatorname{erfc}(z)$$



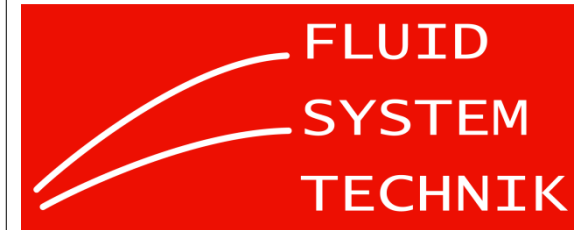
→ Hinweis:

Zitierp: Ähnlichkeitstheorie

Spurk: Dimensionsanalyse



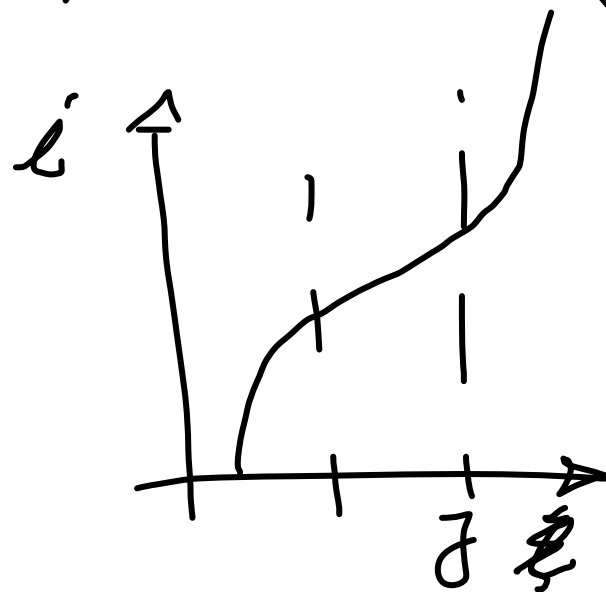
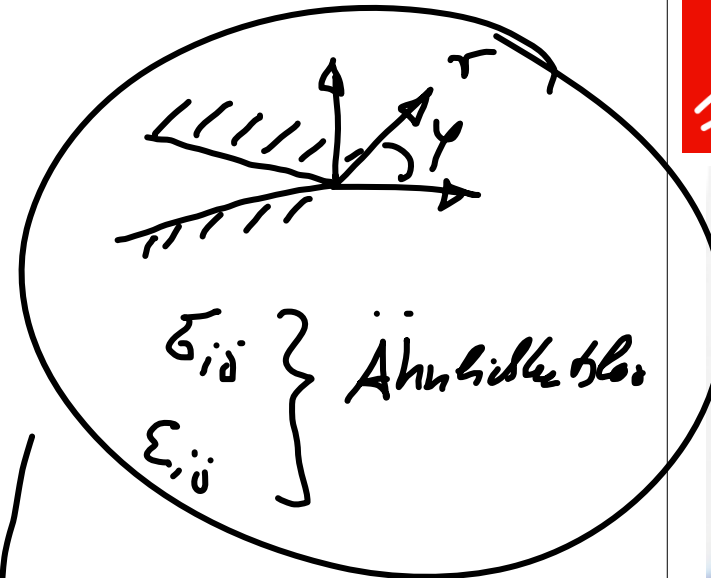
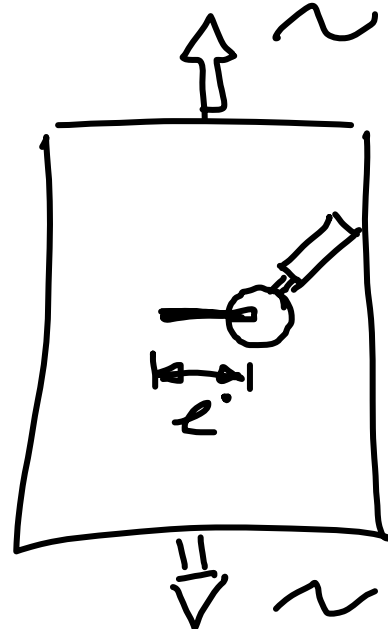
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



Bruchmechanik.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

Anwendungsbeispiel

Stick-Slip

Motorlager

Drehspeich-
Getriebe.

Kontinuität

- ~> Durchflusszahl.
- ~> Notwendigkeit
- ~> Effektivere Schallgeschw.
- ~> Gas-Flüssigkeitsgemische.

Impulsatz

- ~> Wellenausbreitung 1D
- ~>

Energie

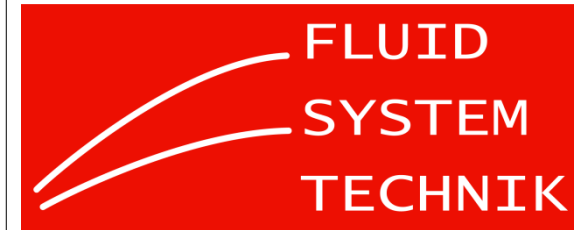
- ~>

Drallsatz

Turbo-maschine.



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

Energiegleichung für eine Stromröhre

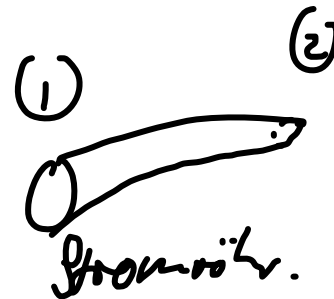
Anwendungsbeispiel Luftfräse
Turbinen

Änderung der kinetischen Energie und
innere Energie ist gleich der Leistung
und der Wärmestrom, eines materiellen Körpers

$$\frac{DK}{Dt} + \frac{DE}{Dt} = P + \dot{Q}$$

1. HS.

$$\frac{P_m + \dot{Q}}{v_i} = h_{t2} - h_{t1} \quad \frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$$



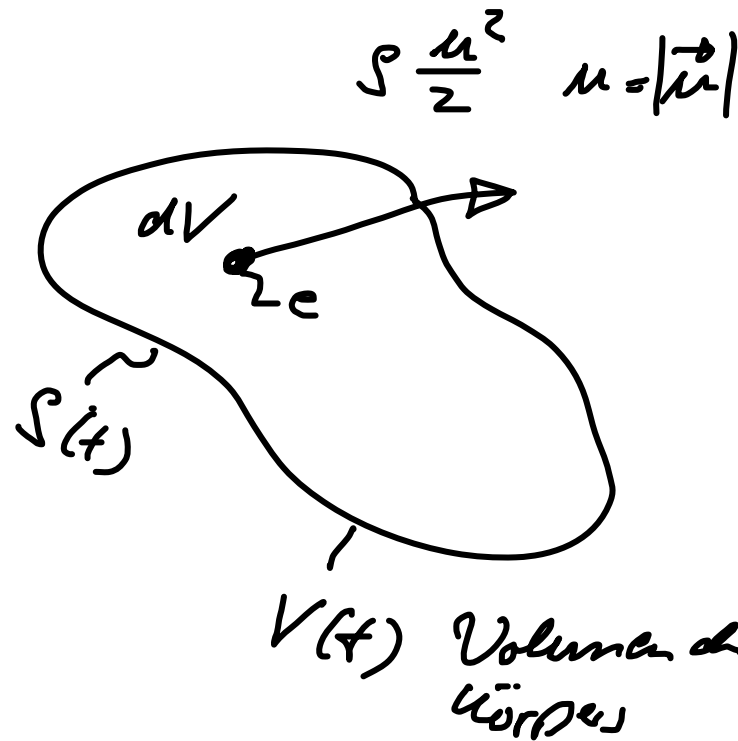
Kinetische Energie

$$K = \int_{V(t)} \frac{\rho}{2} u^2 dV$$

innere Energie

$$E = \int_{V(t)} \rho e dV$$

Oberfl.
des Körpers



Leistung an den Flüssigkeitskörper

$$P = \oint_{S^i} \vec{z} \cdot \vec{u} dS^i + \int_V \rho \vec{k} \cdot \vec{u} dV$$

Leistung der
Oberflächkräfte

Leistung der
Volumenkräfte

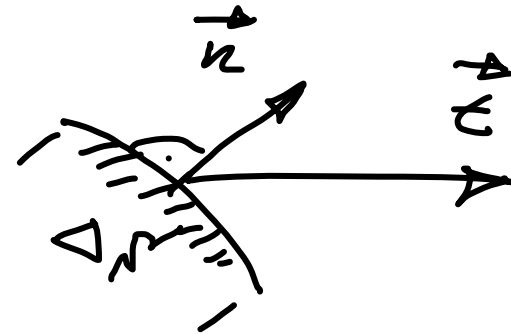


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

$$\vec{t} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta S}$$



$$\vec{t} = \vec{n} \cdot \underline{\underline{T}}$$

\vec{t} Spannungsvektor

\vec{n} Flächennormale

$\underline{\underline{T}}$ Spannungstensor (Symmetrischer Tensor.)
↳ Nach Drehgesetz.

$$\underline{\underline{T}} = -p \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{P}}$$

// statisch Druck

Reibspannungstensor.

$$\underline{\underline{P}} = 0$$

reibspannend FP.

$$\underline{\underline{P}} = 2\eta \underline{\underline{E}} \quad \text{Newton'sche Flüssigkeit.}$$

Deformationgeschwindigkeitstensor

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2} \left(\nabla \vec{u} + \nabla \vec{u}^T \right) \quad \text{Symmetrischer Tensor.}$$

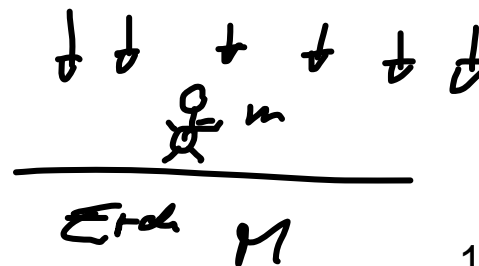
Volumenkraft $\rho \vec{k} = \frac{\vec{F}}{V}$

$$\frac{\vec{F}}{V} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta V}$$

Massenkraft

$$\vec{k} = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta m}$$

z.B. $\vec{k} = -g \vec{e}_2$
 $\text{rot}(-g \vec{e}_2) = 0$



Da das Schwerfeld rotationsfrei ist gilt

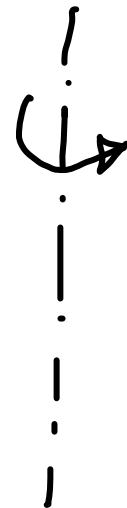
$$\psi = gz \quad \text{Potential des Schwerfelds}$$

$$\vec{h} = -\nabla\psi$$

Test $\vec{h} = -g\vec{e}_z$ ✓

Zentrifugalkraft $\vec{h} = r\Omega^2\vec{e}_r$

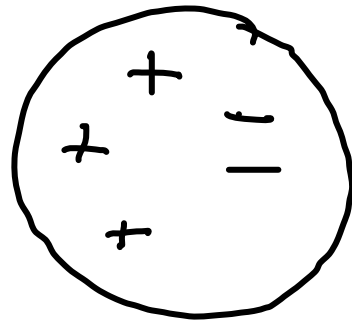
$$\psi = -\frac{1}{2}(r\Omega)^2$$



Lorenz-Kraft

$$\vec{h} = \underbrace{\rho_e \vec{E}}_{\text{Elektroosmotik}} + \underbrace{\vec{j} \times \vec{B}}_{\substack{\parallel \\ \text{elektrisch leitendes Medium, fl. Metalle}}} = \rho_e (\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B})$$

ρ_e Ladungsdichte eines Flüssigkeitsteilchens \vec{v}_e Elektroosmotik



\vec{E} elektrische Feldstärke
 \vec{j} Stromdichte Vektor
 \vec{B} magnetische Feldstärke



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



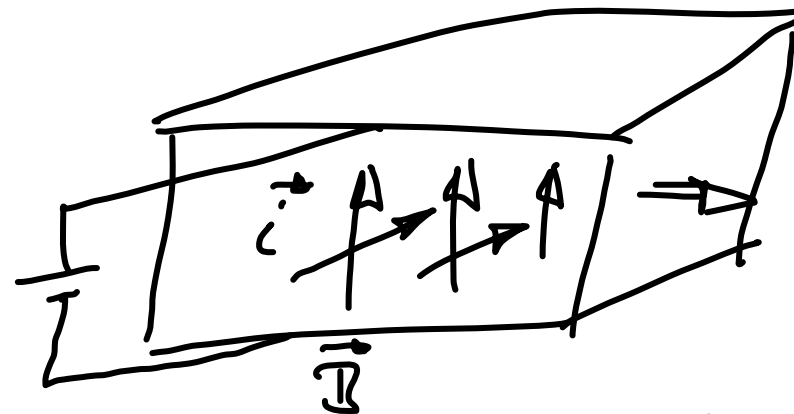
$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{h} + \eta \Delta \vec{u} - \nabla p \quad \text{Impulsgleichung}$$

für ein Flüssig-
keitsk.

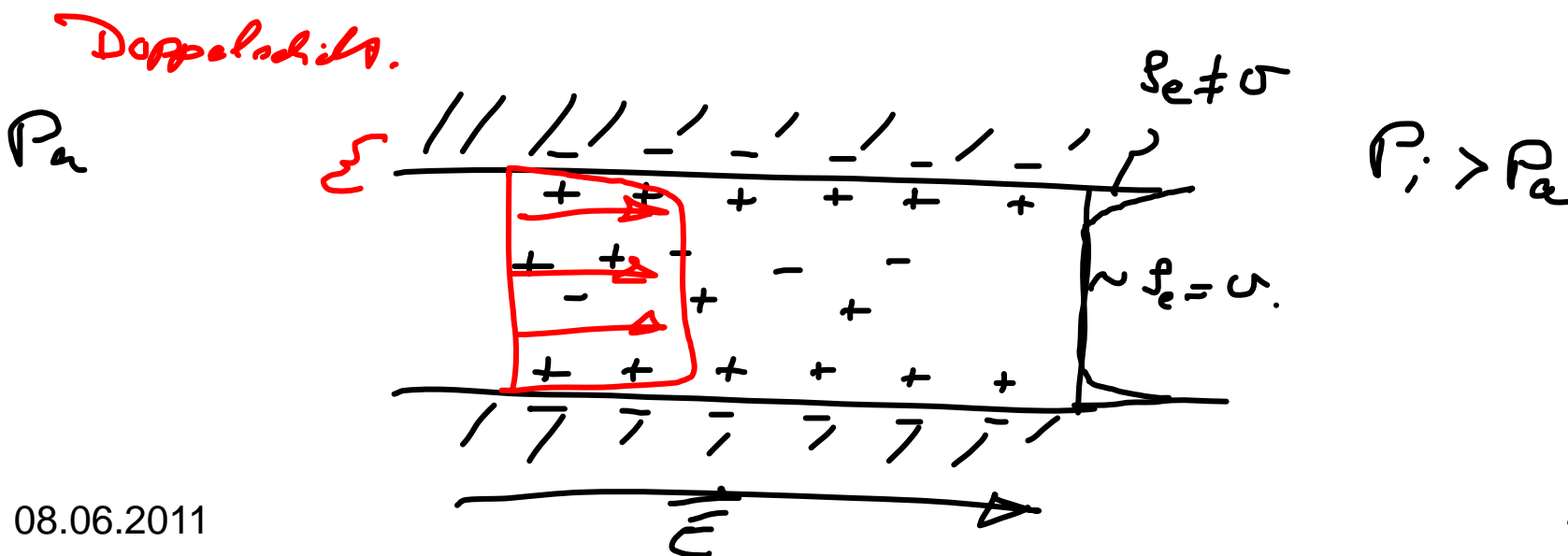
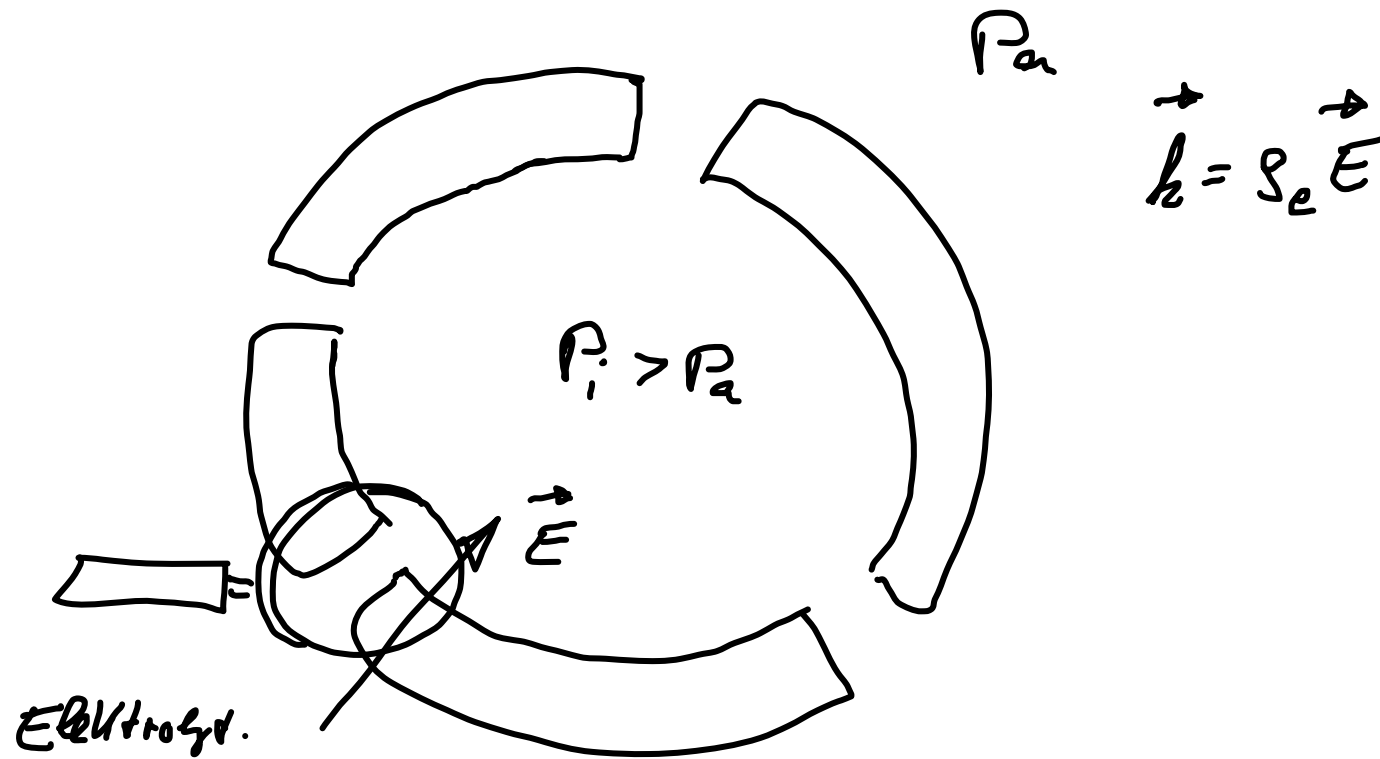
Für kleine Reynoldszahl. $Re = \frac{\rho \bar{u} d}{\eta}$

$$\vec{h} + \nu \Delta \vec{u} = \nabla p$$

$$\underline{\underline{\rho_e \vec{E}}} + \underline{\underline{i \times B}} + \nu \Delta \vec{u} = \nabla p$$



- (+) keine bewegten Teile.
- (-) schlechter Wirkungsgrad



$$\frac{D}{Dt} K + \frac{DE}{Dt} = \underline{P} + \underline{Q}$$

Natkeidjocht.

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T$$

$$d\dot{Q} = -\vec{q} \cdot \vec{n} dA$$

\vec{q} Wärmestrom-
vektor.

$$\vec{q} \cdot \vec{n} = \alpha (T - T_m)$$

Newton'sche Ansatz

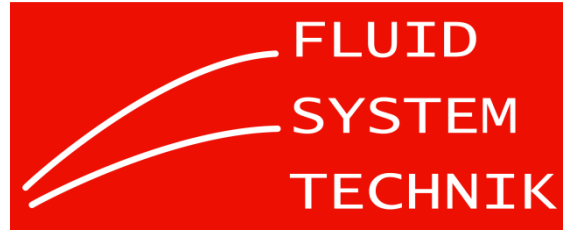
α Wärmeübergangskoeffizient
ist eine Stoffgröße

$$Nu_m = \frac{\alpha L}{\lambda_{fl}} = f(Re, Pr, Gr)$$

14

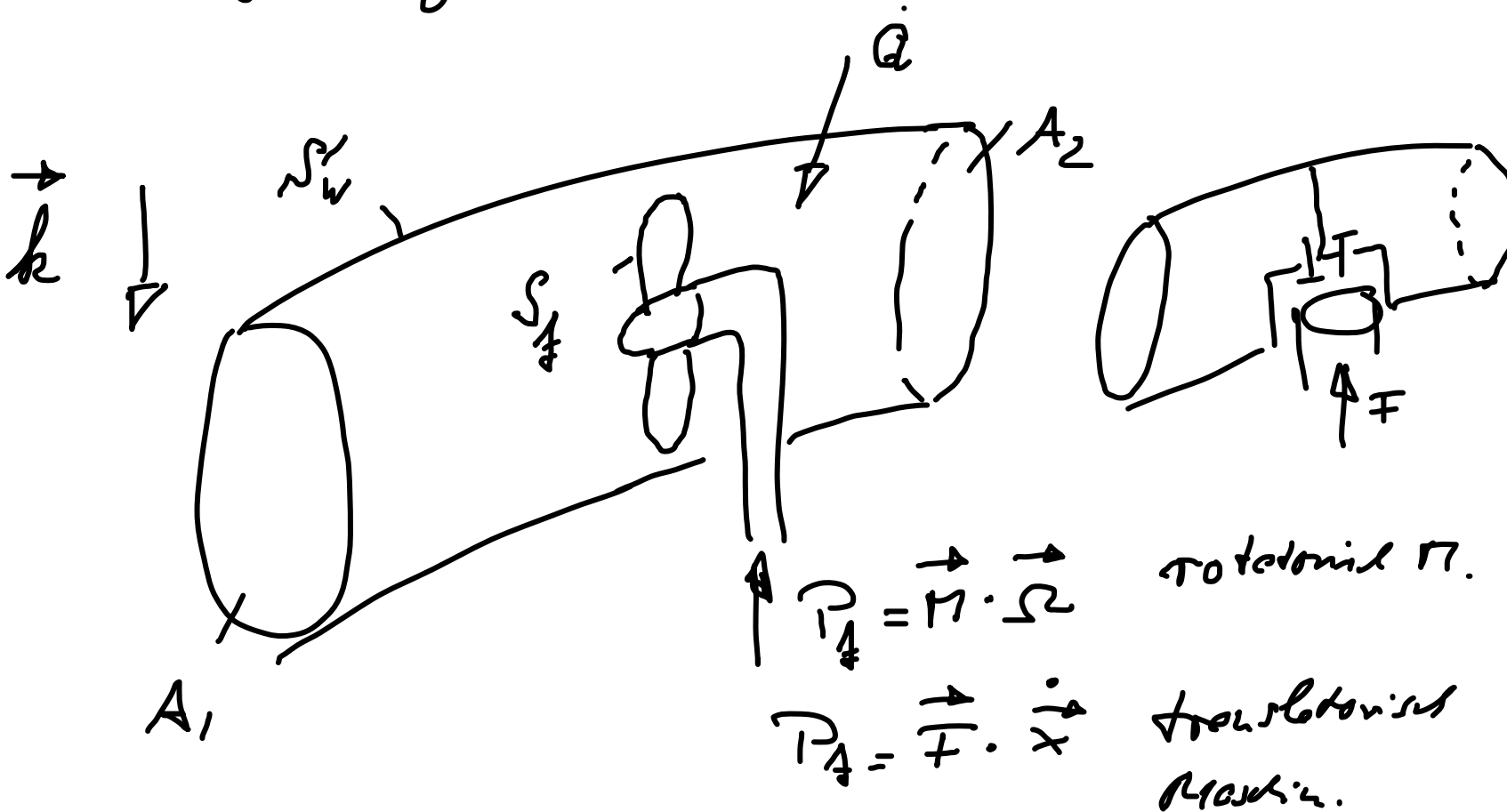


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

Energiegleichung für eine Saugpumpe



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

Annahmen:

1. Ausgeglichener Strömung an Eil- und
Arbeitsfließ.

$$\vec{z} = -\rho \vec{h}.$$

2. Massenkraft hat ein
Potential \rightarrow
 $h = -\nabla \psi.$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \left(\frac{u^2}{2} + e \right) dV + \int_{A_1+A_2} \rho \left(\frac{u^2}{2} + e \right) \vec{u} \cdot \vec{n} dS =$$

$$= \underbrace{\int_{S_1} \vec{t} \cdot \vec{n} dS}_{\text{Annahme 1.}} + \underbrace{\int_{A_1+A_2} -p \vec{n} \cdot \vec{n} dS}_{\text{Annahme 2.}} + \int -\nabla \psi \rho \cdot \vec{n} dV +$$

$$\underbrace{\int_{S_2} \vec{t} \cdot \vec{n} dS}_{\text{CF}} - \int \vec{g} \cdot \vec{n} dS$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

Zur Arbeit pro Zeit der Volumenkräfte.

$$\int_V -\rho \nabla \psi \cdot \vec{n} dV = - \int_{\text{Grenz}} \rho \psi \vec{n} \cdot \vec{n} dS - \int_V \psi \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

$$-\rho \nabla \psi \cdot \vec{n} = -\nabla(\rho \psi) \cdot \vec{n} + \psi \underbrace{\nabla \cdot (\rho \vec{n})}_{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{n}) = \sigma}$$

$$= -\nabla(\rho \psi) \cdot \vec{n} +$$

$$- \psi \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Kontinuitätsgleichung

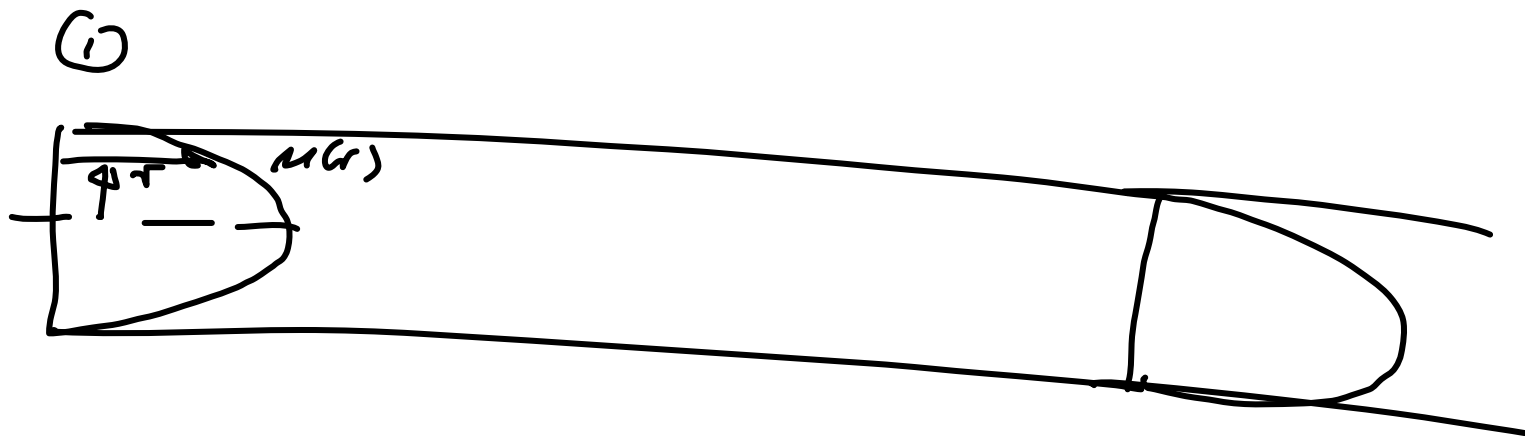


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \left(\frac{u^2}{2} + e \right) dV + \int_{A_1 + A_2} \rho \left(\frac{u^2}{2} + e + \underbrace{\psi + \frac{p}{\rho}}_{\text{Ansatz von Pelz}} \right) \vec{u} \cdot \vec{n} dS =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \psi dV - \int_{S'} \rho \vec{g} \cdot \vec{n} dS$$

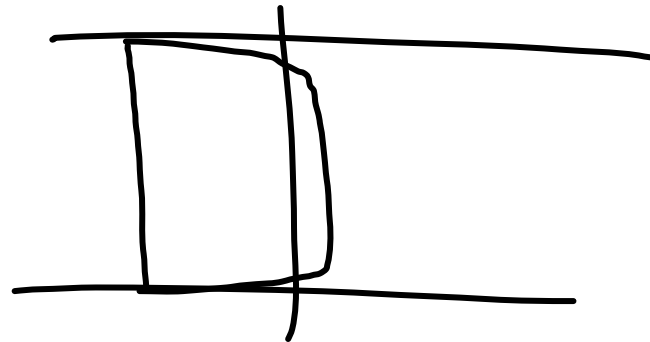


3. Annahme

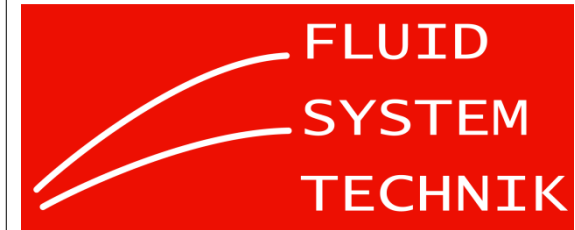
$$\overline{u} := \frac{1}{A} \int_A u \, dA \quad \text{Wert.}$$

$$u_{M3} := \frac{1}{A} \int_A u^3 \, dA \quad \text{Energie.}$$

$\overline{u} \approx u_M$ gilt für
turbulente Strömung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15



$$M_k = \bar{m}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \left(\frac{M^2}{2} + e \right) dV + \dot{m} (h_{t2} - h_{t1}) = \dot{Q} + \dot{W}$$

$$\int_V \psi \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

4 Annahmen:

Im zeitlich Mittel stationär B..

$$\bar{\phi} := \frac{1}{T} \int_0^T \phi d\epsilon \quad T.$$

$$P_A + Q = m \left(h_{t2} - h_{t1} \right)$$

$$h_t := \frac{u^2}{2} + e + \frac{p}{\rho} + \psi \quad \text{Totalenthalpie}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-
maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15