TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

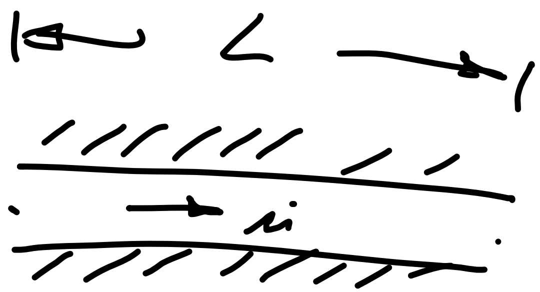
FLUID SYSTEM TECHNIK

$$\underbrace{\int \frac{\partial u}{\partial t}\, ds + \frac{u^2}{2} + \psi + \int \frac{dp}{\rho} = C}$$

C Bernoullische Konstante.

Bernoullische Gleichung.

$$\int \frac{\partial u}{\partial t}\, ds \sim \dot{u} L$$



$$p_1 - p_2 = \rho \dot{u} L$$

$$u_1 - u_2 \sim \frac{dc}{dt}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

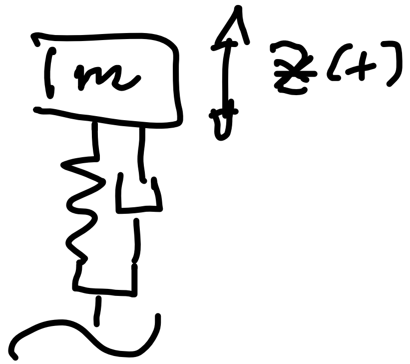
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 15

0-D ⇝ gewöhnliche DGL.

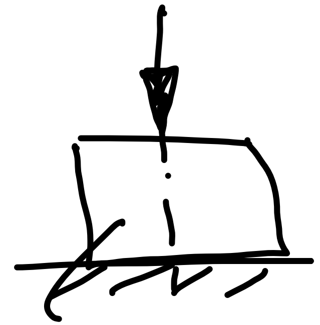
1-D ⇝ partielle DGL:

3-D ⇝ FE, FV...-Methode.

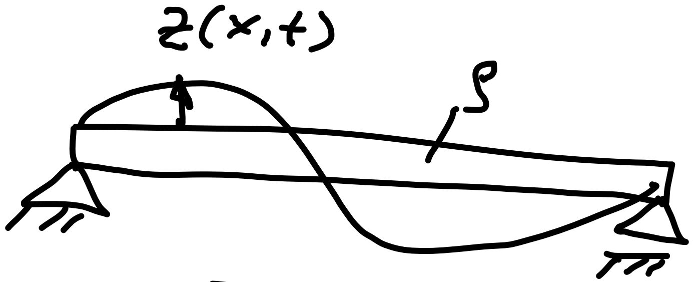
0-D



3-D

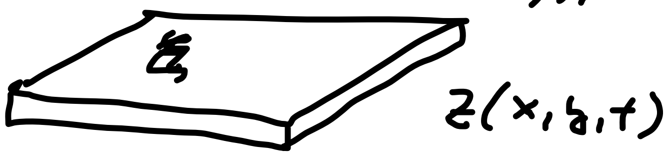


$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(x,y,z,t)$



1-D

2-D



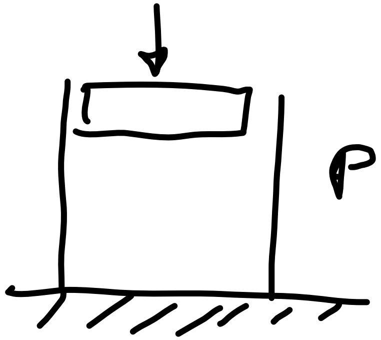
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 16

0-D



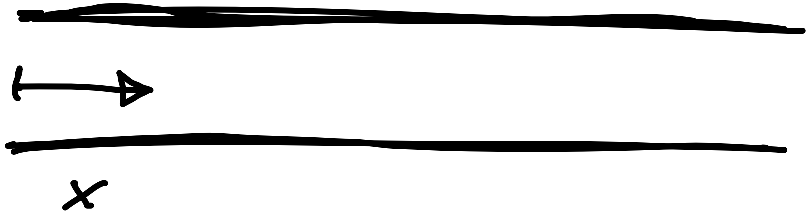
$p(t)$

3-D

$\vec{u}(x,y,z,t)$

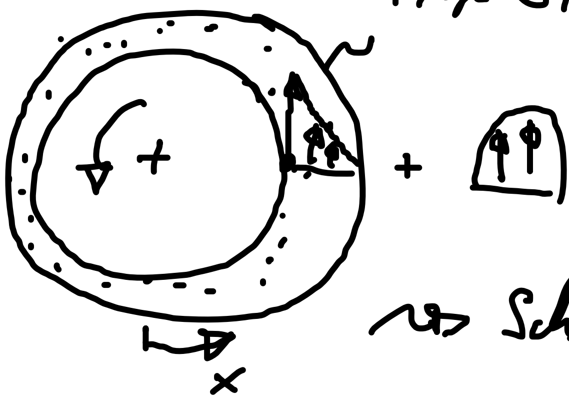
$p(x,t)$

1-D



2-D

Tiefe b, y



$$\vec{Q} = Q_x \vec{e}_x + Q_y \vec{e}_y$$

⇝ Schmiertechnik / Lubrication.

$\vec{Q}(x,y,t)$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 16

$$\frac{u^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} + \psi + \int \frac{\partial u}{\partial t}\, ds = C.$$

$\psi = g z$ für das Schwerefeld

$\psi = \frac{1}{2} \Omega^2 r^2$ für das Zentrifugalfeld

$\psi = \ldots\ldots$ Gezeitenkraft.

$$\int \frac{dp}{\rho} = P \quad \text{Druckfunktion.}$$

ist unabhängig vom Integrationsweg, d.h.
kann über ein totales ~~Int~~ Differential dargestellt
für barotrope Strömung.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

barotop = $\rho = \rho(p)$

1.) $\rho = \text{const.}$ dichtebest. Ström.

2.) $p = C\rho^{\gamma}$ isentrope Strömung

3.) $p = \rho R T$ für $T = \text{const}$
isotherme Ström.

1) $P = \frac{p}{\rho}$.

2.) $P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 16

1. Bernoulli-Gleichung für $\rho = \text{const.}$

$$\frac{\rho}{2} u_1^2 + p_1 + \rho \psi_1 = \frac{\rho}{2} u_2^2 + p_2 + \rho \psi_2 + \int_1^2 \rho \frac{\partial u}{\partial t} \, ds .$$

2.) Bernoulli für $p = C \rho^\gamma$, $s = \text{const}$, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.

$$\frac{u_1^2}{2} + \frac{\overset{a_1^2}{\gamma}}{\gamma - 1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{u_2^2}{2} + \frac{\overset{a_2^2}{\gamma}}{\gamma - 1} \frac{p_2}{\rho_2} .$$

Kap 9.2 Spurk.

Wichtige Gleichung in der stationären Gasdynamik.

mit $a^2 := \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \gamma \frac{p}{\rho} \overset{p = \rho R T}{=} \gamma R T$

$M_1 = \frac{u_1}{a_1}$, $M_2 = \frac{u_2}{a_2}$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 16

Zum Fall $\varrho = \text{const.}$

Frage: Wann kann die Dichte einer Strömung längs einer Bahnlinie als konstant angesehen werden?

Gegenbeispiel.

1 bar.

1.) $\dfrac{u^2}{a_{eff}^2} = M^2 \ll 1.$ Notwendige Bedingung. Pelz $\rightarrow$ $u = a$

2.) $\dfrac{f^2 L^2}{a_{eff}^2} \ll 1.$ n Akustik

$fL = a$

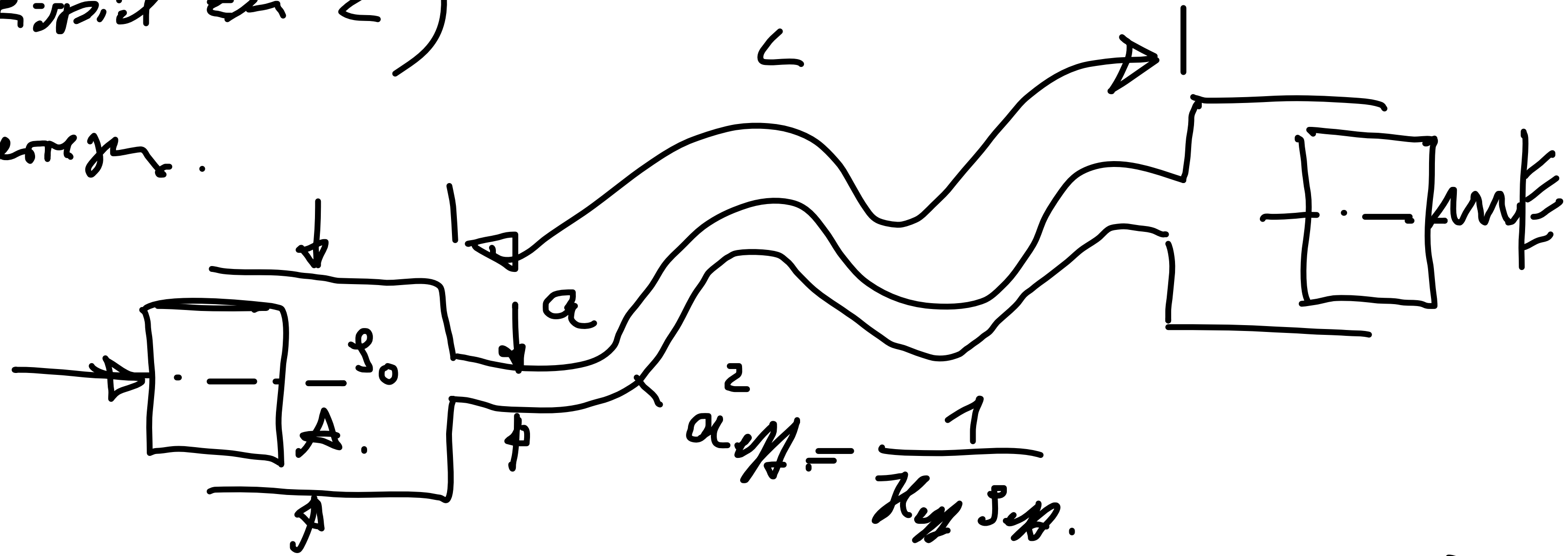
3.) $\dfrac{u^2}{gL} \ll 1.$ Atmosphärisch. $\dfrac{f^2 L^2}{a^2} \sim 1.$ $u^2/gL \sim 1.$

4) Strömung mit Wärmezufuhr.

$\dot{Q}\uparrow \quad T\uparrow \quad \varrho\downarrow$

Beispiel zu 2)

Wegerregung.



$$a_{eff}^2 = \frac{1}{K_{eff}\,\varrho_{eff}}.$$

$$z = \hat{z}\sin(\Omega t)$$

$$\frac{\Omega^2 L^2}{a_{eff}^2} \overset{?}{\ll} 1$$

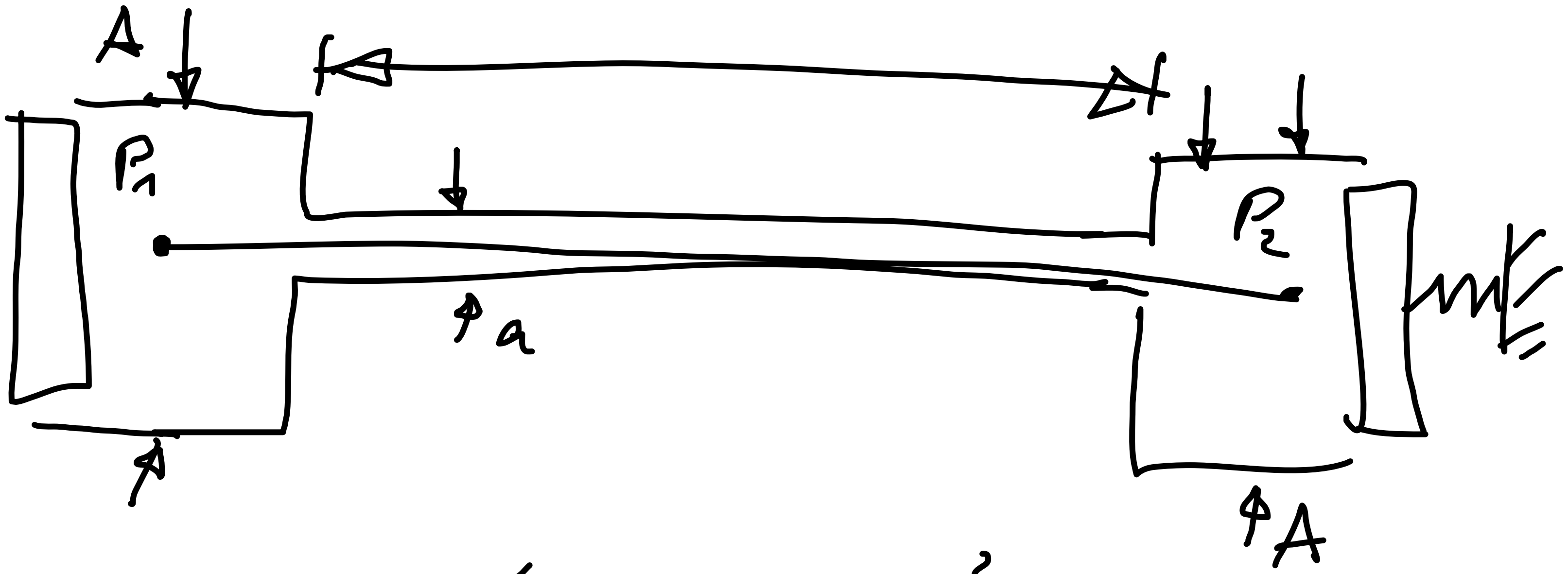
JA $\varrho = \varrho_0$

Nein Gasdynamik.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 16



$$p_1 + \cancel{\frac{\rho}{2} u_1^2} = p_2 + \cancel{\frac{\rho}{2} u_2^2} + \int_1^2 \rho \dot{u}\, ds$$

$$u_1 = \Omega \hat{z} \cos \Omega t$$

$$u = u_1 \frac{A}{a} = u_2 \frac{A}{a}$$

$$p_1 - p_2 = \int_1^2 \rho \dot{u}\, ds = \rho \dot{u} L$$

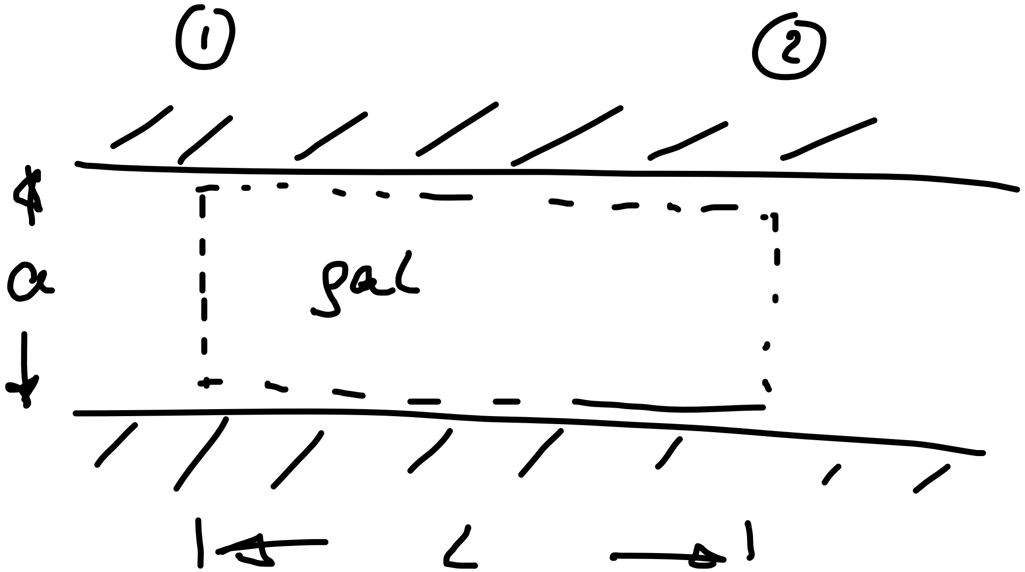
hydraulische Induktivität.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 16



$$p_1 \cancel{a} - p_2 \cancel{a} = \dot{u}\,\rho \cancel{a} L$$

$$p_1 - p_2 = \dot{u}\,\rho L$$ Trägheit der

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Analogie	E-Technik	Hydraulik
Potential	U Spannung	p Druck
Fluß	$I = \left\vert \int_a \vec{i} \cdot \vec{n} \, da \right\vert$ Strom	$Q = \left\vert \int_a \vec{u} \cdot \vec{n} \, da \right\vert$ Volumenstrom
Kapazität	$\frac{dU}{dt} C - I_1 + I_2 = 0$	$\frac{dp}{dt} V \mathcal{K}_{eff} - Q_1 + Q_2 = 0$
Induktivität	$U_1 - U_2 = L \frac{dI}{dt}$	$p_1 - p_2 = \rho \underbrace{\int_0^l \frac{A}{A(s)} ds}_{} \frac{dQ}{dt}$
Widerstand	$(U_1 - U_2)_V = R I$	$(p_1 - p_2)_V = \frac{\rho}{2} \frac{Q\vert Q\vert}{A^2} \zeta$

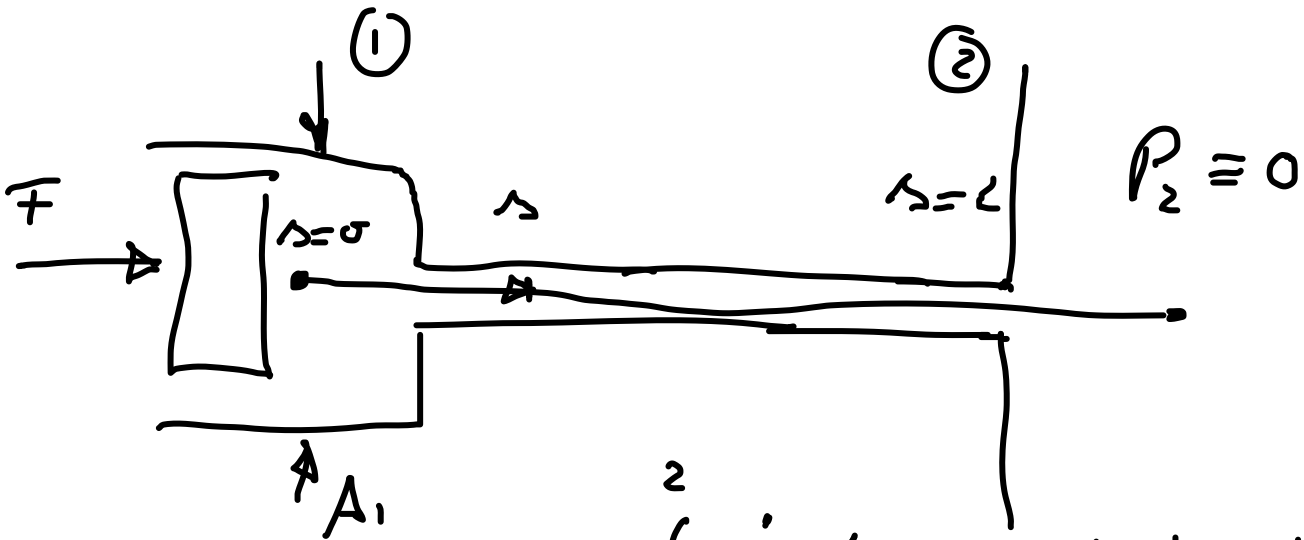
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 16

$$p_1 - p_2 = \varrho \underbrace{\int_1^2 \frac{A_1}{A(s)}\, ds}_{L_{eff}}\, \dot u_1 = \varrho L_{eff}\, \dot u_1$$

effektive Länge: $L_{eff} := \int_1^2 \frac{A_1}{A(s)}\, ds$.



$p_1 = \int_1^2 \varrho \dot u\, ds$ Konti: $u(s) = u_1 \frac{A_1}{A(s)}$

$= \varrho \dot u_1 L_{eff}$.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 16

Kraft zur Bewegung der Kolbens

$$F = p_1 A_1 = \dot{u}_1 A_1 \varrho L_{eff}.$$

$$F = \ddot{z}_1 m'$$

$m' = A_1 \varrho L_{eff} \gg$ schwere Masse m

Virtuelle Masse,
(Added mass.)

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 16