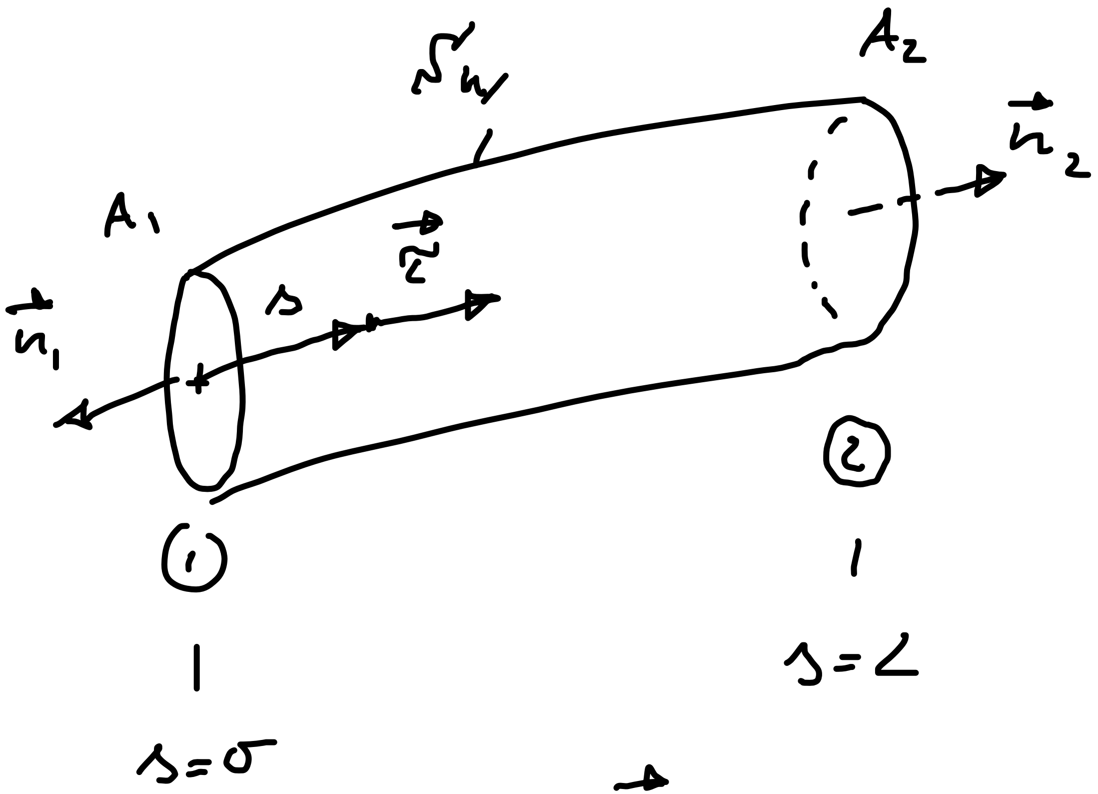
Hydraulisches Modellgesetz $\rightsquigarrow$ Impulssatz für eine Stromröhre.



$$\vec{k} = \rho \vec{f}$$

$$\frac{D\vec{I}}{Dt} = \vec{F}$$

$$\vec{I} = \int_V \rho \vec{u}\, dV \,, \qquad \vec{F} = \oint_S \vec{t}\, dS + \int_V \vec{f}\, dV \,.$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10

$$\int_0^L \frac{\partial}{\partial t}(\rho u \vec{\tau}) A \, ds - \rho_1 u_1^2 A_1 \vec{\tau}_1 + \rho_2 u_2^2 A_2 \vec{\tau}_2 + \qquad \vec{u} = u \vec{\tau}$$

$$+ \int_{S_W} \rho \vec{u} \, \underbrace{\vec{u} \cdot \vec{n} \, dS}_{\frac{\partial A}{\partial t} ds} = p_1 A_1 \vec{\tau}_1 - p_2 A_2 \vec{\tau}_2 +$$

$$+ \underbrace{\int_V \vec{f} \, dV}_{V} + \underbrace{\vec{F}_{S_W \to \text{Flüssigkeit}}}_{:= -\vec{F}}$$

$$\int_V -\nabla \psi \, dV = \oint -\psi \vec{n} \, dS$$

$$S: \; = \int_{A_1, A_2} -\psi \vec{n} \, dS$$

$\vec{F}$ Kraft der Flüssigkeit auf die benetzte Wand S_W

$$\vec{f} = \rho \vec{k} = -\nabla \psi$$

ψ ist das Potential der Volumenkraft.

Achtung: Wenn $\rho \neq$ const, dann ist i.d.R. kein Potential ψ anzugeben. Bsp. Schichtung der Atmosphäre.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 10

$$\underbrace{\int_0^L \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u A \vec{\tau}\right) ds}_{\leadsto \text{ hydraulische Induktivität.}} - \left(\rho_1 u_1^2 + \underbrace{p_1 + \psi_1}_{p_1^*}\right) A_1 \vec{\tau}_1 + \left(\rho_2 u_2^2 + p_2 + \psi_2\right) A_2 \vec{\tau}_2 = -\vec{F}$$

p_1^* piezometrischer Druck

Impulssatz für eine Stromröhre, sofern $\vec{f} = -\nabla\psi$.

$$\underbrace{\int_0^L \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho A\right) ds}_{\leadsto \text{ hydraulische Kapazität.}} - \rho_1 u_1 A_1 + \rho_2 u_2 A_2 = 0,$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

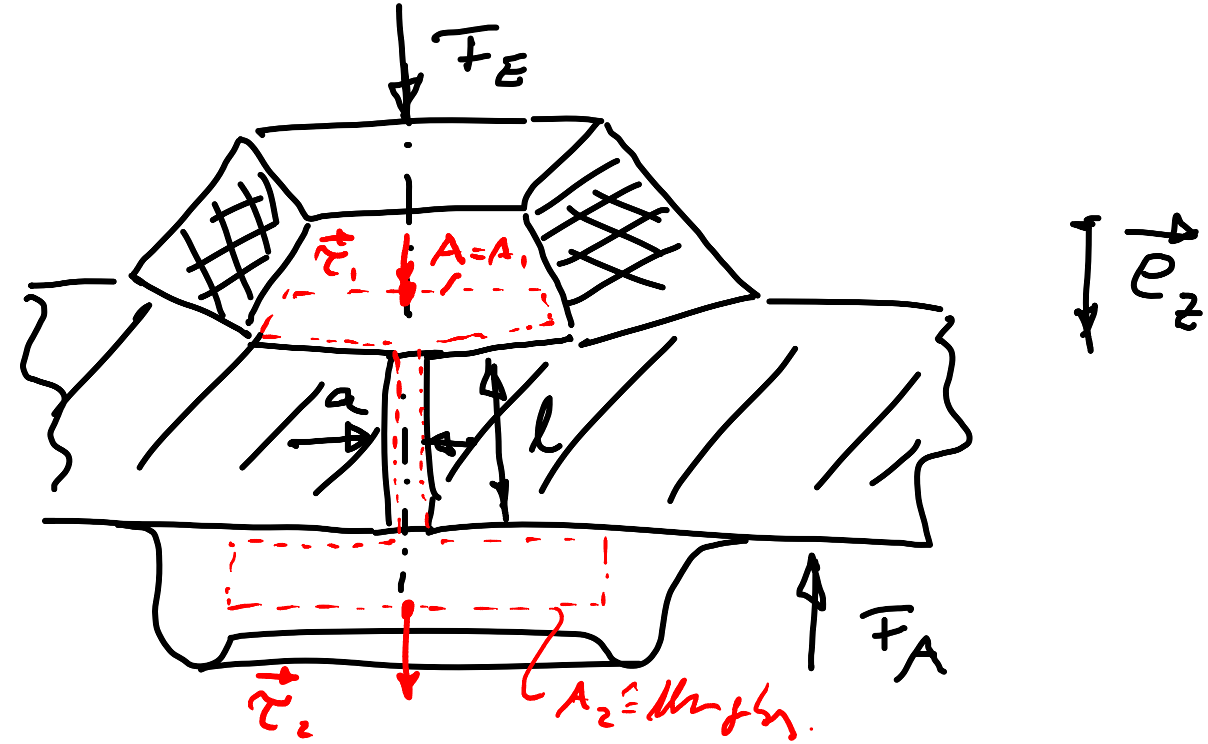
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 10

Anwendung Motorlager



eingeleitete Kraft $F_E = cz + pA$

ausgeleitete Kraft $F_A = cz + \vec{F}\cdot\vec{e}_z$

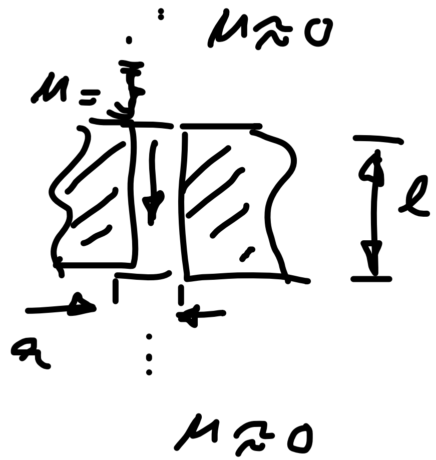
$\vec{F}$ Kraft der Flüssigkeit auf die Wände ∂V_0

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10

Impulssatz für die Stromröhre

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_2 = \vec{e}_z$$



$$\int_0^l \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho u A \vec{\tau}\right) ds = \rho \ddot{\xi} a l \vec{e}_z .$$

$$\vec{e}_z \left(\rho l a \ddot{\xi} - pA\right) = -\vec{F}$$

$$F_A = cz + pA - \underline{\rho l a \ddot{\xi}}$$

Hydraulische Induktivität.

ausgelenkt Kraft F_A

$$F_E = cz + pA$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10

Zum Druck (Druckaufbau ≙ konst.)

$$pV\varkappa_{eff} - zA + \xi a = 0$$

$$\leadsto \quad p = \frac{zA}{V\varkappa_{eff}} - \xi \frac{a}{V\varkappa_{eff}}$$

$$\boxed{F_A = cz + \frac{A^2}{V\varkappa_{eff}}\left[z - \frac{a}{A}\xi\right] - \rho a l \ddot{\xi}}$$

$$\ddot{\xi} + \underbrace{\frac{\zeta}{2l}\dot{\xi}\left|\dot{\xi}\right|}_{\text{nichtlineare Dämpfung.}} + \omega^2 \xi = \frac{A}{a}\omega^2 z$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

1. Möglichkeit: Sogar ohne Dämpfer

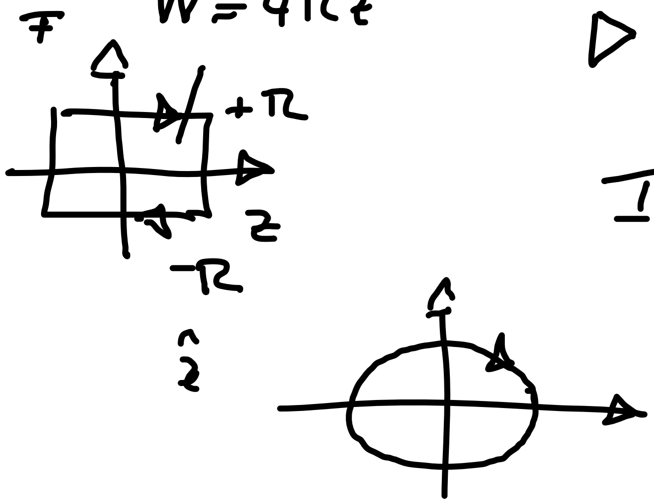
$\zeta = 0$, keine Dissipation

infolge Flüssigkeitsbewegung.

2. Möglichkeit: Linearisierung der

nichtlinearen Effekte.

$W = 4R\hat{z}$



▷ harmonische Balance ≙ Energetische Balance

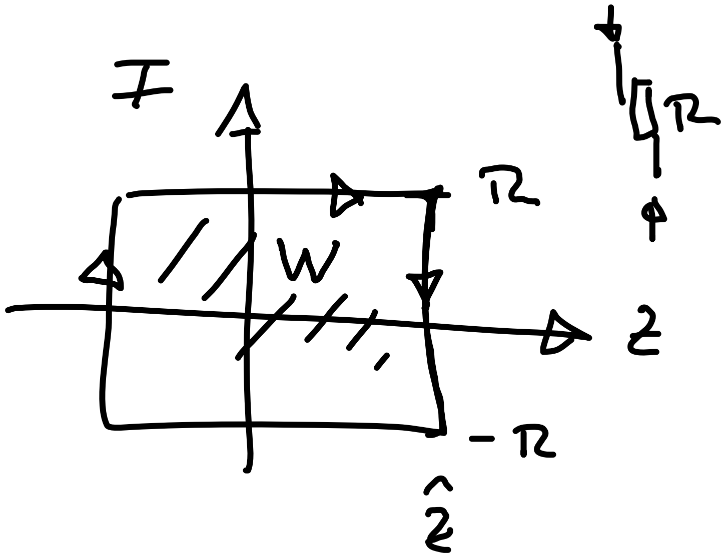
Idee: Ersetze der nichtlinearen Dämpfer durch ein linearen Dämpfungsglied.

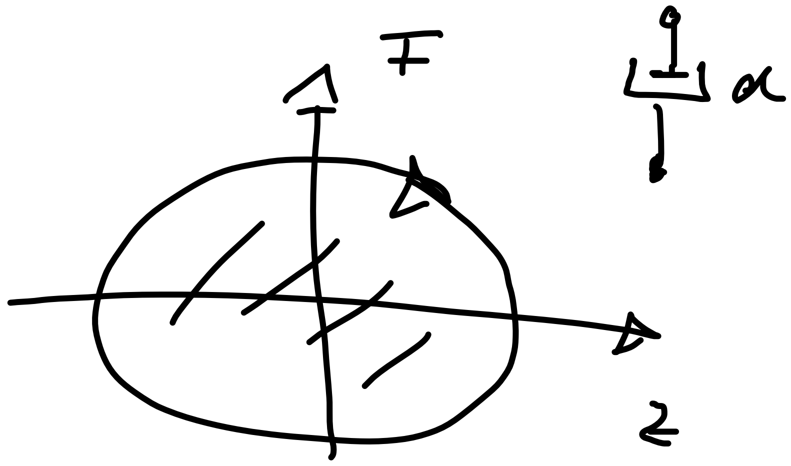
{ Energieverlust pro Schwingungsspiel ist identisch.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10





$$z = \hat{z}\sin\Omega t$$

nichtlinear

$$W = \oint F\,dz = 4R\hat{z}$$

linear

$$W = \oint F\,dz = \int_0^T F\frac{dz}{dt}\,dt$$

$$= \int_0^T d\,\dot{z}^2\,dt = \int_0^T d\,\hat{z}^2\Omega^2\sin^2\Omega t\,dt$$

$$= d\,\hat{z}^2\Omega\underbrace{\int_0^{2\pi}\sin^2\Omega t\,d(\Omega t)}_{\pi}$$

$$4R\hat{z} \overset{!}{=}$$

$$\boxed{d = \frac{4R}{\hat{z}\,\Omega}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

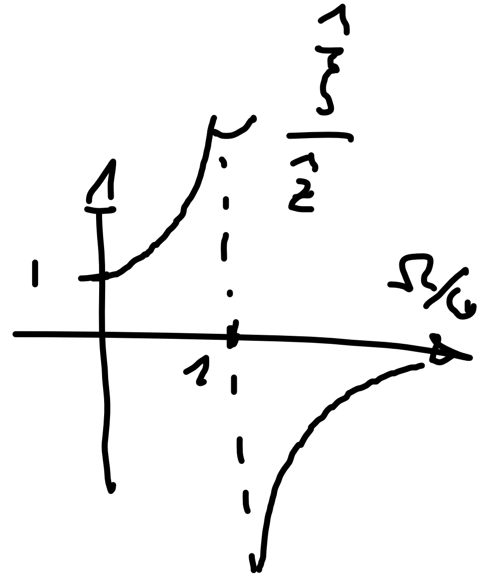
1

$$\ddot{\xi} + \omega^2 \xi = \omega^2 \frac{A}{a} z$$

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \hat{\xi} e^{i\Omega t} \\ z &= \hat{z} e^{i\Omega t} \end{aligned}\right\} \text{harmonischer Ansatz.}$$

$$\left(-\Omega^2 + \omega^2\right)\hat{\xi} = \omega^2 \frac{A}{a} \hat{z}$$

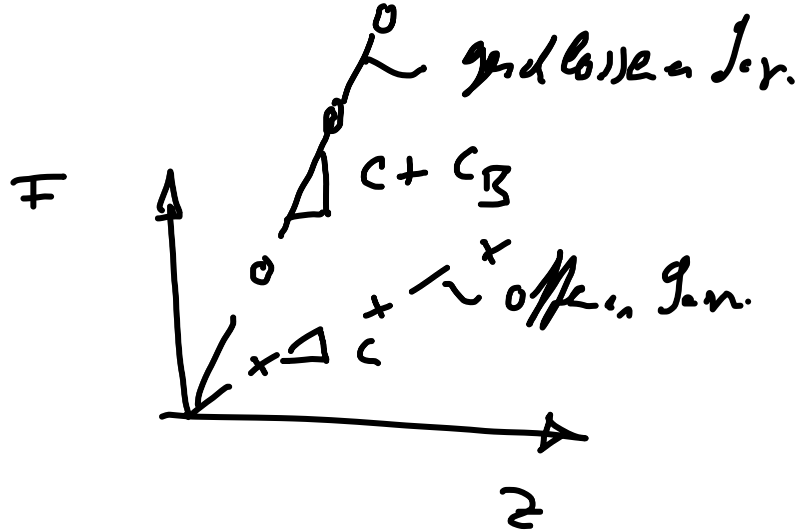
$$\frac{\hat{\xi}}{\hat{z}} = \frac{A}{a} \frac{1}{1-\left(\Omega/\omega\right)^2}$$



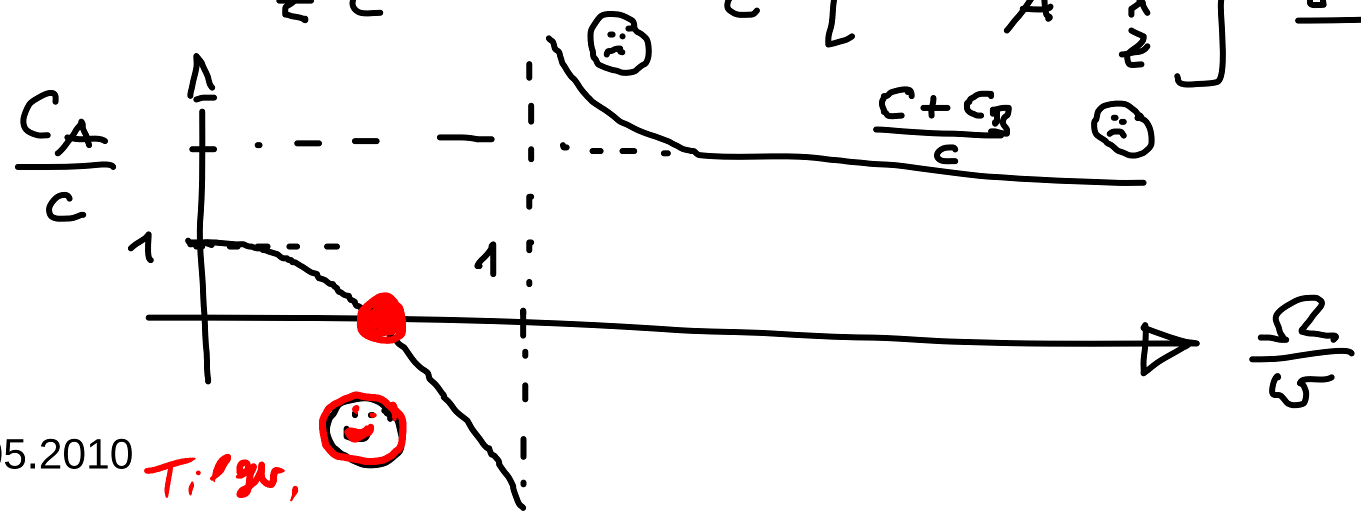
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10

$$F_A = cz + \underbrace{\frac{A^2}{V\varkappa_{eff}}}_{c_B}\left[z - \frac{a}{A}\zeta\right] - \rho a l \ddot{\zeta}$$



$$c_{A+} = \frac{c_A}{c} := \frac{\hat{F}_A}{\hat{z}\, c} = 1 + \frac{c_B}{c}\left[1 - \frac{a}{A}\frac{\hat{\zeta}}{\hat{z}}\right] + \frac{\rho a l \Omega^2}{c}\frac{\hat{\zeta}}{\hat{z}}$$



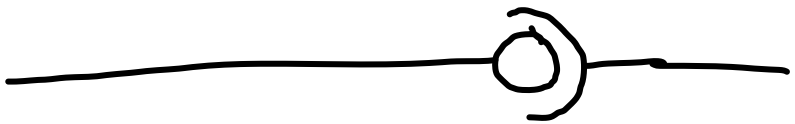
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

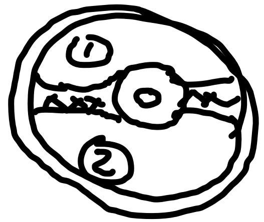
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Zur Übung

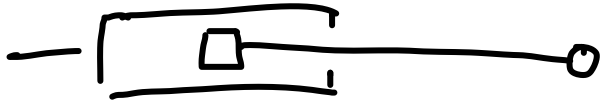


Kugelgelenk.



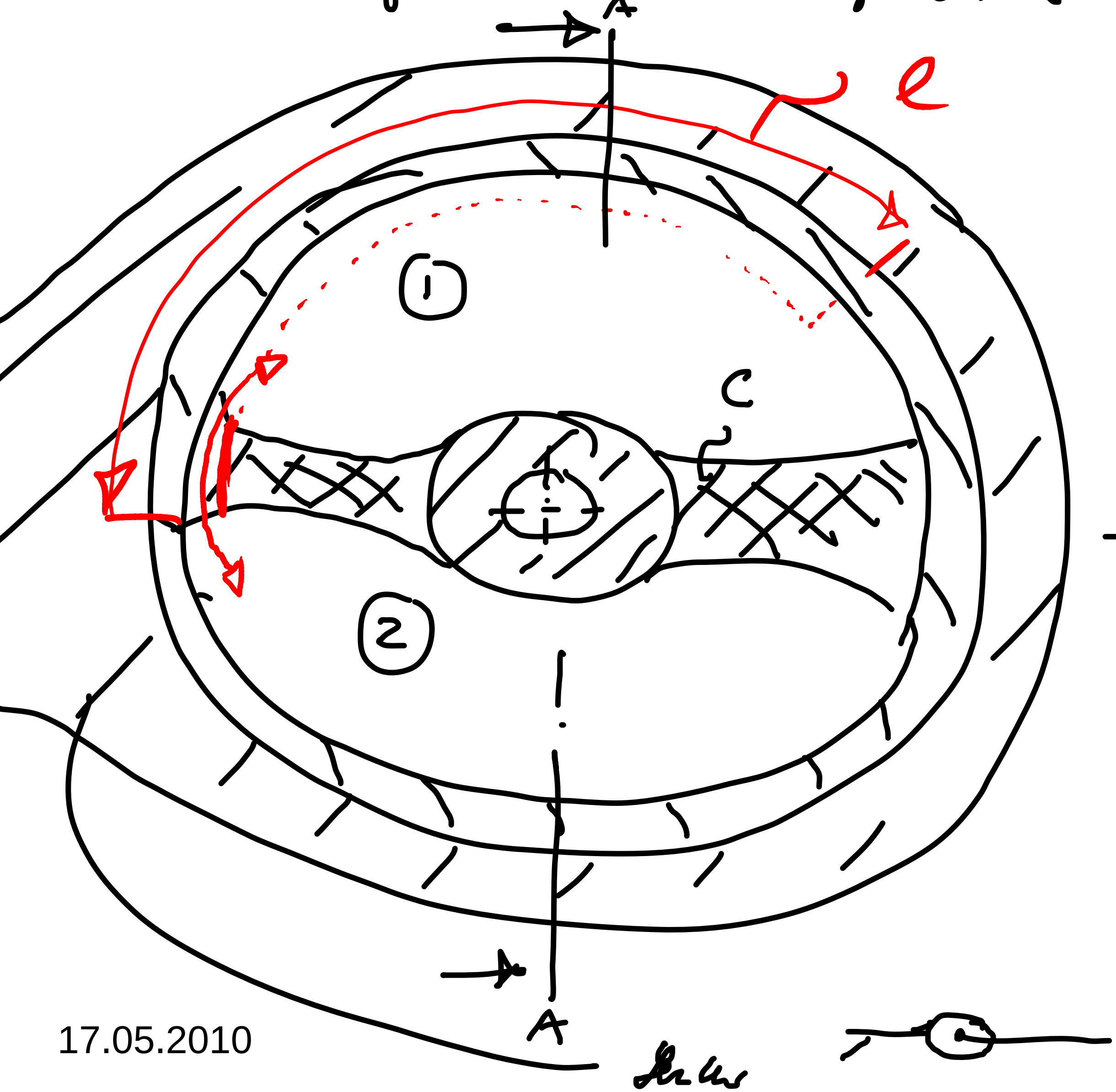
Scharniergelenk.

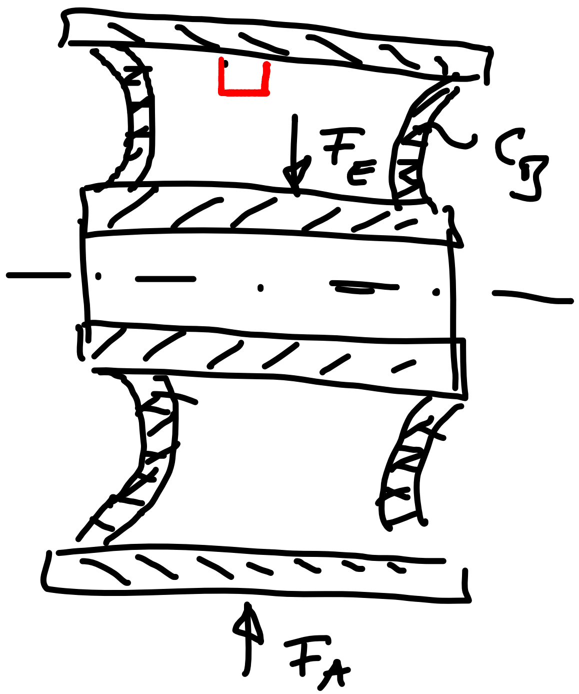
⋮



Drehschubgelenk.

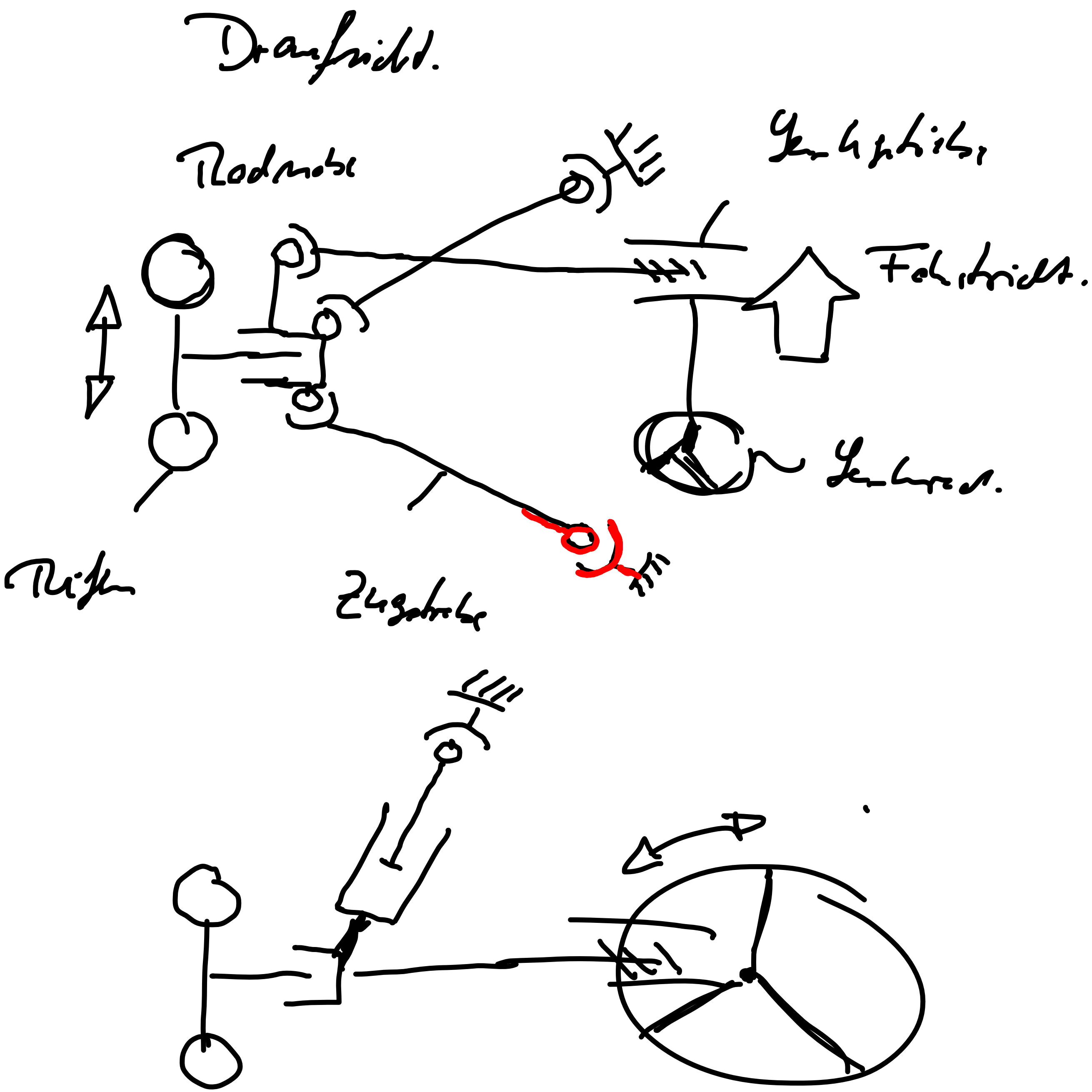
Ziel: Scharniergelenk mit hydraulischer Tilgerwirkung.





Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbo-maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Nachgiebigkeit und Schallgeschwindigkeit.

$$\varkappa = \frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial p} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial p}$$

$$= \varkappa_A + \varkappa_\rho$$

$$\varkappa_A = \begin{cases} \dfrac{1}{E}\dfrac{D_0}{e_0} & \dfrac{D_0}{e_0} \gg 1 \\[2ex] \dfrac{1}{E}\dfrac{D_0}{e_0}\left[\dfrac{2e_0}{D_0}(1+\nu) + \dfrac{D_0}{D_0+e_0}\right] & \\[2ex] \dfrac{2(1+\nu)}{E} & \dfrac{D_0}{e_0} \ll 1 \end{cases}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

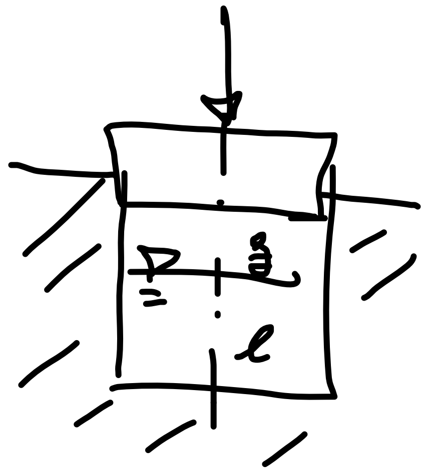
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Nachgiebigkeit der Flüssigkeit

$$\boxed{\mathcal{K}_g = \frac{1}{K}(1-\phi) + \phi\,\frac{1}{n p_0}}$$



K Kompressionsmodul der Flüssigkeit

n Polytropenexponent

p_0 statischer Druck des ungelösten Gas in der Flüssigkeit

$\phi = \frac{V_g}{V}$ Volumenanteil des ungelösten Gases.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 10