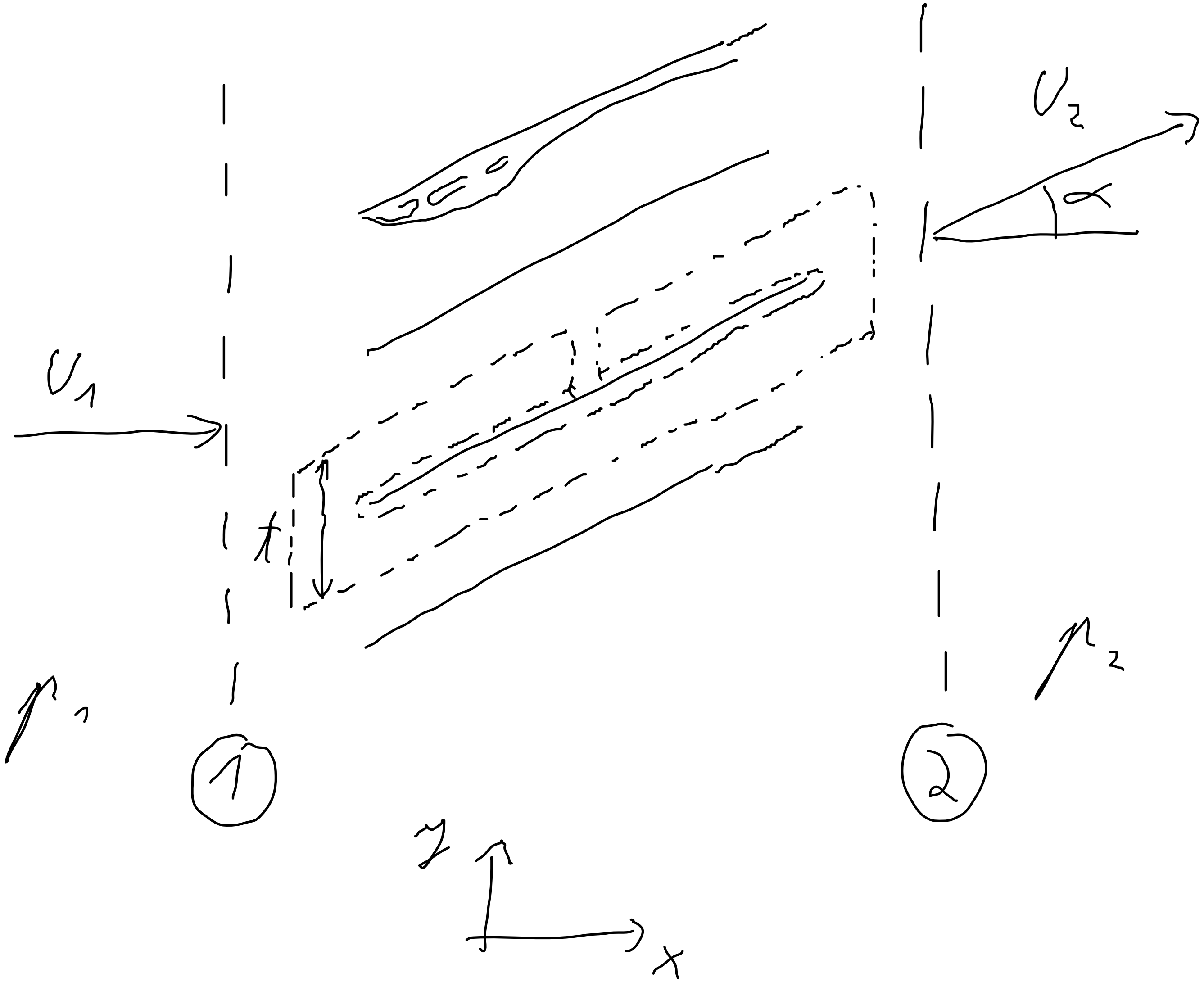
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 7

a) $U_2 = ?$

$$\iint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

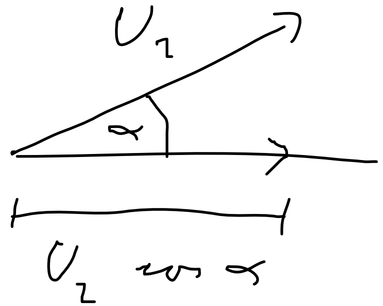
$$\Rightarrow \iint_S \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

$$\Rightarrow \iint_{S_1} \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS + \iint_{S_2} \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

$$S_1: \quad \vec{u} \cdot \vec{n} = -U_1$$

$$dS = dA$$

$$S_2: \quad \vec{u} \cdot \vec{n} = U_2 \cdot \cos\alpha$$



$$dS = dA$$

$$\Longrightarrow -U_1 \cancel{A_1} + U_2 \cos\alpha \, \cancel{A_1} = 0$$

$$\Longrightarrow \boxed{U_2 = \frac{U_1}{\cos\alpha}}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

b) $\vec{F}$ auf eine Platte gefragt

$$\underbrace{\iiint_V \cancel{\frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t}}\, dV}_{0} + \iint_S \rho \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{n})\, dS$$

$$= \iint_S \vec{t}\, dS$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 7

$S_1: \quad \vec{u} \cdot \vec{n} = -U_1 \quad ; \quad dS = dA$

$\vec{u} = U_1 \, \vec{e}_x$

$S_2: \quad \vec{u} \cdot \vec{n} = U_2 \cos\alpha \quad ; \quad dS = dA$

$\vec{u} = U_2 \cos\alpha \, \vec{e}_x + U_2 \sin\alpha \, \vec{e}_y$

$\iint_S \vec{t} \, dS$

$S_1: \quad \vec{t} = -p\,\vec{n} = p_1 \cdot \vec{e}_x \quad ; \quad dS = dA$

$S_2: \quad \vec{t} = -p_2 \cdot \vec{e}_x \quad ; \quad dS = dA$

$S_p: \quad \vec{F}_{\text{Flügel} \rightarrow \text{Fluid}}$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 7

$$-\rho u_1^2 t \vec{e}_x + \rho u_2^2 t \cos\alpha \left(\cos\alpha \, \vec{e}_x + \sin\alpha \, \vec{e}_y\right) = -\vec{F}_{Fluid \to Flügel} + p_1 t \vec{e}_x - p_2 t \vec{e}_x$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{Fluid \to Fluegel} = (p_1 - p_2) t \vec{e}_x + \rho u_1^2 t \vec{e}_x - \rho u_2^2 t \cos\alpha \left(\cos\alpha \, \vec{e}_x + \sin\alpha \, e_y\right)$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

$$F_x = \vec{F}_{Fluid \to Flü} \cdot \vec{e}_x = (p_1 - p_2) A$$

$$+ \rho u_1^2 A - \rho \underbrace{u_2^2}_{\text{aus a)}} \cos^2 \alpha \, A$$

$$\boxed{F_x = (p_1 - p_2) A}$$

$$F_y = \vec{F}_{Fluid \to Flü} \cdot \vec{e}_y = - \rho \underbrace{u_2^2}_{\text{aus a)}} \cos \alpha \sin \alpha \cdot A$$

$$\boxed{F_y = - \rho u_1^2 \tan \alpha \, A}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 7

c)

$$F_t = ?$$

$$F_t = F_x \cos\alpha + F_y \sin\alpha$$

$$F_t = (p_1 - p_2)\,t \cos\alpha - \rho u_1^2 \tan\alpha \; t \sin\alpha$$

$$F_t \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow (p_1 - p_2)\,t \cos\alpha - \rho u_1^2 \tan\alpha \cdot t \cdot \sin\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{p_1 - p_2 = \rho u_1^2 \tan^2(\alpha)}$$

d)

$$\Delta p_v = ? \quad \Rightarrow \quad \zeta = \frac{\Delta p_v}{\frac{\rho}{2} u_1^2}$$

Bernoulli von ① → ②

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \Delta p_v$$

aus a) $$v_2 = \frac{v_1}{\cos\alpha}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 7

$$\Delta p_v = (p_1 - p_2) + \frac{\rho}{2} U_1^2 \left(1 - \frac{1}{\cos^2\alpha}\right)$$

aus c)

$$p_1 - p_2 = \rho U_1^2 \tan^2\alpha$$

$\Rightarrow$

$$\Delta p_v = \rho U_1^2 \tan^2\alpha + \frac{\rho}{2} U_1^2 \left(1 - \frac{1}{\cos^2\alpha}\right)$$

$$= \frac{\rho}{2} u_1^2 \left(2 \cdot \tan^2\alpha + 1 - \frac{1}{\cos^2\alpha}\right)$$

$$= \frac{\rho}{2} u_1^2 \left(\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \underbrace{\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha}}_{0}\right)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 7

$$\Delta p_v = \frac{\rho}{2} v_1^2 \tan^2 \alpha$$

$$\zeta = \frac{\Delta p_v}{\frac{\rho}{2} v_1^2} = \tan^2 \alpha$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 7