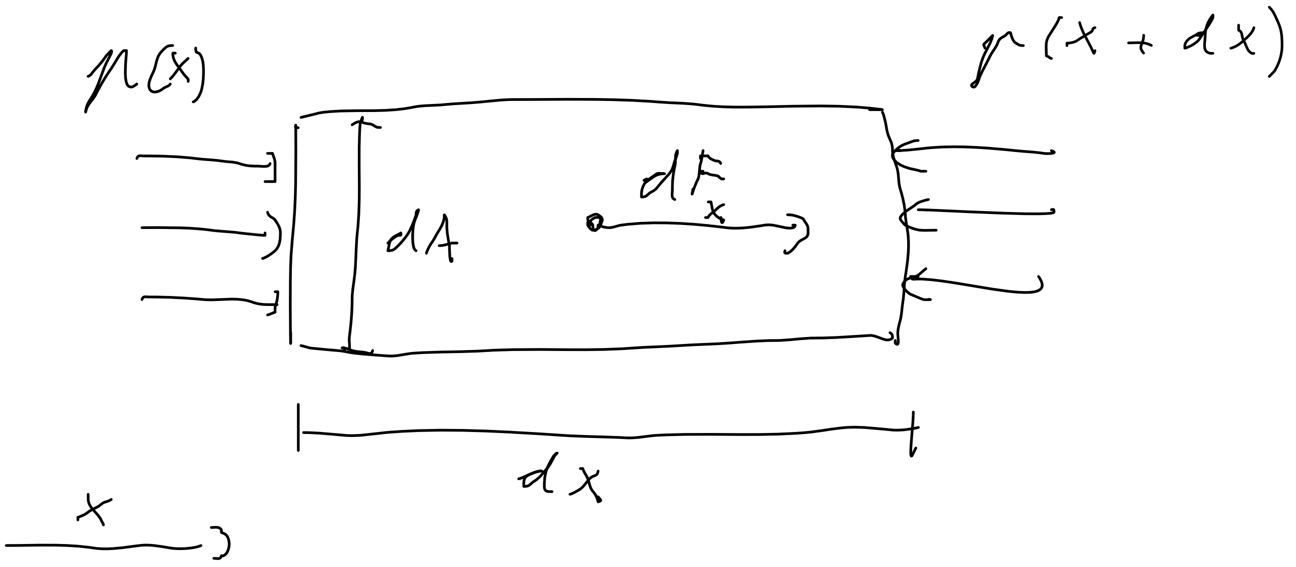
Klausurtermin

27.07.2010

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1



$$dF_x = f_x \, dV$$

$$\rightarrow: \quad p(x)\, dA + dF_x - p(x + dx)\, dA = 0$$

$$p(x + dx) = p(x) + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$$p(x)\,dA + f_x\,dV - p(x)\,dA - \frac{\partial p}{\partial x}\,dx\,dA = 0$$

$$\Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= f_x \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= f_y \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= f_z \end{aligned}\right\} \quad \nabla p = \vec{f}$$

Hydrostatische Grundgleichung

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

$$\text{rot}\,\vec{f} = 0$$

Notwend. Bedingung für Potential der Volumenkräfte

Potential der Volumenkräfte:

$\Omega(x, y, z)$ so daß

$$f_x = \frac{\partial \Omega}{\partial x}\,; \quad f_y = \frac{\partial \Omega}{\partial y}\,; \quad f_z = \frac{\partial \Omega}{\partial z}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Bsp.:

$$\Omega = -\rho g z \quad \text{dann} \quad \frac{\partial \Omega}{\partial x} = f_x = 0$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial y} = f_y = 0 \quad \text{u.} \quad \frac{\partial \Omega}{\partial z} = f_z = -\rho g$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} ; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \Omega}{\partial y} ; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z}$$

$$\nabla p = \nabla \Omega$$

$$\Rightarrow \quad p = \Omega + \varphi(y, z)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \varphi(z)$$

mit (3)

$$\frac{d\varphi}{dz} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = C = \text{konst}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{p = p_0 + \Omega}$$

<u>Bsp</u>: $\Omega = -\rho g z$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

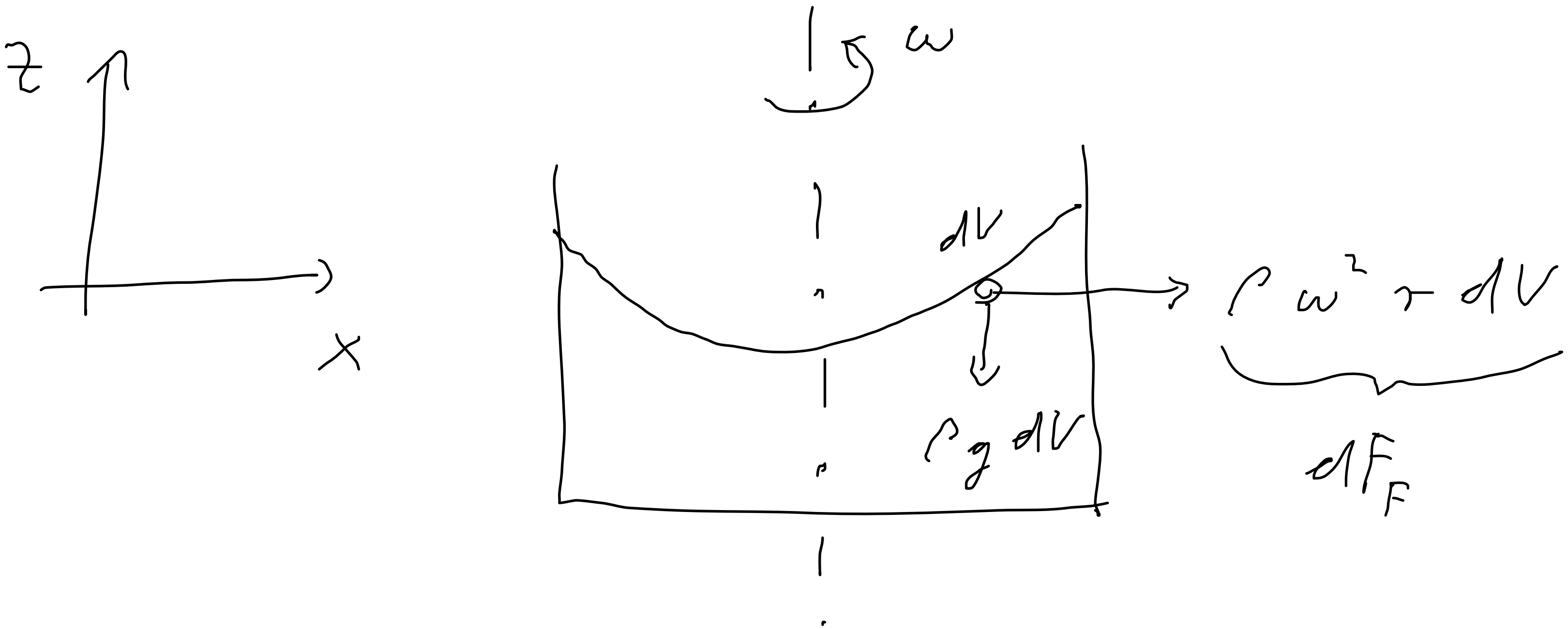
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$$\Rightarrow \quad p = p_0 - \rho g z$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

Potential einer rot. Flüssigkeit



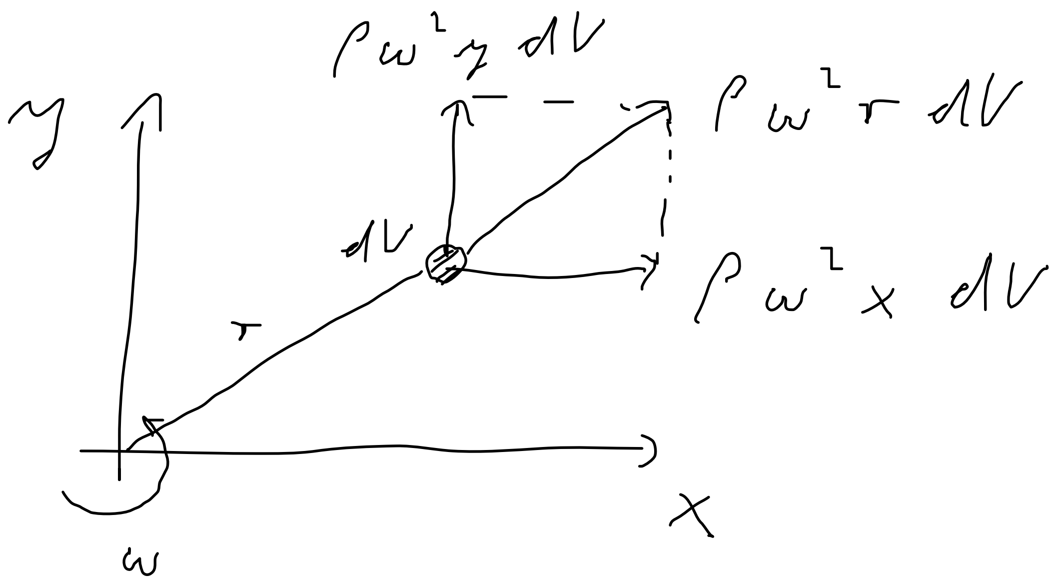
Komponenten der spez. Volumenkraft:

$$f_z = -\rho g$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1



Komponenten der spez. Volumenkraft:

$$f_z = -\rho g \qquad f_x = \rho \omega^2 x \qquad f_y = \rho \omega^2 y$$

$$\Omega = \frac{1}{2}\rho\omega^2 \underbrace{(x^2+y^2)}_{r^2} - \rho g z$$

$$\Omega = \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2 - \rho g z$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

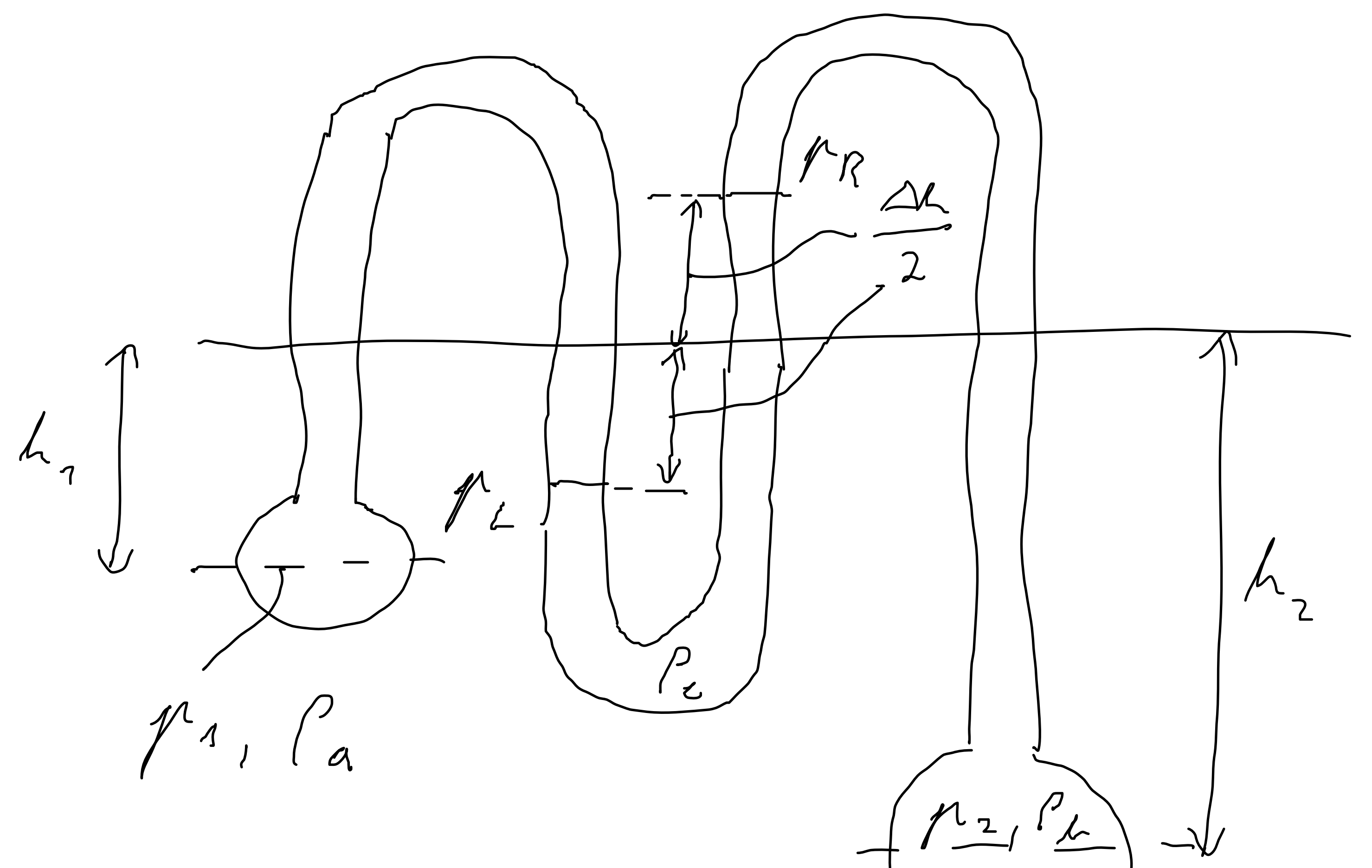
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

$$p = p_0 + \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 - \rho g z$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

1) U-Rohr-Manometer



$$p_1 - p_2 = ?$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

$$p + \rho g z = C \quad \checkmark$$

$$p_1 + \rho_a g(-h_1) = p_L + \rho_a g\left(-\frac{\Delta h}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad p_L = p_1 + \rho_a g\left(\frac{\Delta h}{2} - h_1\right)$$

$$p_R = p_2 - \rho_b g\left(\frac{\Delta h}{2} + h_2\right)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$$p_L - p_R = p_1 - p_2 + \frac{\Delta h}{2} g \left(\rho_a + \rho_b\right) - g\left(\rho_a h_1 - \rho_b h_2\right)$$

Aus $p_L - p_R = \rho_c \, g \, \Delta h$

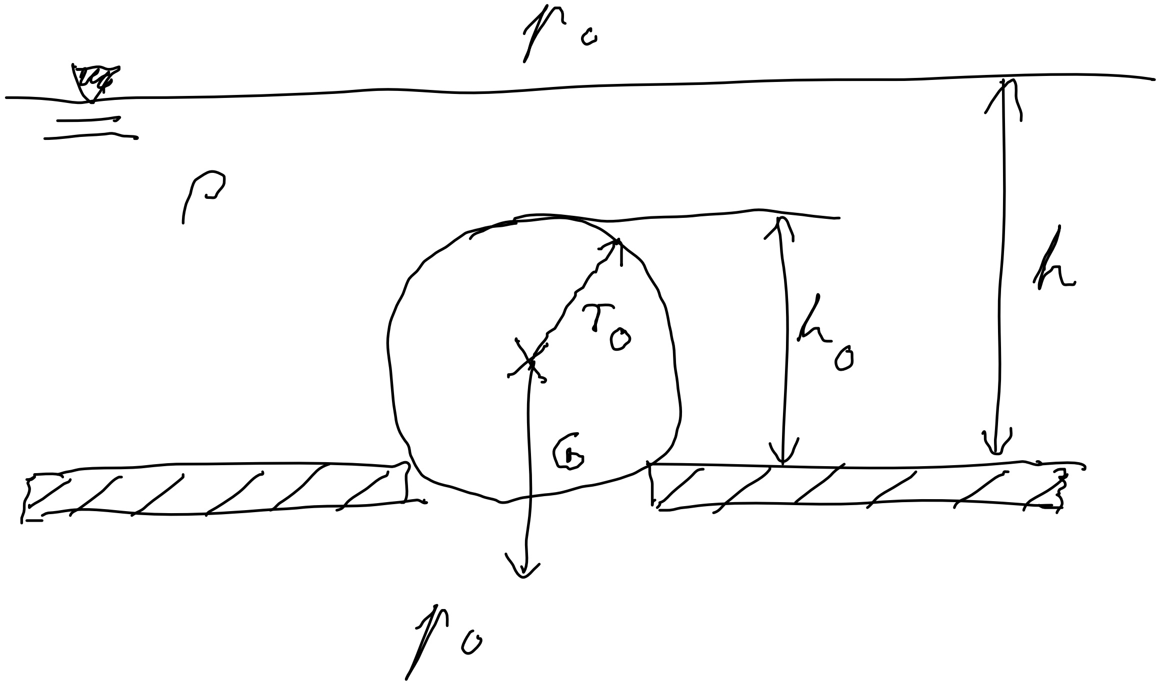
$$\Rightarrow \boxed{p_1 - p_2 = \rho_c \, g \, \Delta h \left(1 - \frac{\rho_a + \rho_b}{2 \rho_c}\right) + g\left(\rho_a h_1 - \rho_b h_2\right)}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

2) Kugel als Dichtelement



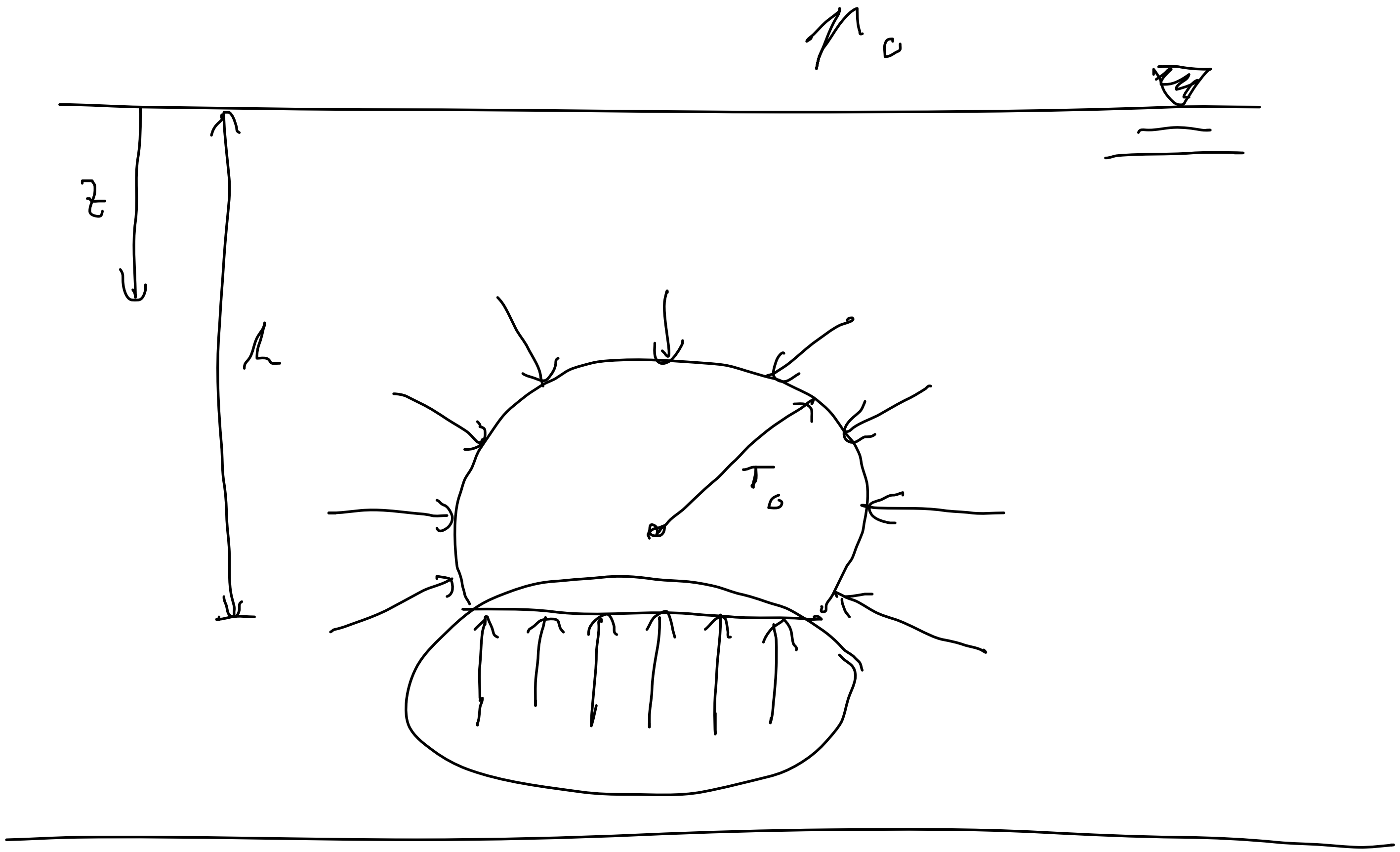
a)

Archimedisches Prinzip:

$$F_A = \rho g V$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1



$$F_A = \rho g V_{Kal} = \rho g \frac{\pi}{3} h_0^2 (3 r_0 - h_0)$$

$$F_{theo} = p(z = h) \cdot A$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

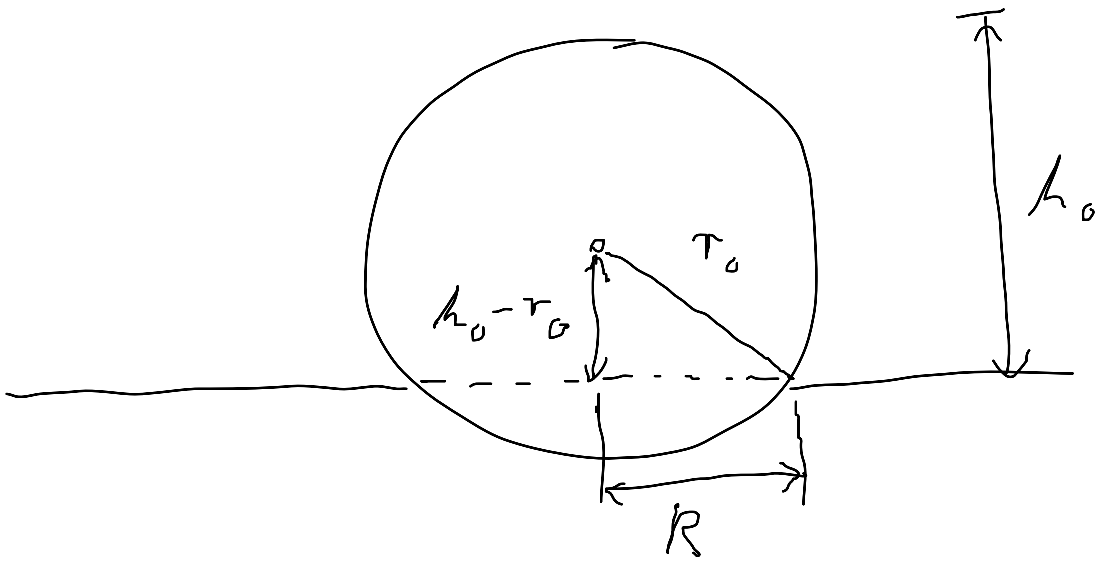
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

$$F_{theo} = \rho g h A$$

$$\uparrow: F = G - (F_A - F_{theo})$$

$$F = G - \rho g \frac{\pi}{3} h_0^2 (3 r_0 - h_0) + \rho g h \underset{\sim}{A}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1



$$R^2 = r_0^2 - (h_0 - r_0)^2$$

$$A = \pi R^2 = \pi h_0 (2 r_0 - h_0)$$

$$F =$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

$$F = G - \rho g h_0^2 (3 r_0 - h_0) + \rho g h h_0 \pi (2 r_0 - h_0)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

$$F_{\text{über}} = (p_0 + \rho g h) \cdot A \quad \checkmark$$

$$F_{p_0} = p_0 \cdot A$$

$$F = G - (F_A - F_{\text{über}}) + F_{p_0}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

b)

$$F = G$$

$$\rho g h_0^2 \frac{\pi}{3} (3 r_0 - h_0)$$

$$= \rho g h h_0 \pi (2 r_0 - h_0)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{h_0}{r_0} = \frac{3}{2}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

a)

$\Omega = ?$

$$p = p_0 - \rho g z + \frac{\rho}{2}\Omega^2 r^2$$

$$p_K = p_0 + \frac{\rho}{2}\Omega^2 R^2 + \rho g H$$

Unterhalb des Kolbens:

$$\uparrow: \quad F_S + p_0 A = p_K \cdot A$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

$$\underbrace{\frac{F_S}{2\pi R \cdot s}}_{A} + p_0 = p_0 + \frac{\rho}{2}\Omega^2 R^2 + \rho g H$$

$$\Rightarrow \boxed{\Omega = \left(\frac{F_S}{\rho \pi R^3 s} - \frac{2gH}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \checkmark$$

b)

H' bei $\Omega' = 2\Omega$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1

$$\left(\frac{F_s}{\rho \pi R^3 s} - \frac{2 g H'}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{F_s}{\rho \pi R^3 s} - \frac{2 g H}{R^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{H' = 4 H - \frac{3}{2} \frac{F_s}{\rho g \pi R s}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 1