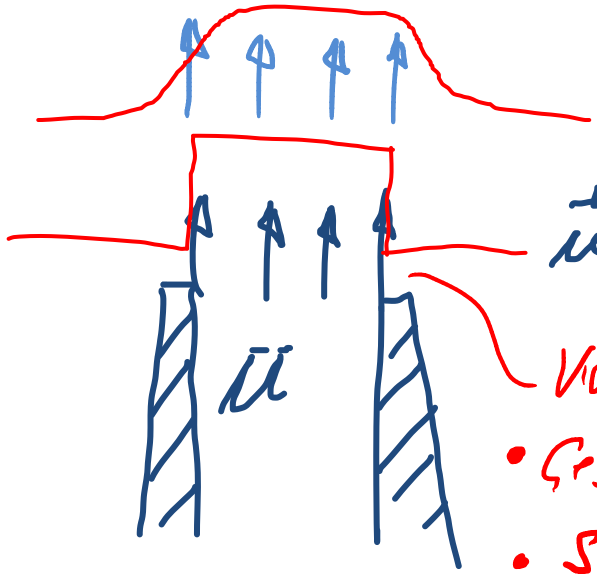
Wirbelsätze

4) Wie entsteht ein Wirbel?

Strömung mit „sehr kleinen" Re-Zahl

z.B. Freistrahl



$\vec{u} \approx 0$

Vorticitätsschicht

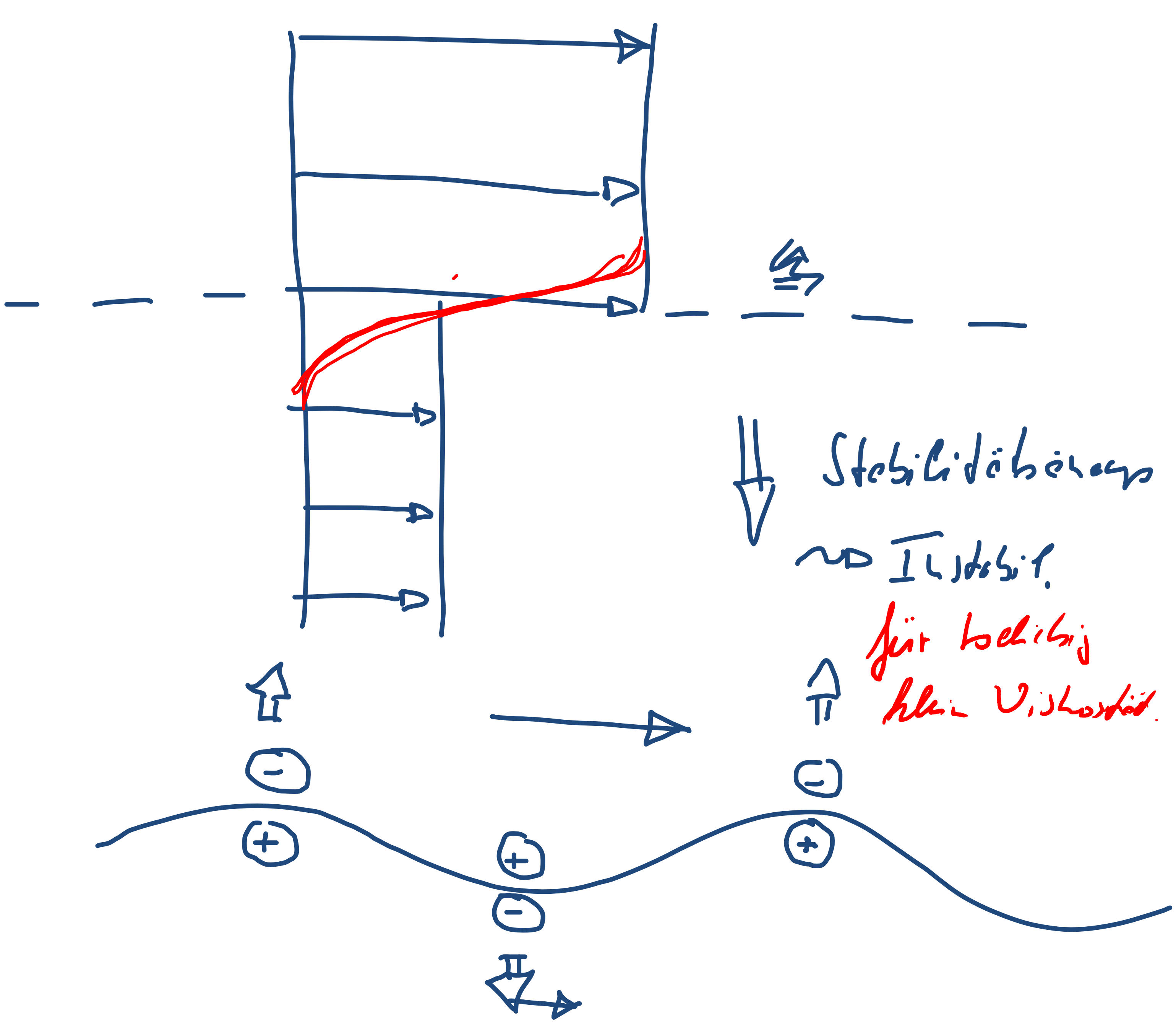
- Geschwindigkeitssprung
- Scherschicht

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11

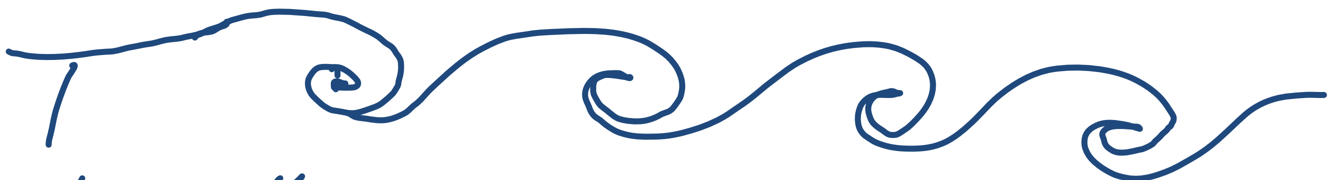


TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

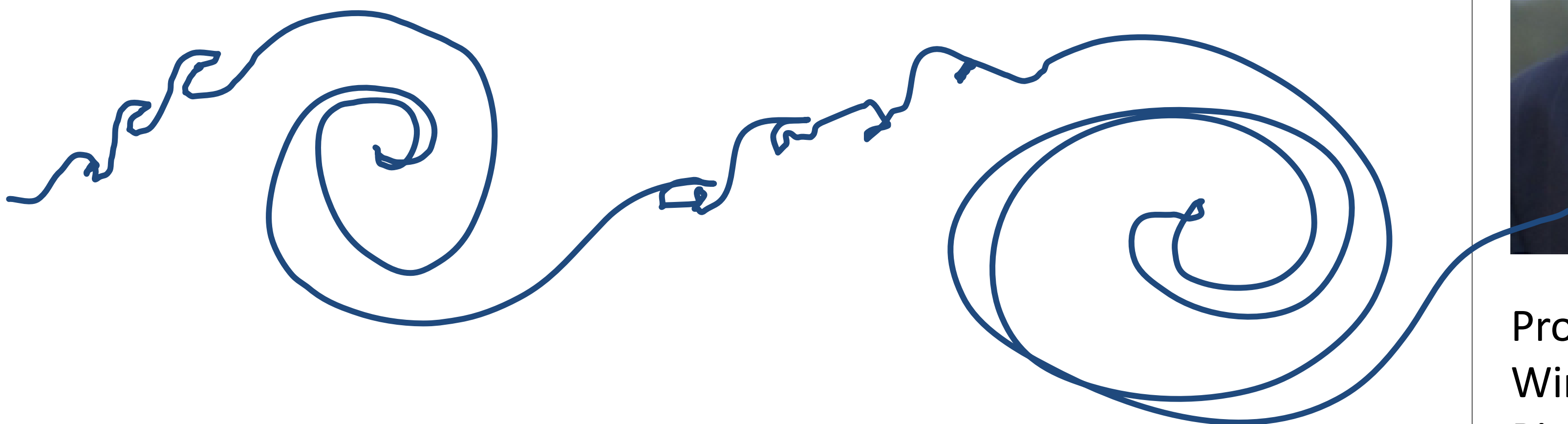
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11

kleine Wirbel

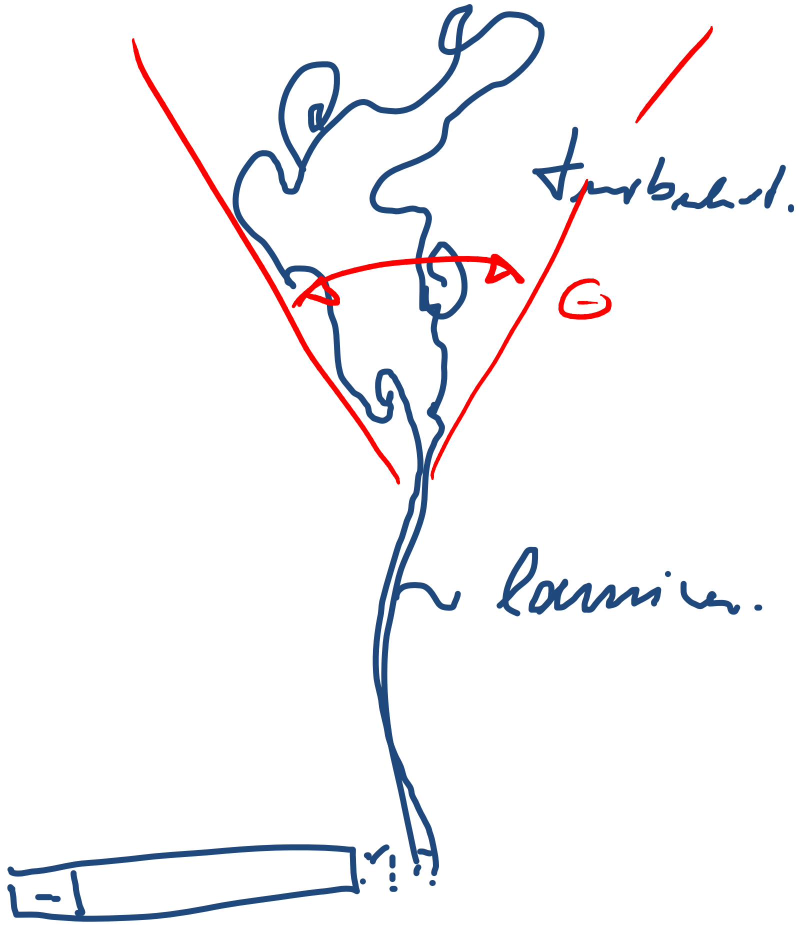


materielle Linie.

rollen sich zu
große Wirbel auf.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

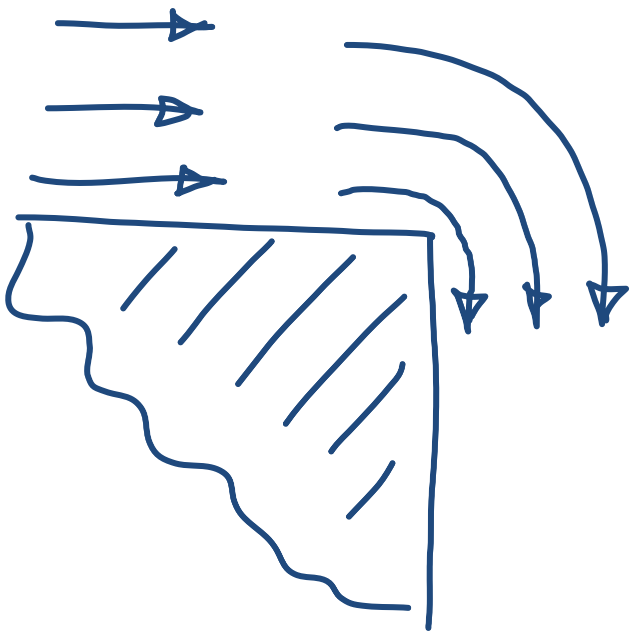


TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11

$\eta = 0$



$\eta \approx 0$

Anfahrvorgang.

Prandtl.

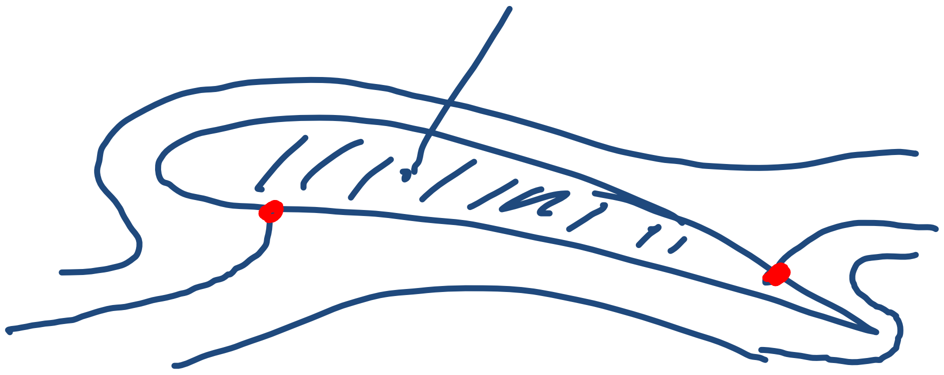
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

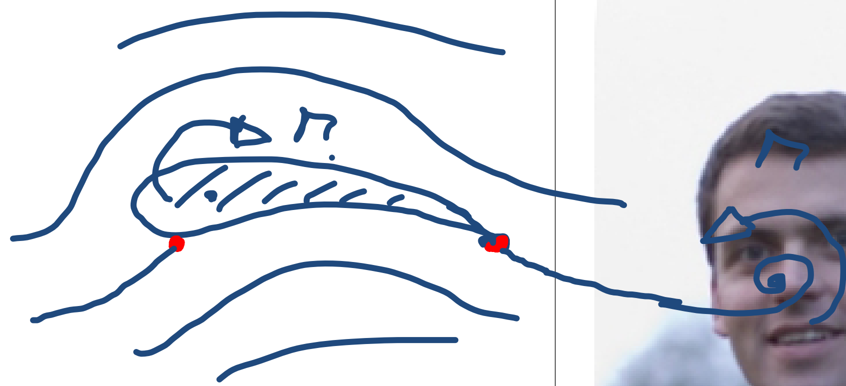
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11

Auftriebskörper (Versuch von Prandtl.)

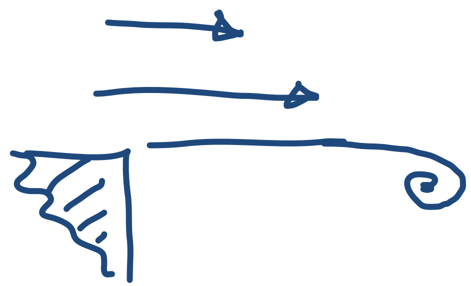
$\eta = 0, \quad \Gamma = 0.$



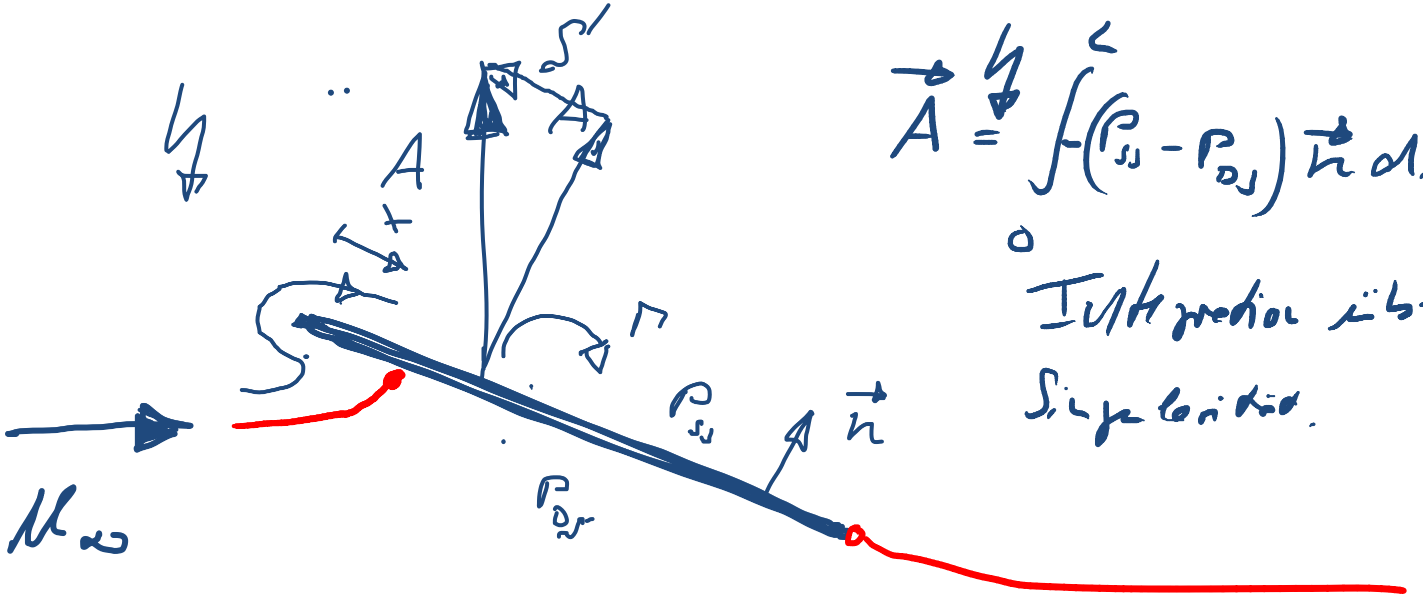
$\eta \approx 0. \quad \Gamma < 0$



Umströmung der Hinterkante.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11



$$\vec{A} = \int_0^L (p_{SS} - p_{DS})\,\vec{n}\,dx$$

Integration über eine Singularität.

Vorderkantenumströmung ist kritisch hinsichtlich der Strömungsverluste:

⇝ p wird singulär an der Vorderkante.

$p \to -\infty$.

Auftrieb steht senkrecht auf der Anströmung bei ebener, reibungsfreier Strömung.

d'Alemberts Paradox.

S' ist eine Saugkraft in Profilrichtung.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11

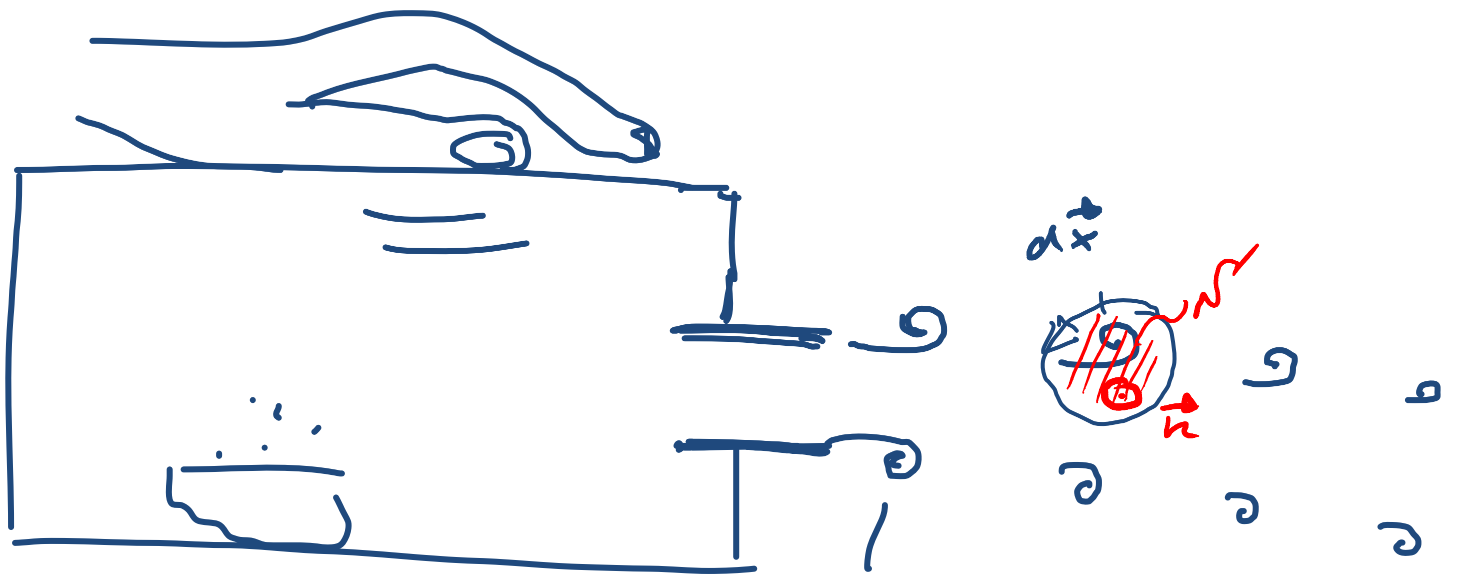
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Hinweis: Spezielle Aufgabenstellung

Vorderkantenumströmung.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11



Wirbelringe.

Stärke eines Wirbels wird über die Zirkulation gemessen.

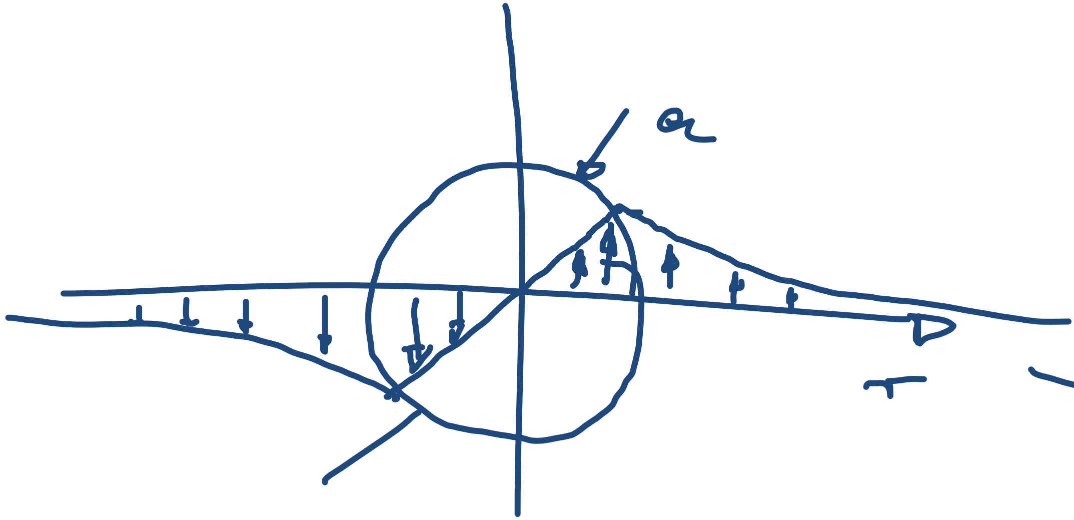
$$\Gamma := \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{x} \underset{\text{Stokescher Satz}}{=} \int_S \operatorname{rot} \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS$$

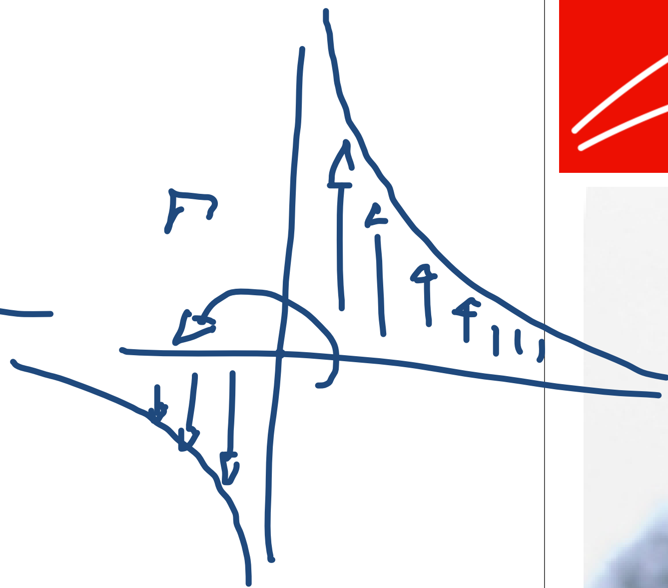
$$\frac{1}{2} \operatorname{rot} \vec{u} = \vec{w}$$

$\vec{w}$ ist der Vektor der Drehgeschwindigkeit eines Flüssigkeitsteilchens.

Burgers Wirbelmodell

Potentialwirbel





Wirbelkern vom Radius a.

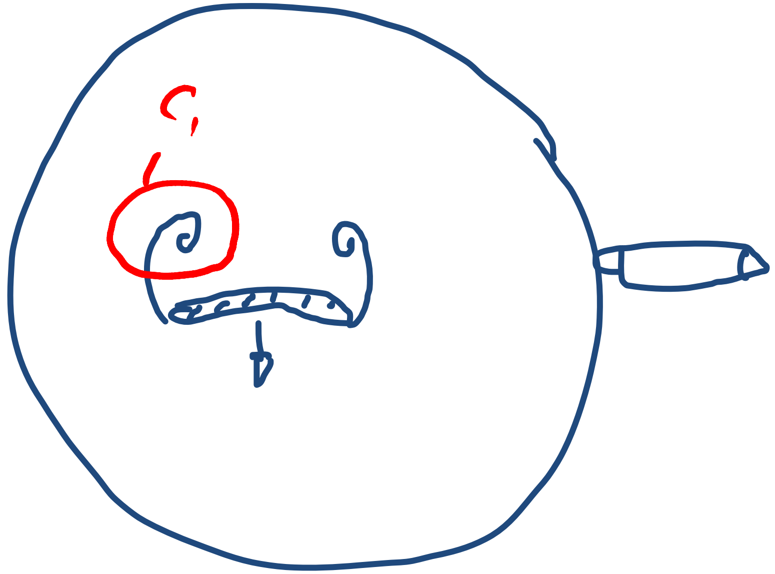
Starrkörperdrehung

$r \le a \quad u_\varphi = \Omega r$

$r > a \quad u_\varphi = \Omega a \frac{a}{r}$

$\Gamma = \Omega a^2 2\pi.$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz



$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \frac{D}{Dt}\oint_{C(\cancel{t})} \vec{u}\cdot d\vec{x} = \oint_{C(t)} \frac{D\vec{u}}{Dt}\cdot d\vec{x} + \vec{u}\cdot\frac{D\,d\vec{x}}{Dt}$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\Delta\vec{u} \qquad \frac{D\,d\vec{x}}{Dt} = d\vec{u}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Annahme 1 Reibungsfreie Strömung.

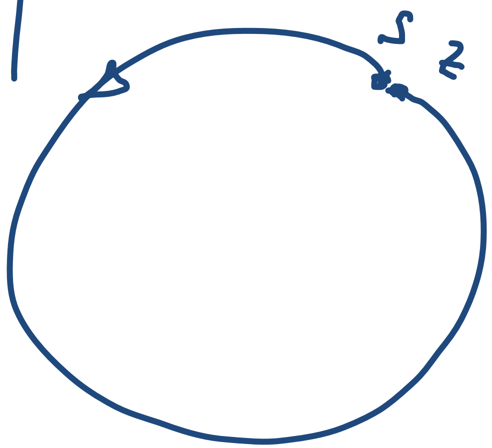
$$\frac{D\Gamma}{Dt} = \oint_C -\frac{\nabla p}{\rho}\cdot d\vec{x} + \vec{u}\cdot d\vec{u}$$

$$= \oint_C -\frac{dp}{\rho} + \cancel{d\left(\frac{u^2}{2}\right)}$$

$$= \int -\cancel{d\mathcal{P}} + d\,\frac{u^2}{2}$$

$d\mathcal{P} = \frac{dp}{\rho}$ für $p(\rho)$ barotrope Strömung.

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = -\mathcal{P}\Big|_s^z + \frac{u^2}{2}\Big|_s^z = 0.$$



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11

$$\boxed{\frac{D\Gamma}{Dt} = 0}$$ für reibungsfreie barotrope Strömung.

$$dP = \frac{dp}{\rho}$$ für $p(\rho)$ z.B.

$\rho = \text{const.}$

$p = \rho R T \quad T = \text{const}$

$p = c\rho^{\gamma} \quad s = \text{const.}$

„Kelvinscher Wirbelsatz" =

Thomsonscher Wirbelsatz.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

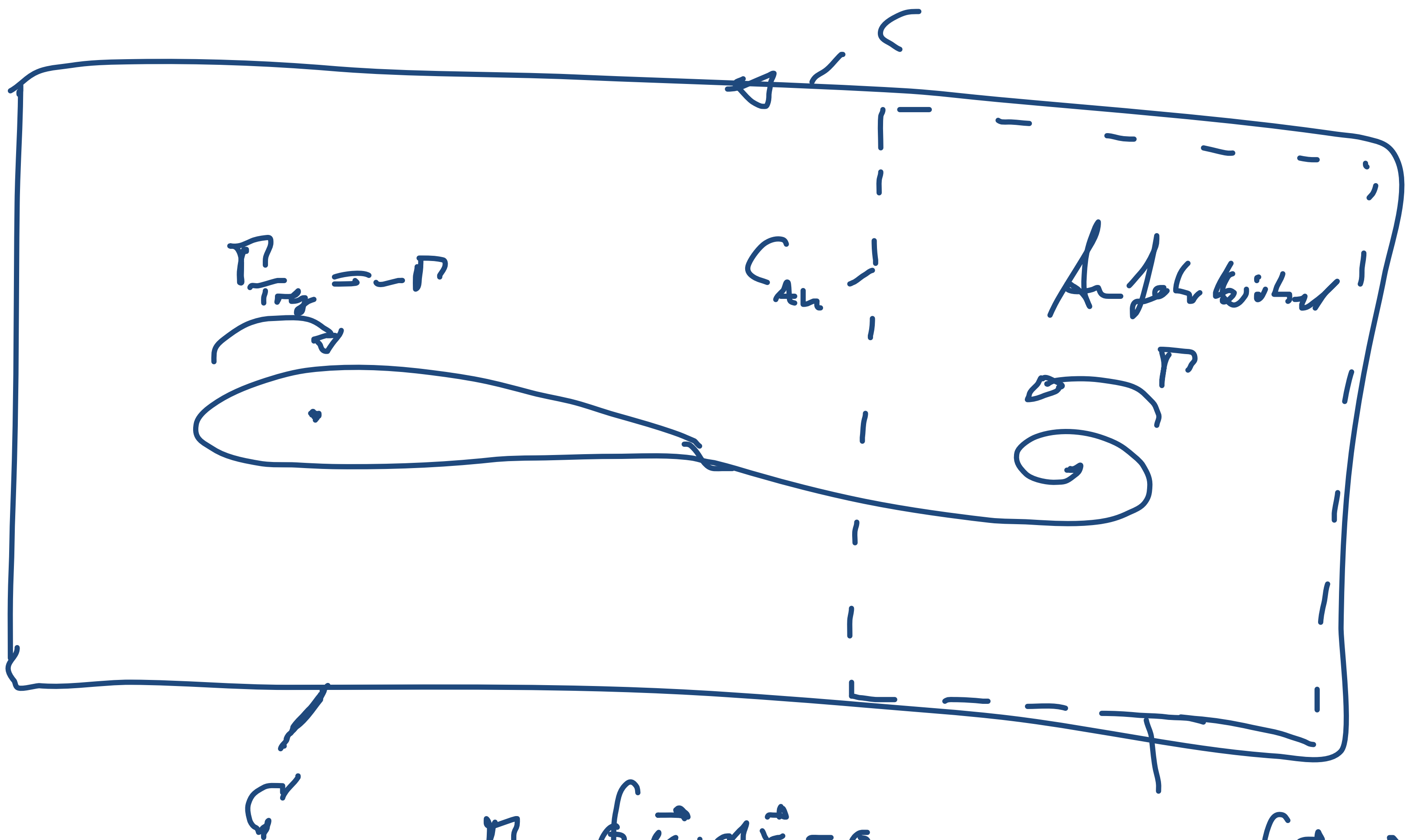
In reibungsfreier oder nicht barotroper Strömung kann Zirkulation, Rotation entstehen.

Hr. Keil. Re spielt keine Rolle.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11



$$\Gamma_{gesamt} = \oint_C \vec{u}\cdot d\vec{x} = 0$$

$$\Gamma_{An} = \Gamma = \oint_{C_{An}} \vec{u}\cdot d\vec{x}$$

Helmholtzscher Wirbelsatz.

Kinematischer Satz, d.h. unabhängig von Erhaltungsgleichungen und Materialgesetze.

$\rightsquigarrow$ <u>sehr starker Satz.</u>

$$\boxed{\text{Die Zirkulation längs einer Wirbelröhre ist räumlich konstant.}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 11