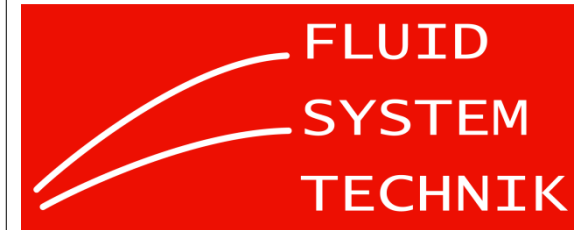


Heute bestehen typische technische Systeme aus diskreten Bauelementen, die häufig von unterschiedlichen Herstellern stammen

Das Gesamtverhalten ist häufig nicht in Vorhersage.

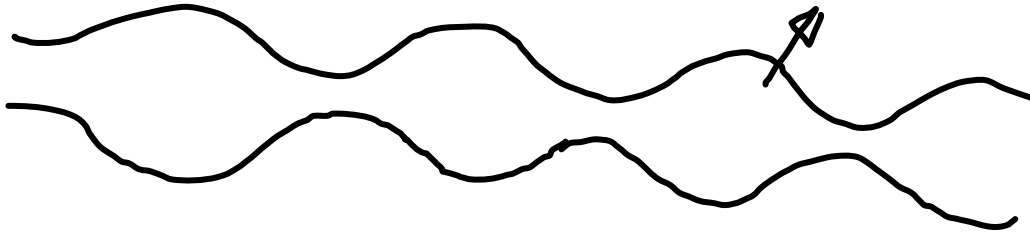


TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1

Water z.B. Darm



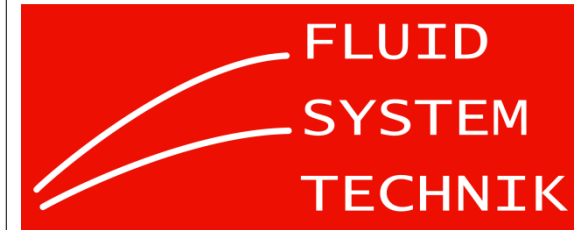
Motivation für die Vorlesung:

Wie modelliert man die Natur? → Physiologie, mathematisches Modell

Möglicherweise Inspiration für innovative technische Produkte



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1

# Gliederung

## 1. Außenströmungen

- 1.1 Bewegung von Mikroorganismen ( $Re \ll 1$ )
- 1.2 " der Qualität
- 1.3 Ael
- 1.4 Scherhind. ( $Re \gg 1$ )

## 2. Innenströmung.

- 2.1 Peristolek.
- 2.2 Elektroosmose, Elektrophores.
- 2.3 Strömungsstrukturen und das Klebe Gesetz. 4/7



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1



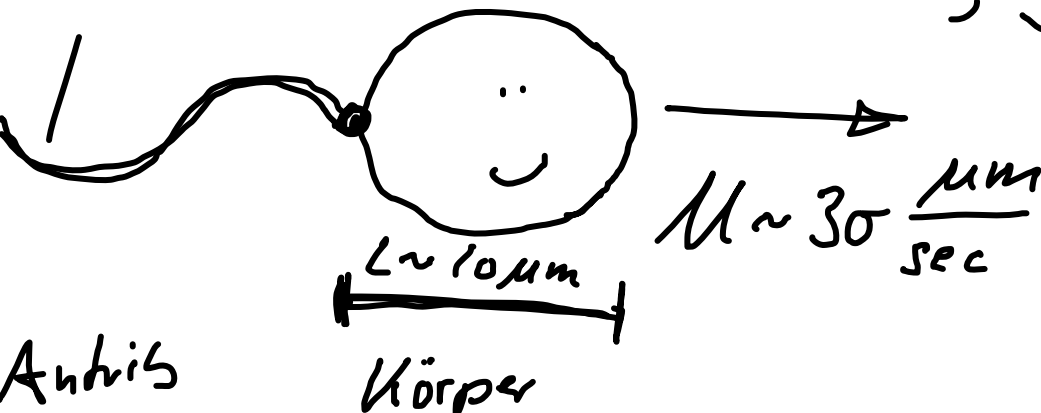
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1

# 1.1 Bewegung von Mikroorganismen

Literaturampelley  $\mu$  of low Reynolds number,  
Purcell

Flagellum

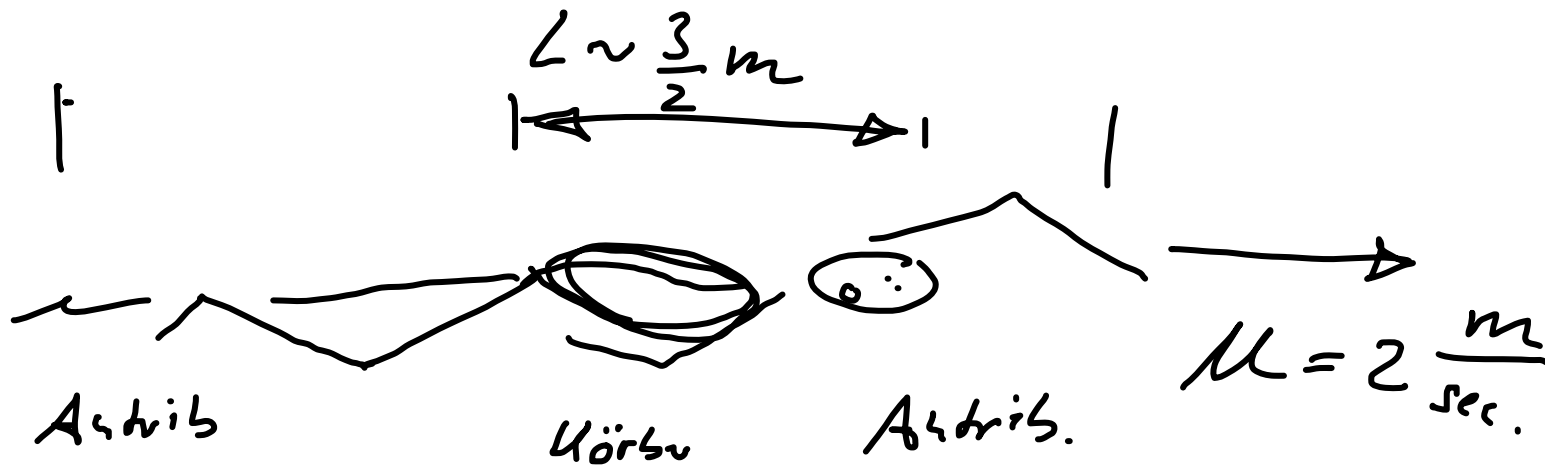
$$\eta = 1 \text{ mPa sec}, \rho = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ (Wasser)}$$



Frage: 1. Warum bewegt sich der  
Mikroorganismus?

25.10.2010 2. Mit welchen Kräften/Wirkungen muss er beaufschlagt sein?

Reynoldszahl  $Re = \frac{\mu L \rho}{\eta} = \frac{30 \times 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^3}{10^{-3}}$   
 $= 3 \times 10^{-12} \ll 1.$



$$Re = 2 \frac{3}{2} 10^6 = 3 \times 10^6 \gg 1$$

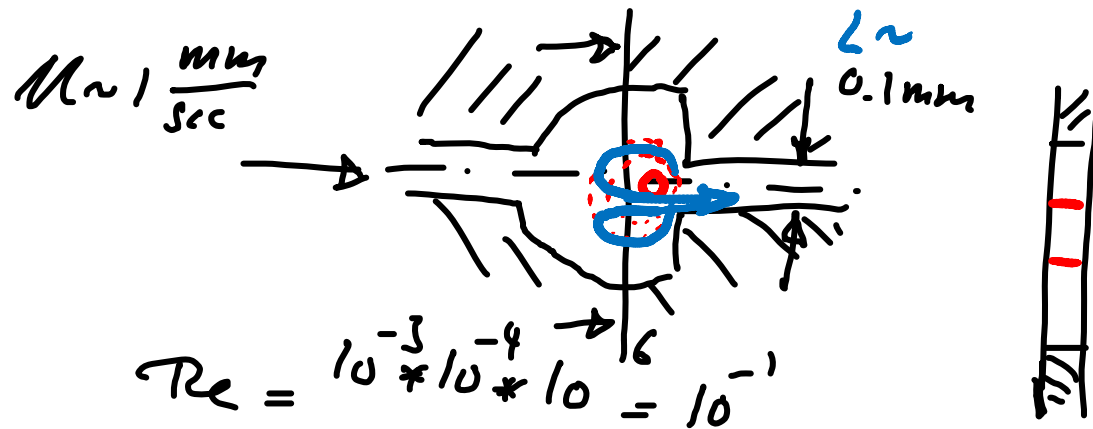


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1

Klein Re-Zahl i.d. R durch kleinen typischen  
Gänge.

technische Relevanz: Mikroverfahrentechnik.

Mikro-Pump: Klaus-Dieter Oel, Singap.



(Grenzbeispiel: Bei instationären Strömungen ( $\tau$ )

hat ggf. die Viskosität  
keine Zeit.

$\nu = \eta / \rho$

$\frac{\tau \nu}{L^2} \ll 1$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1

Klein Reynoldszahl infolge hoher  
kinematischer Viskosität  $\nu := \frac{\eta}{\rho}$

$$\nu_{\text{H}_2\text{O}} = 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$\nu_{\text{Luft}} = 27 (?) \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$\nu_{\text{Öl}} = 3 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

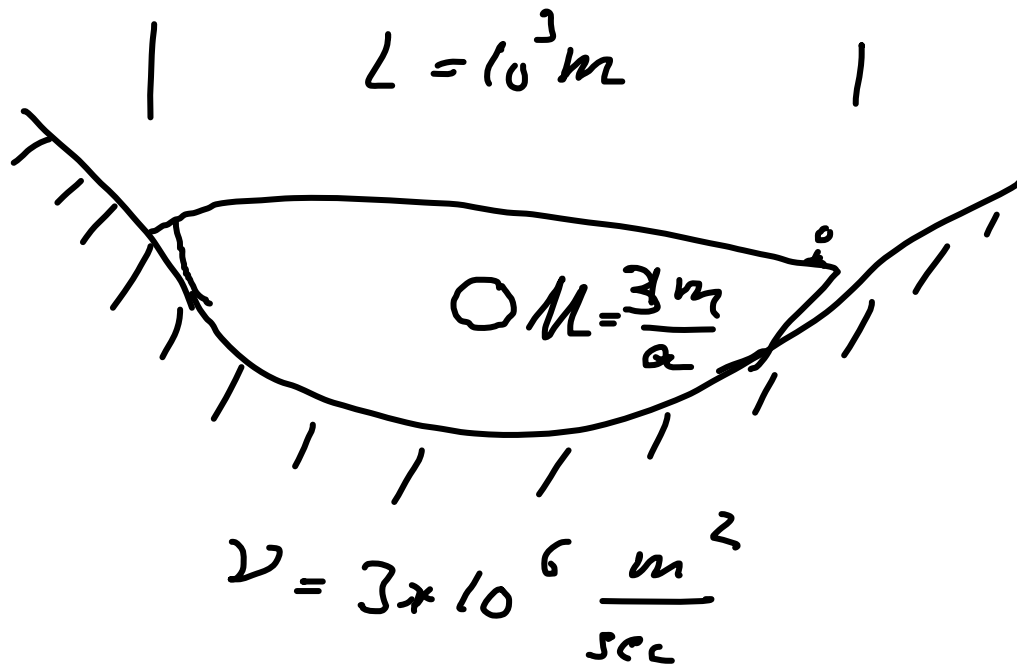


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1





Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1



$$Re = \frac{10^3 \cdot 3}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^6} = \frac{10^{-6}}{365 \cdot 24 \cdot 4} = \frac{10^{-8}}{365} = \frac{1}{4} 10^{-10} \equiv 7$$

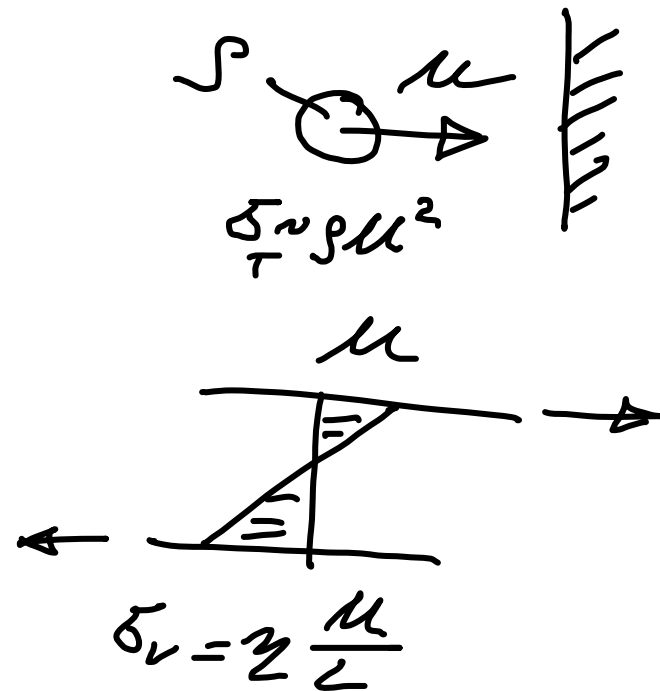


Bisher: Interpretation der Reynoldszahl  
 als Produkt kinematischer Größe  
 $L, \mu, \nu$  (Größe, Zeit)

Möglich ist auch die Interpretation als Verhältnis von  
 Kräften

$$Re = \frac{\text{Trägheitsspannung}}{\text{viskose Spannung}}$$

$$= \frac{\rho \mu^2 L}{\eta \mu} = \frac{\mu L}{\nu}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
 Wintersemester 2010/11  
 Biofluidmechanik  
 Vorlesung 1



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1

$$Re = \frac{\rho L v}{\eta}$$

$$\left( \frac{v^2}{\rho} \right)$$

Materialeigenschaft

$$\left[ \frac{v^2}{\rho} \right] = F = \eta L T^{-2}$$

$$[v] = \eta L^{-1} T^{-1}$$

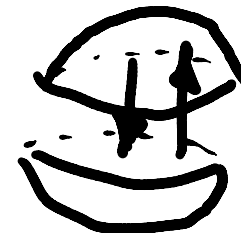
$$[v^2] = \eta^2 L^{-2} T^{-2}$$

$$[\rho] = \eta L^{-3}$$

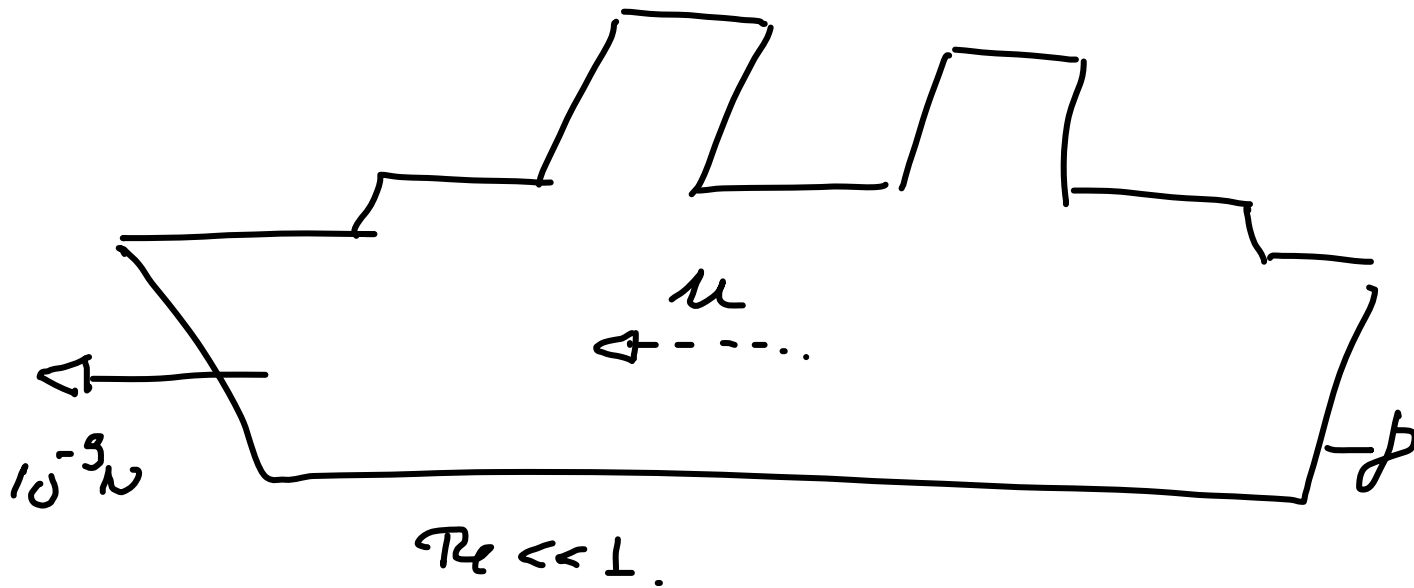
$$\left[ \frac{v^2}{\rho} \right] = \eta L T^{-2} = F$$

Gleitdreis  $\frac{v^2}{\rho} = 9 \cdot 10^{15} \text{ N}$

Erde  $\frac{v^2}{\rho} = 10^{36} \text{ N}$



Wasser  $\frac{\eta^2}{\rho} = \nu^2 \rho = 10^{-12} \cdot 10^3 \text{ N} = \underline{\underline{10^{-9} \text{ N}}}$ .



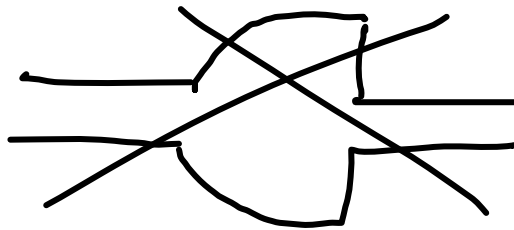
$Re \ll 1$ : Die Antriebskräfte sind in einem  
 absehbar klein



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
 Wintersemester 2010/11  
 Biofluidmechanik  
 Vorlesung 1



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1



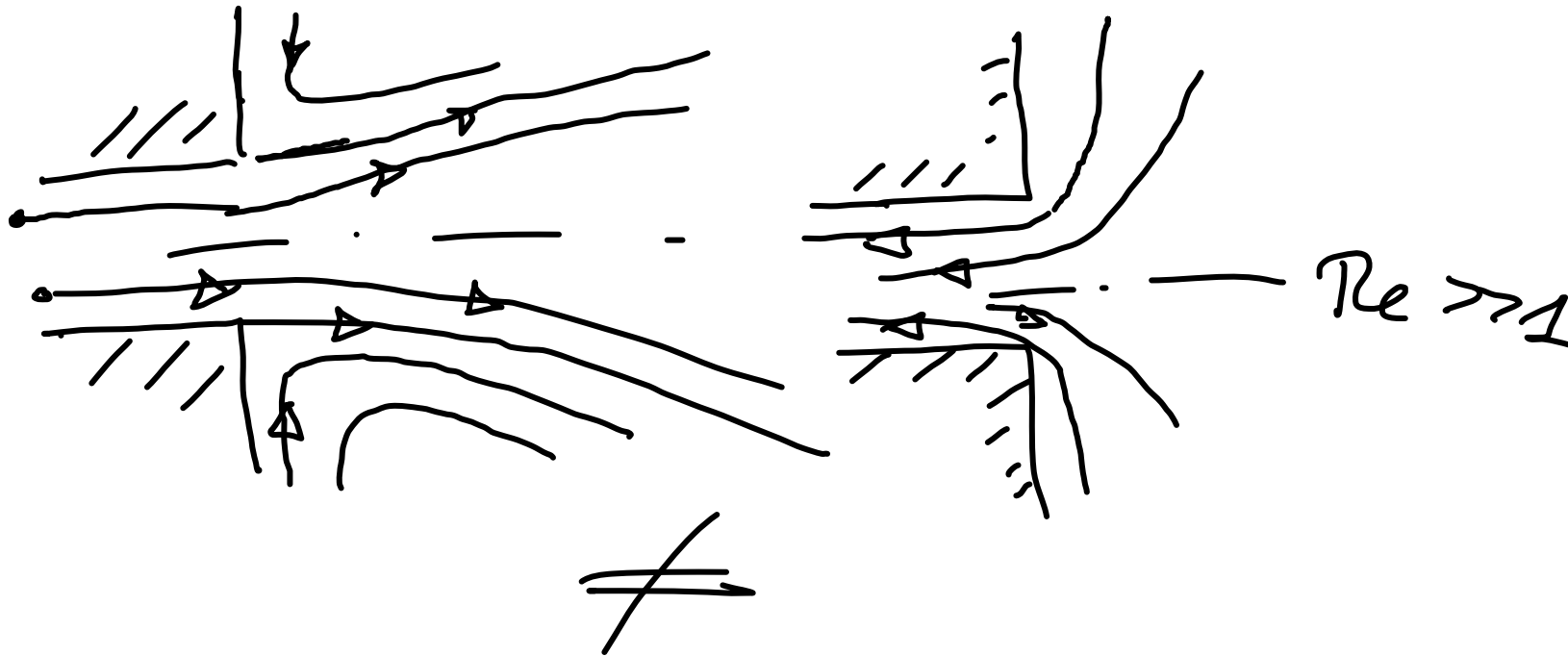
$Re \ll 1$ , dann spielt die Zeit  
bei der Bewegung keine Rolle.

- Die Aussage die Bewegung ist schnell oder langsam ist nicht relevant.
- Strömungsvorgänge sind immer umkehrbar.





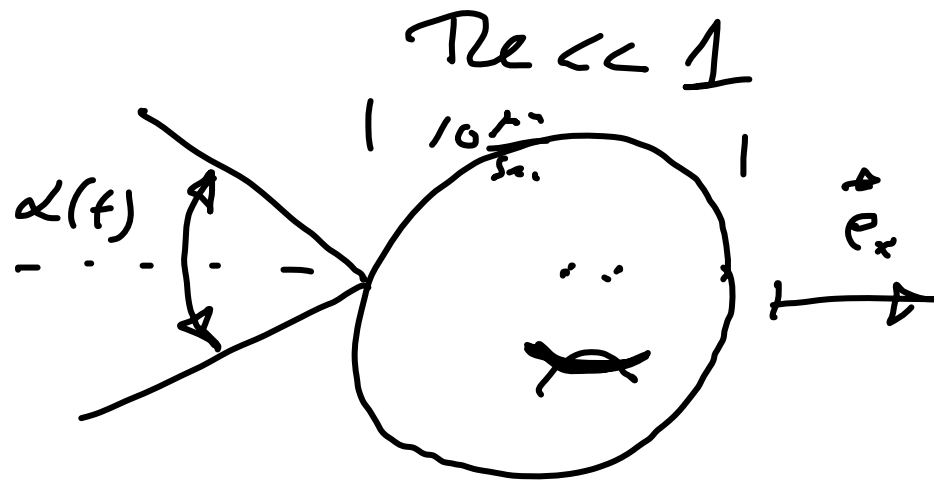
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1



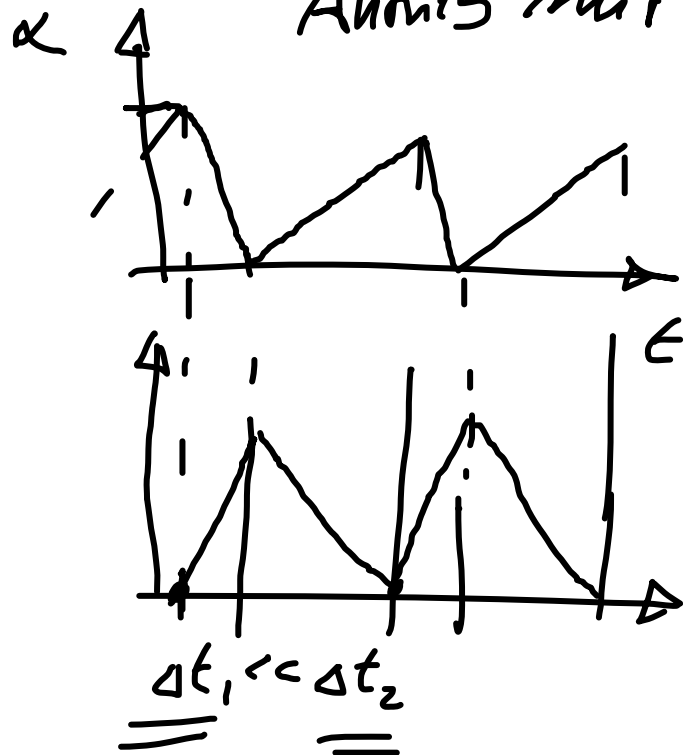
$Re \gg 1$  Strömung ist nicht umkehrbar!



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1



Antrieb mit einem Treibstoff  
funktioniert mit!



Analyse der Bewegungsgleichung für  
die Flüssigkeitsbewegung.

~~Navier-Stokes-Gleichung~~ Cauchy-Gleichung.

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \nabla \cdot \underline{\underline{T}}$$

Massen  $\times$  Beschleunigung = Kraft 2te Newtonsche Gesetze.

Materialgesetz für Newtonsche Flüssigkeit (Wasser, da  
das Volumenverhältnis klein ist)

$$\underline{\underline{T}} = -p \underline{\underline{I}} + 2\eta \underline{\underline{E}}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1



## Navier Stokes Gleich.

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \eta \Delta \vec{u} \quad \text{für } Re$$

Divergenz des Spannungstensors

$$\vec{T} = -p \vec{I} + 2\eta \vec{E}$$

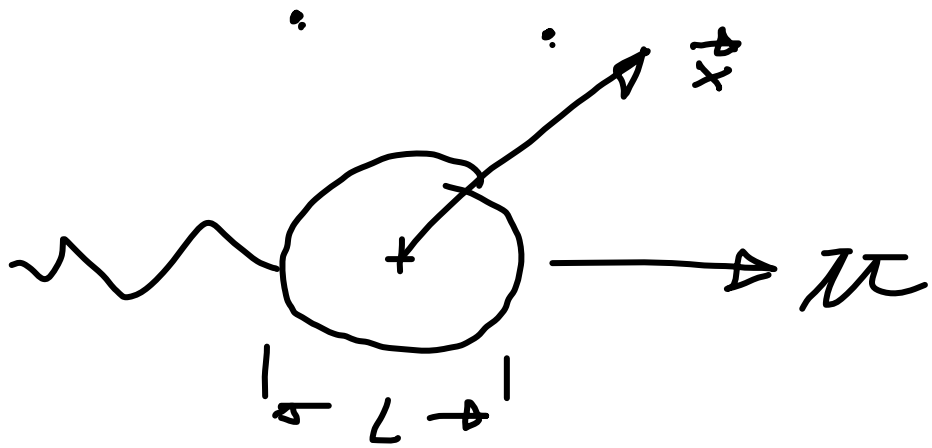
$$\vec{E} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \sigma \vec{u}^T)$$

für  $Re \ll 1$

$$\sigma = -\nabla p + \eta \Delta \vec{u}. \quad \text{Stokes Gleich.}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1



$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \Delta \vec{u}$$

Dimensionless machen der NSGln.

$$\vec{x} := \vec{x}^+ L$$

$$\vec{u} := \vec{u}^+ U$$

$$t := t^+ L/U$$

$$[\vec{x}^+] = 1$$

$$[\vec{u}^+] = 1$$

$$[t^+] = 1$$

$$\nabla := \nabla^+ \frac{1}{L}$$

$$\Delta := \Delta^+ \frac{1}{L^2}$$

$$L/U = \text{Konvektionszeit} \quad \left| \quad \frac{L^2}{\nu} = \frac{\rho L^2}{\mu} = \text{Diffusionszeit}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Wintersemester 2010/11  
Biofluidmechanik  
Vorlesung 1