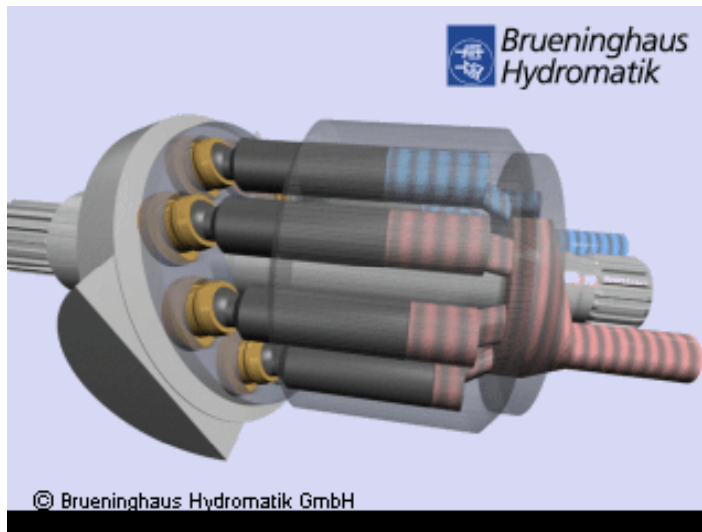


Hydrostatisches Getriebe

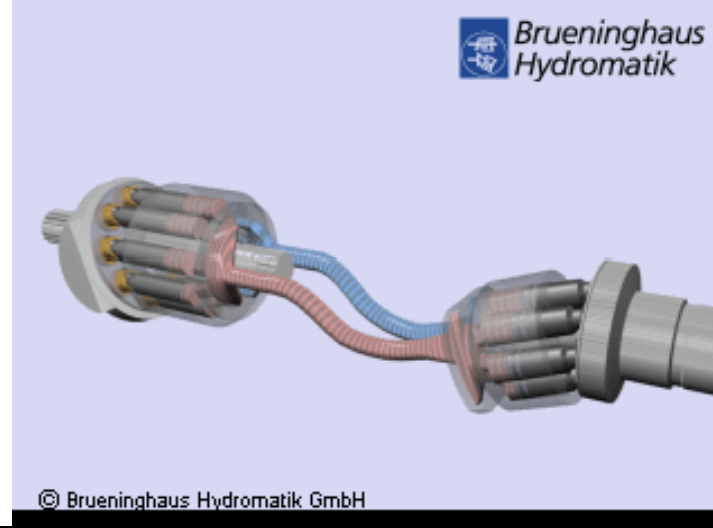
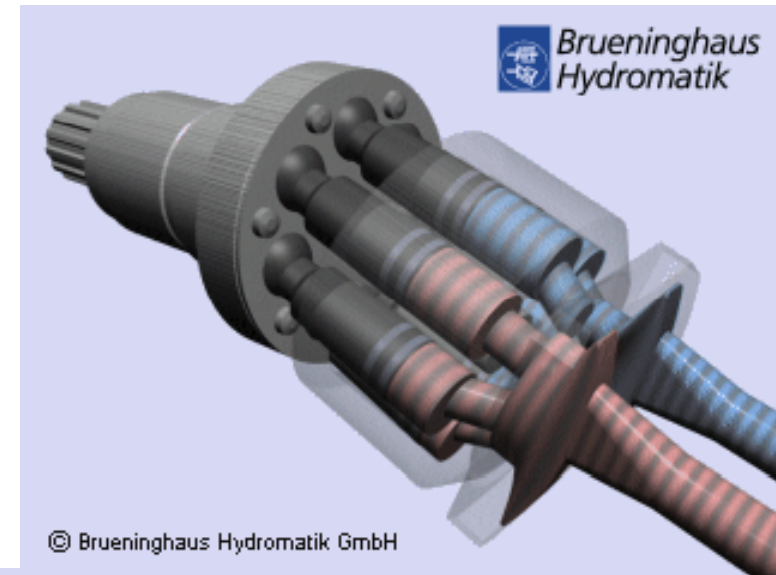


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

● Pumpe / Kraftmaschine



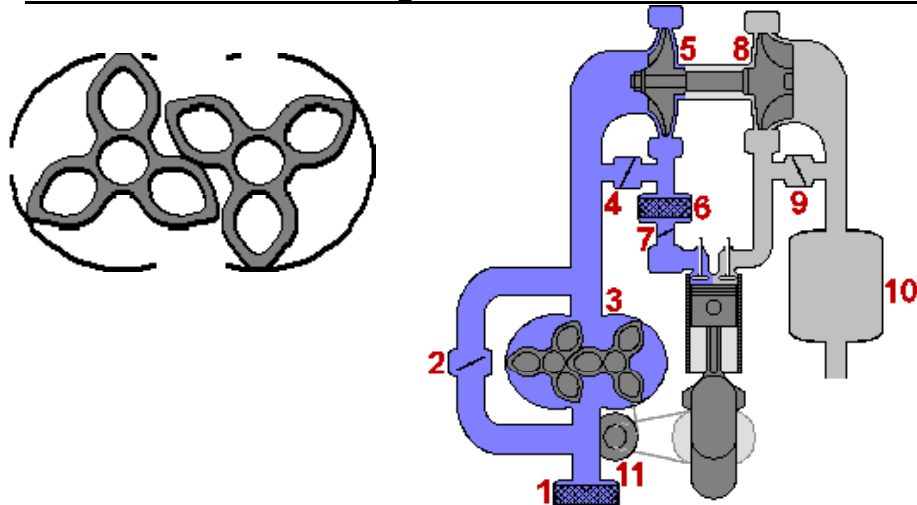
● Motor / Arbeitsmaschine



Rootsgebläse als Niederdruckkompressionsstufe im Motorluftsystem



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Förderhöhe und Förderenergie bei kompressiblen Flüssigkeiten

$$P_f / \dot{m} = h_{t2} - h_{t1} \quad \text{für } \dot{Q} = 0$$

- Förderenergie = Differenz der Bernoullischen Konstanten

$$Y := gH = \Delta h_t - \Delta e = \Delta C = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

$$\rho = \text{const} \quad \left\{ \begin{array}{l} s = \text{const} \\ p = C\rho^\gamma \end{array} \right.$$

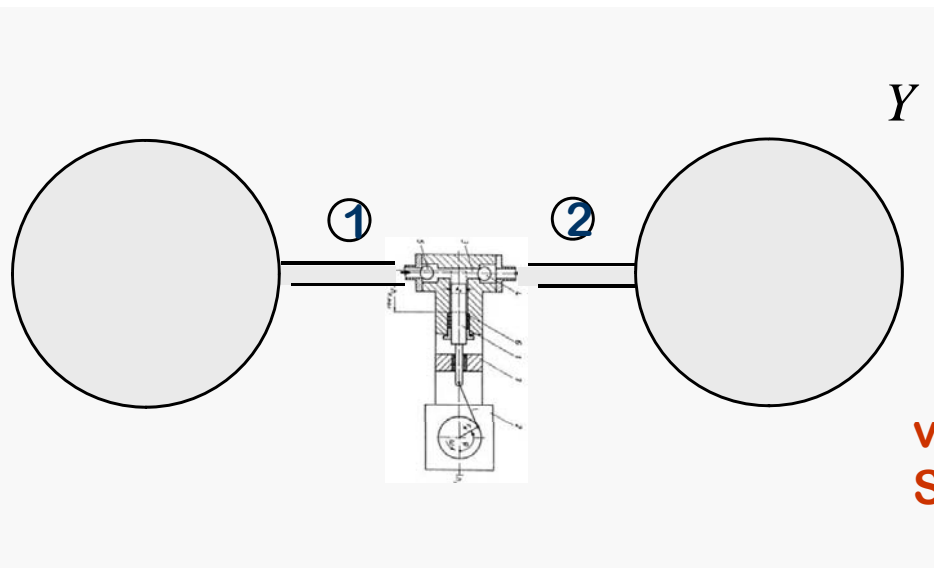
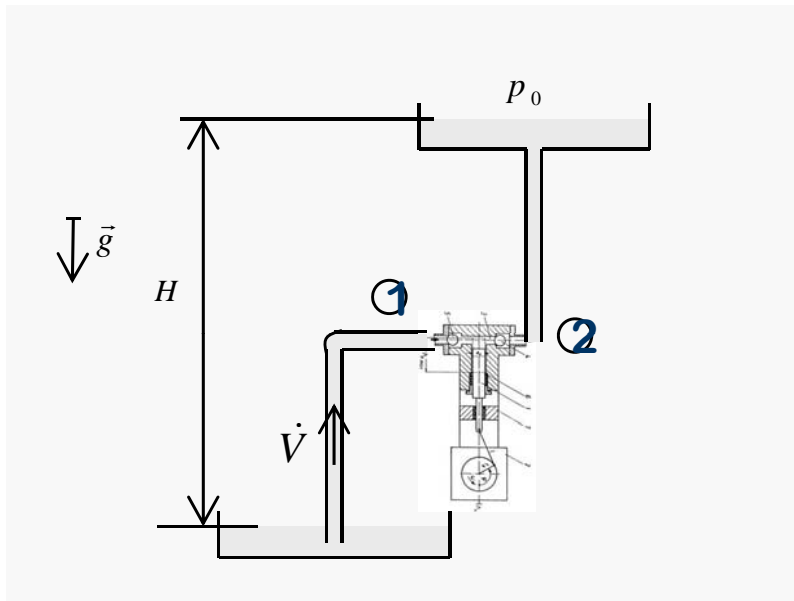
$$Y = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

$$Y = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right) + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

$$= c_p (T_2 - T_1) + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}$$

volumenbeständige
Strömung

isentropische Strömung





def. Förderenergie $Y := \Delta h_t - c_v \Delta T$

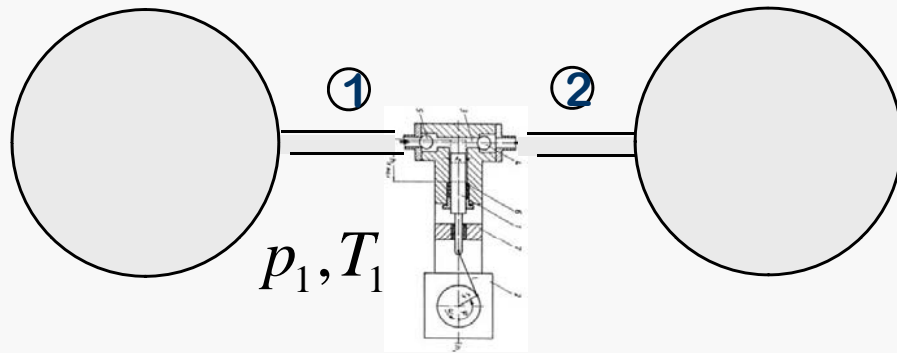
Energiegleichung $P_f = \dot{m} \Delta h_t$

def. Verlustleistung $P_v := \dot{m} c_v \Delta T$

def. Wirkungsgrad $\eta_f := \frac{\dot{m} Y}{P_f} = 1 - \frac{P_v}{P_f}$

Förderhöhe und Förderenergie bei kompressiblen Flüssigkeiten

Kompressible, isentrope Strömung



$$p = C\rho^\gamma$$

- Vernachlässigung der Geschwindigkeit

$$Y = gH = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_1}{\rho_1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

Isentrope Zustandsgrößen p_2, T_2

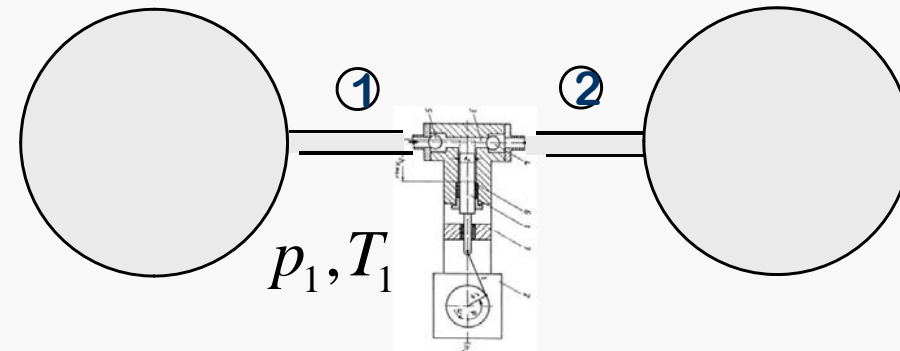
Gemessene Zustandsgrößen $p_2 = p_2^*, T_2^*$ $Y^* = gH^* = c_p (T_2^* - T_1)$

Wirkungsgrad

Für den
Vergleichsprozess
der isentropen Zustandsänderung

$$\eta_f = \frac{Y}{Y^*} = \frac{T_2 - T_1}{T_2^* - T_1}$$

Förderhöhe und Förderenergie bei kompressiblen Flüssigkeiten



kompressible Strömung

polytrope Zustandsänderung

Exponent
aus Messung
bestimmt.

$$p_2 / p_1 = (\rho_2^* / \rho_1)^n = (T_2^* / T_1)^{n/(n-1)}$$

$$\frac{n-1}{n} = \frac{\ln(T_2^* / T_1)}{\ln(p_2 / p_1)}$$

$$Y_{pol} = gH_{pol} = \frac{n}{n-1} R(T_2^* - T_1)$$

$$\eta_{pol} = \frac{n}{n-1} \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Kennlinie bei kompressibler Strömung



● Druckzahl als Funktion der Durchflusszahl

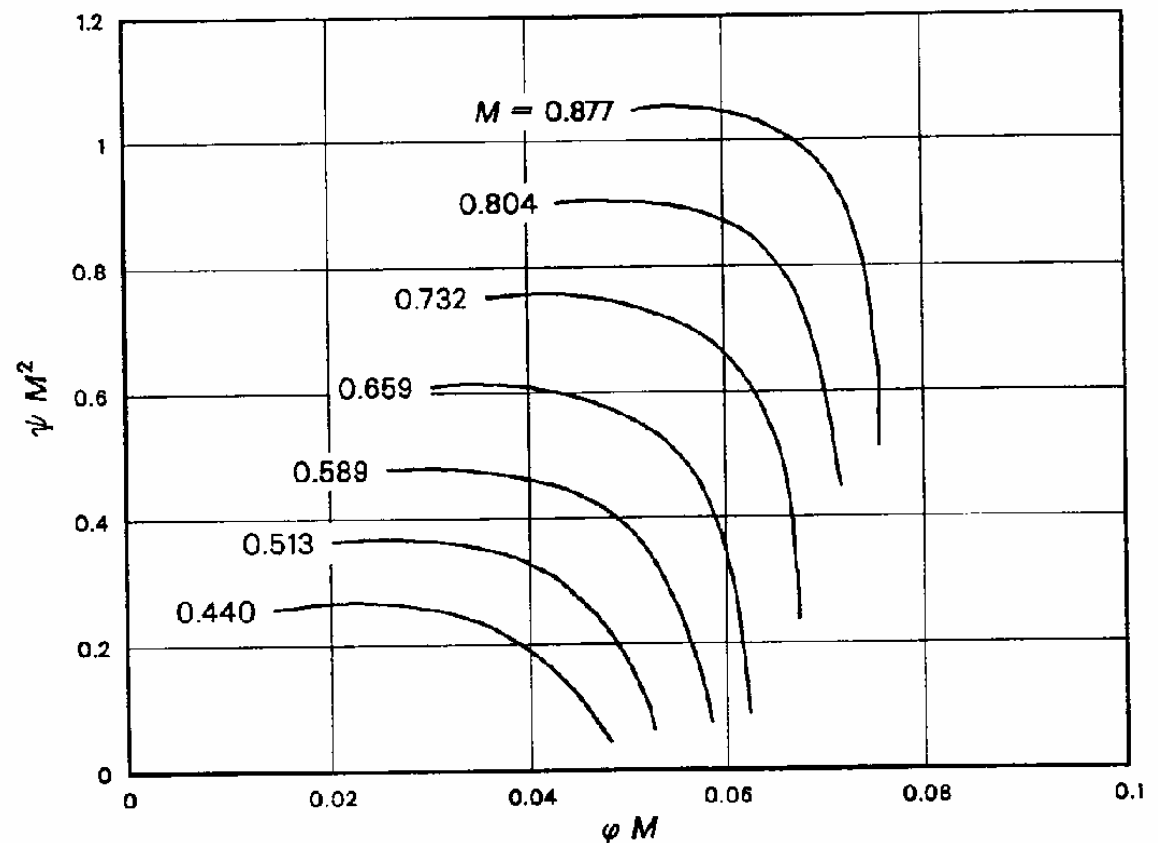
$$\psi = \psi(\varphi, M, \gamma)$$

$$\psi = \psi(\varphi, M, \gamma)$$

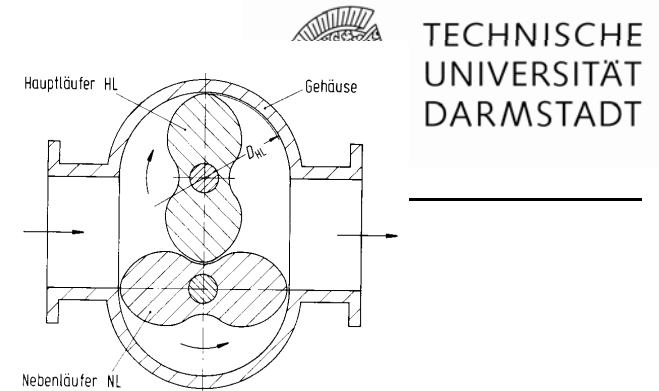
$$\psi M^2 = fn(\varphi M, M, \gamma)$$

$$\psi M^2 = \frac{2}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right)$$

Alternativ $\Pi = \frac{p_2}{p_1}$



Wahl der typischen Länge bei Verdrängermaschinen



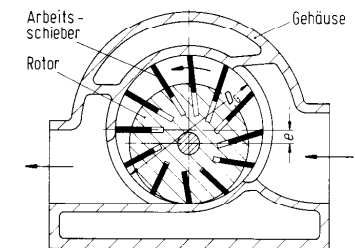
Regeln zur Wahl der typischen Länge zum Vergleich von Maschinen über die Grenzen einer Bauform hinweg.

- die typische Länge (typischer Durchmesser) soll die Baugröße der Maschine beschreiben.
- Die typische Länge soll in unmittelbarem Zusammenhang mit der typischen (Umfangs)-Geschwindigkeit der Maschine stehen.
- Sofern die die Geschwindigkeit der Maschinen nicht zeitlich konstant ist, soll der arithmetische Mittelwert als Bezugsgeschwindigkeit genutzt werden.

$$d = D_{HL}$$

$$u = \pi d n$$

Mit der typischen Länge kann eine fiktive Durchtrittsgeschwindigkeit gewählt werden

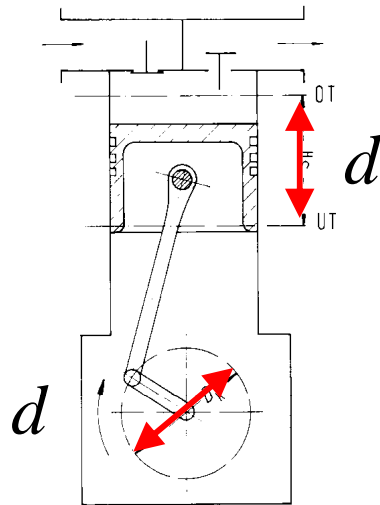


$$u = \frac{u_{\max} + u_{\min}}{2} = \frac{\pi(d + 2e)n + \pi(d - 2e)n}{2}$$

$$c_D = \frac{\dot{V}}{d^2 \pi / 4} \quad \varphi = \frac{c_D}{u}$$

Maschinentypen

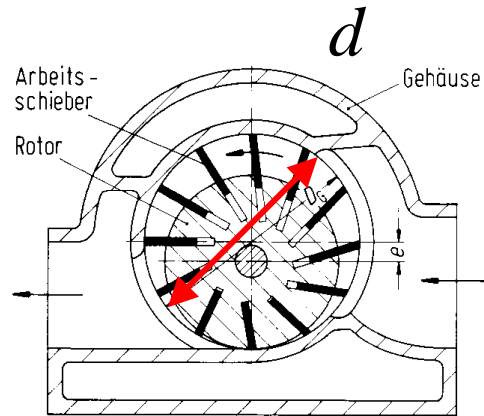
Hubkolbenmaschine



E

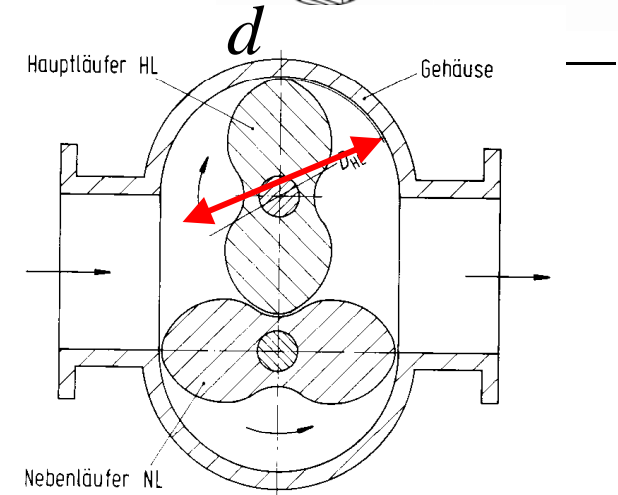
$$u = \frac{u_{\max} + u_{\min}}{2} = \frac{\pi(d + 2e)n + \pi(d - 2e)n}{2} = \pi dn$$

Vielzellenmaschine

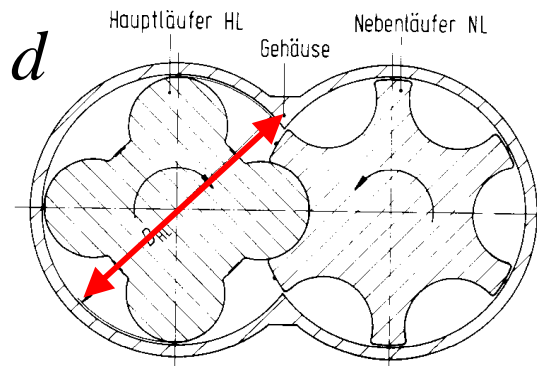


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

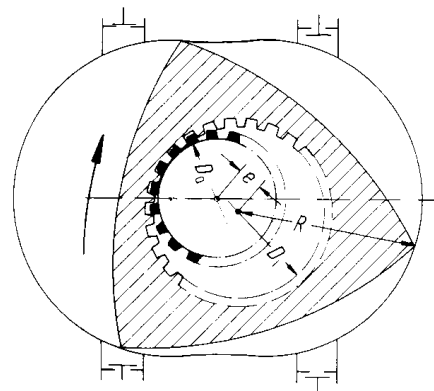
Roots-Maschine



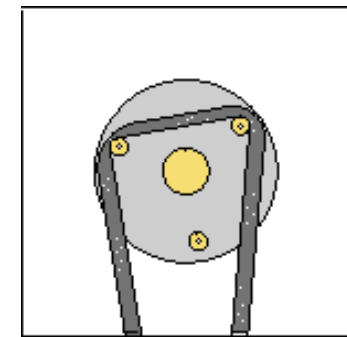
Schraubenmaschine



Kreiskolbenmaschine



Schlauchpumpe

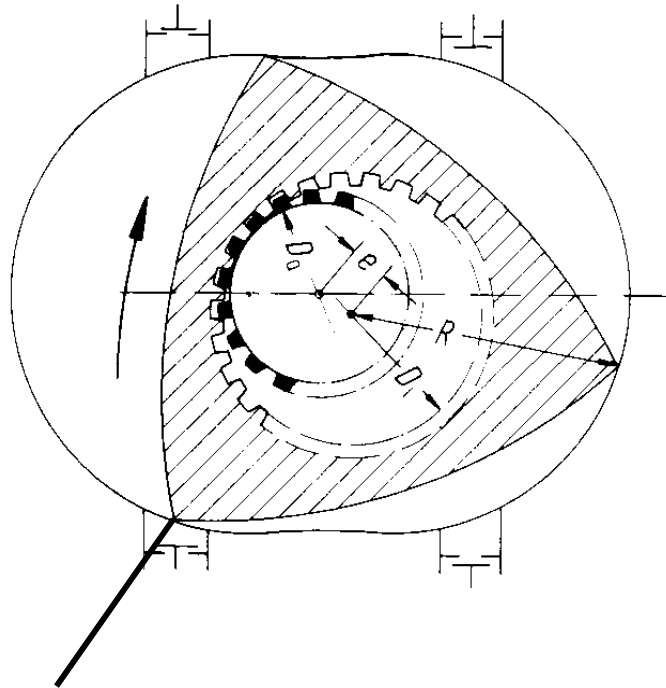


Maschinentypen → Kreiskolbenmaschine

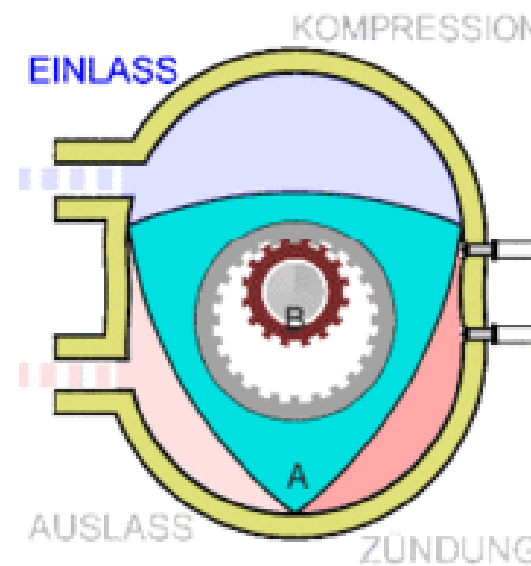
Kreiskolbenmaschine



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

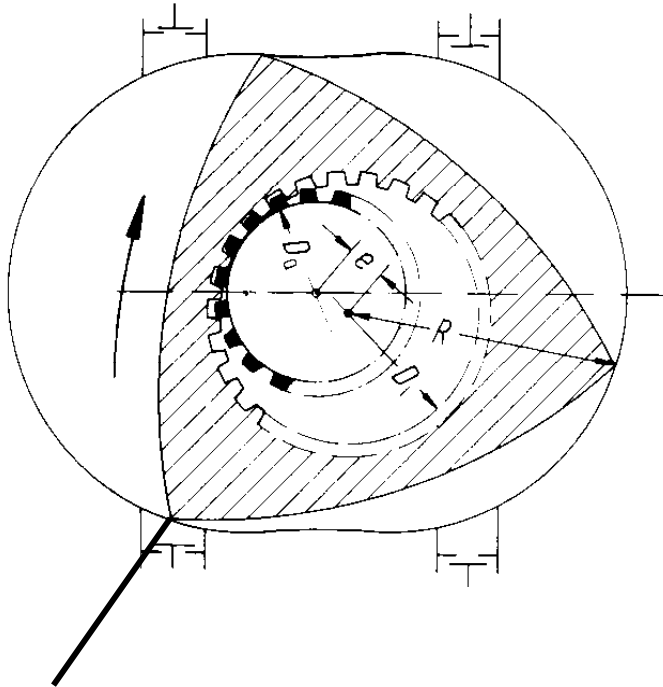


Bahn ist eine Epitrochoide

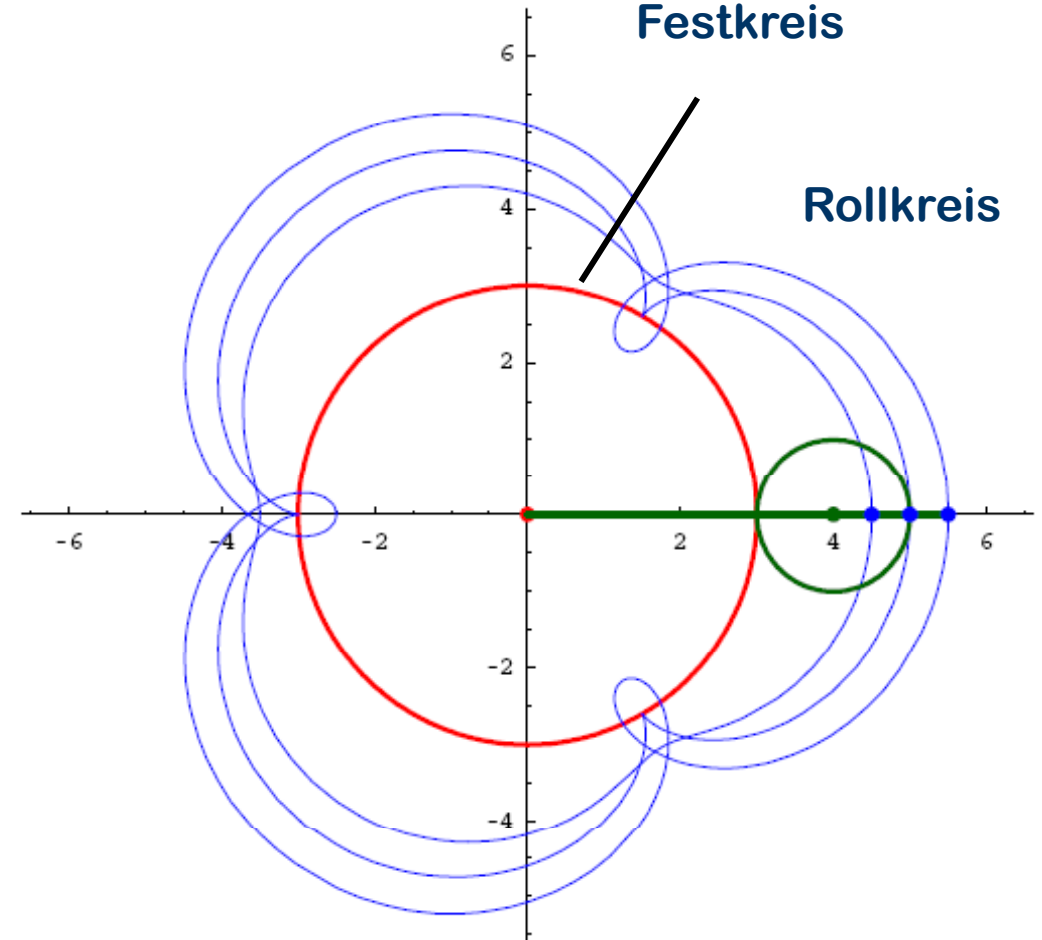


Maschinentypen → Kreiskolbenmaschine

Kreiskolbenmaschine



Bahn ist eine Epitrochoide

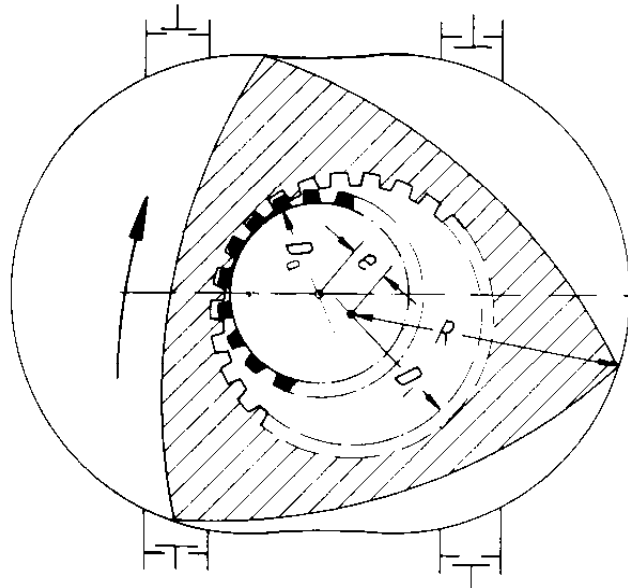


Mathematica Notebook zur Erzeugung einer Epitrochoide

- <http://www.math.tu-dresden.de/~nestler/kinematik/epitroch.pdf>

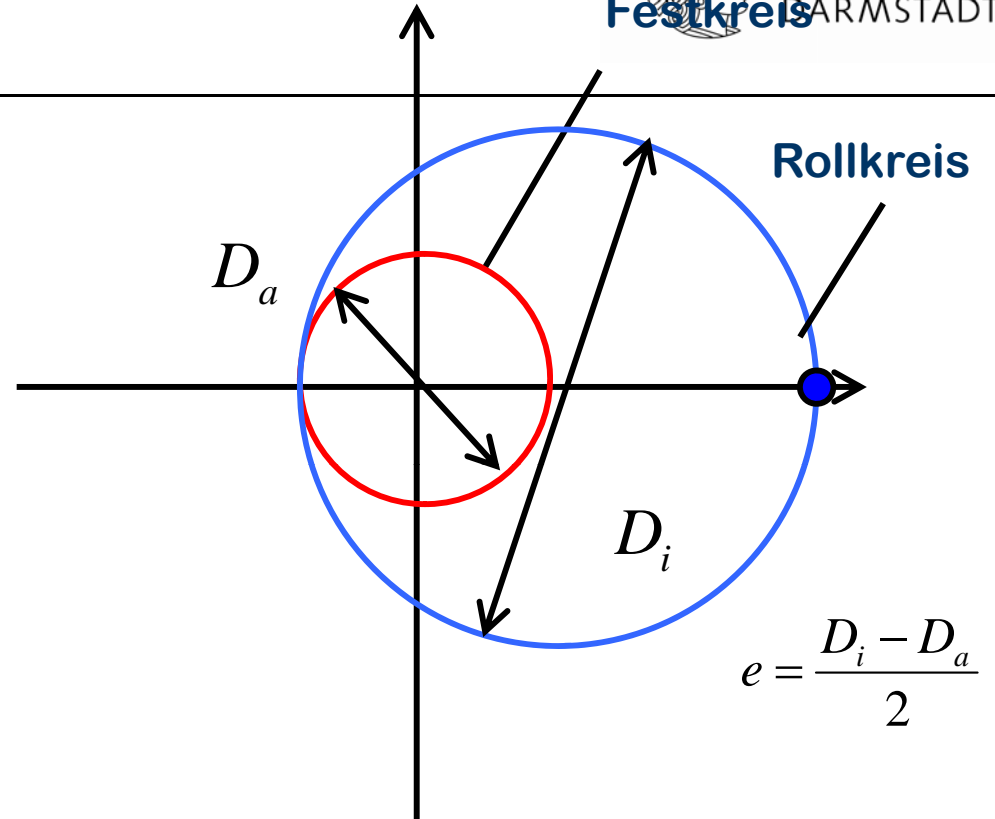
Maschinentypen → Kreiskolbenmaschine

Kreiskolbenmaschine



$$\frac{D_a}{D_i} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow n_k = n/3$$



$$e = \frac{D_i - D_a}{2}$$

$$u_{\max} = 2\pi n_k (R + 3e)$$

$$u_{\min} = 2\pi n_k (R - 3e)$$

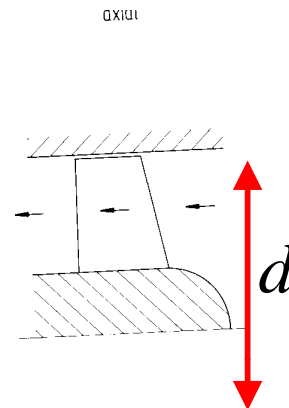
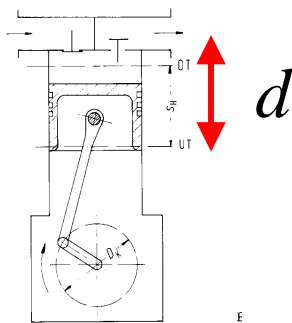
$$u = 2\pi R n_k$$

- Basis Durchflusszahl für den Vergleich von Maschinen ist nicht geeignet
 - Hubkolbenmaschine
 - Diagonale / Axiale Strömungsmaschine
- Durchflusszahl kann als Volumenverhältnis interpretiert werden

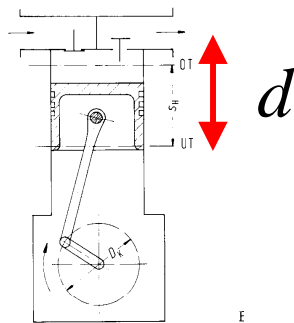
$$\varphi = \frac{4 \dot{V}}{\pi^2 d^3 n}$$

Bauvolumen der
Maschine

pro Umdrehung durchgesetztes Fluidvolumen



Hubkolbenmaschine

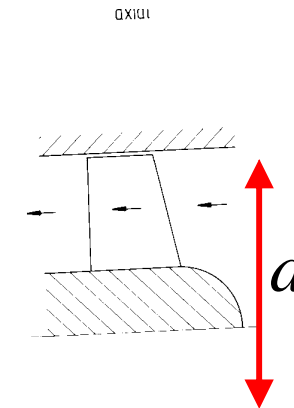


$$u \leq 5 \text{ m/sec}$$

Annahme
 $d = \text{const}$

$$n_V = \frac{1}{60} n_T$$

Axialmaschine



$$u \leq 300 \text{ m/sec}$$

- Soll ein bestimmter Volumenstrom mit einem von einer Axialstufe erreichbaren Druckverhältnis gefördert werden, so wird bei gleicher Durchflusszahl der Bezugsdurchmesser der Verdrängermaschine um den Faktor $60^{1/3} = 4$ höher als derjenige der Axialstufe liegen.

Zum Vergleich unterschiedlicher Maschinen eignet sich die Schnelllaufzahl



Hubkolbenmaschine

$$\sigma = 2n \frac{\sqrt{\dot{V}} \pi}{(2gH)^{3/4}}$$

$$\sigma = (2\pi^2)^{1/4} \frac{n\sqrt{\dot{V}}}{Y^{3/4}}$$

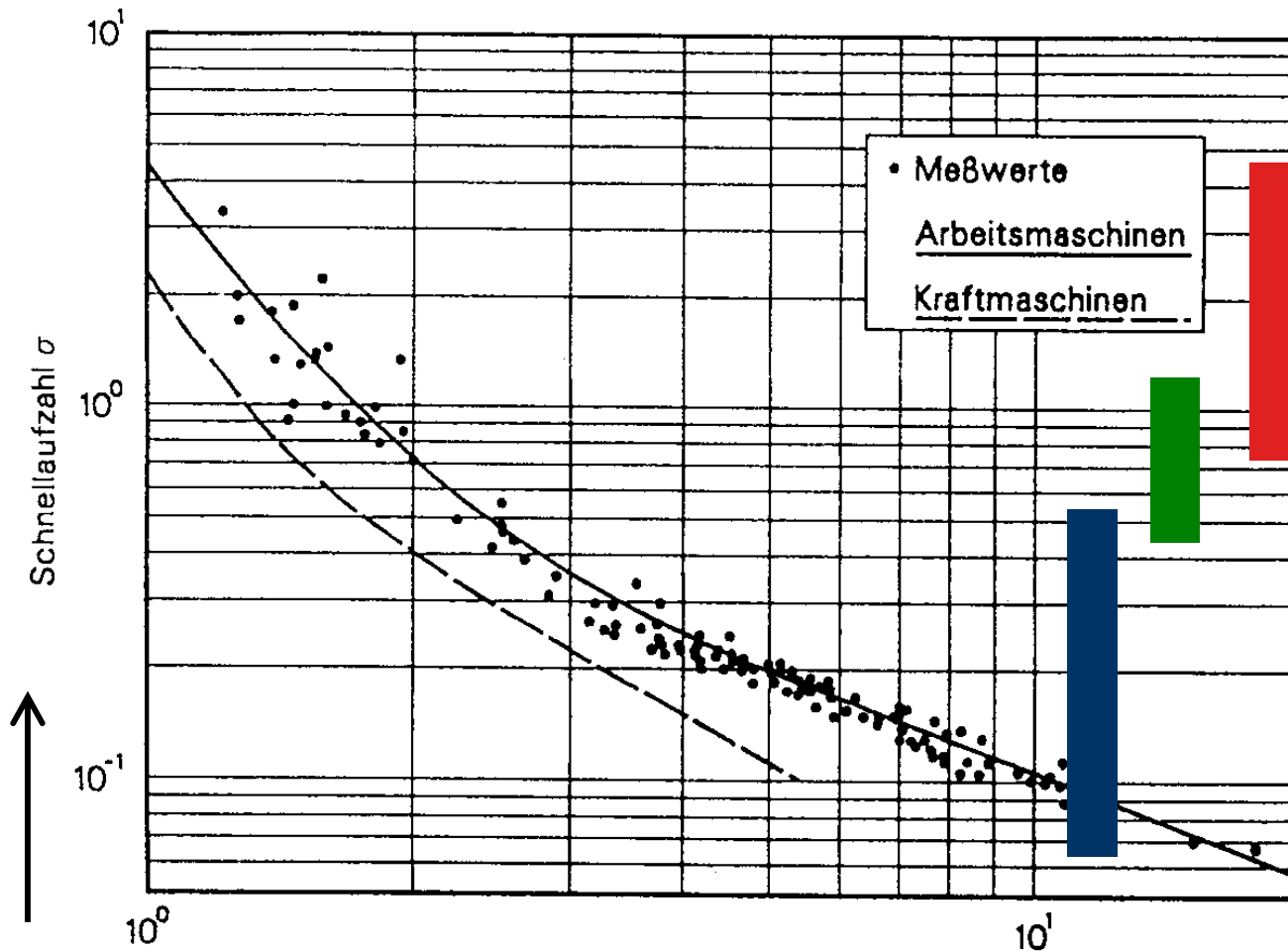
$$\delta = \frac{d}{2} \frac{(2gH)^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}} / \pi}$$

$$\delta = (\pi^2 / 8)^{1/4} \frac{d |Y|^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}}}$$

Cordier-Diagramm: Schnellaufzahl im Arbeitspunkt (optimaler Wirkungsgrad)

Quelle: Bock, Dimensionsanalyse

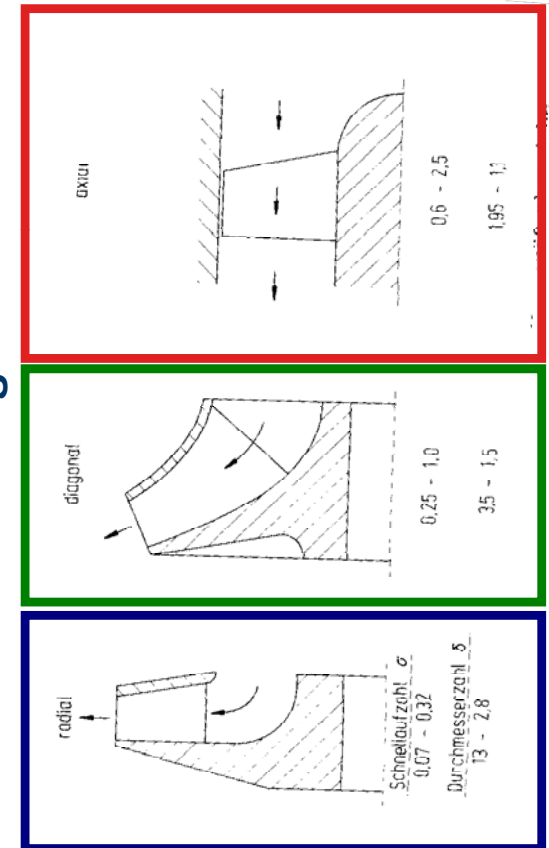
Quelle: Fister, Fluidenergiemaschinen



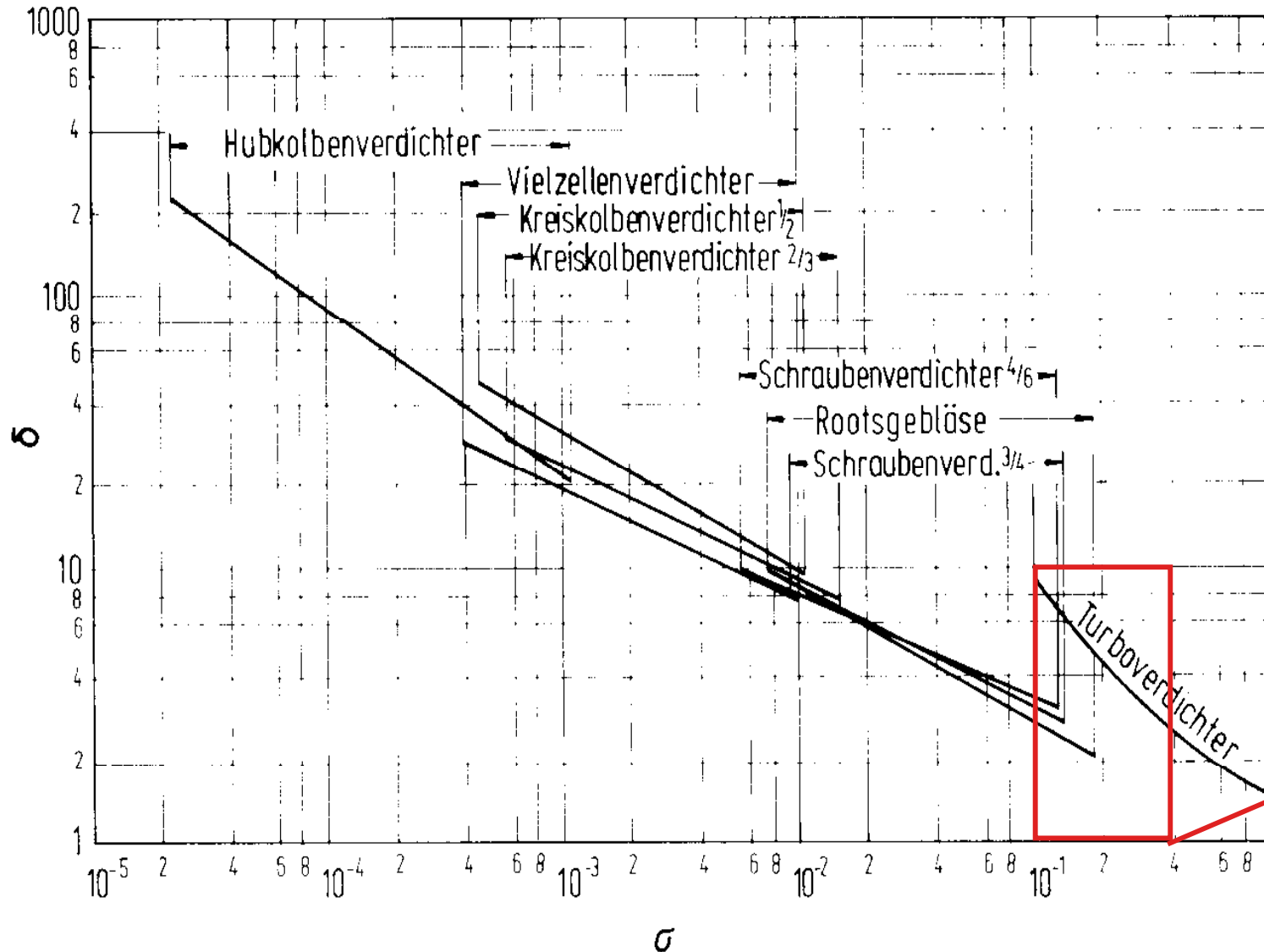
$$\sigma = 2n \frac{\sqrt{\dot{V}\pi}}{(2gH)^{3/4}}$$

$$\delta = \frac{d}{2} \frac{(2gH)^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}/\pi}}$$

radiale Maschinen
diagonal
axiale Maschinen



Erweitertes Cordier Diagramm



Turbomaschinen

