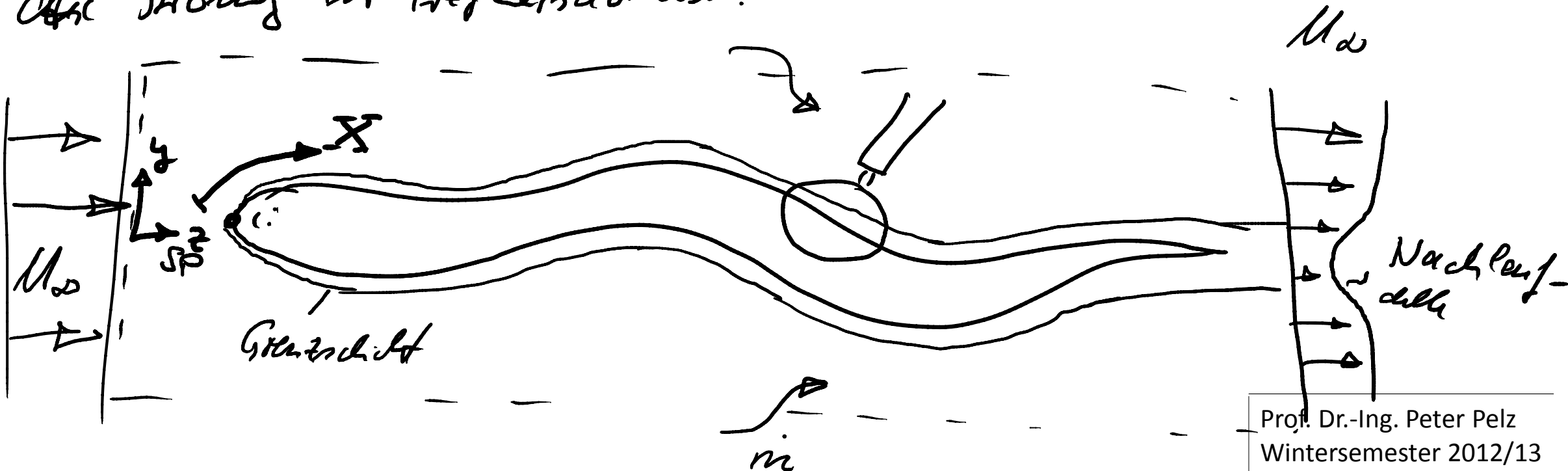


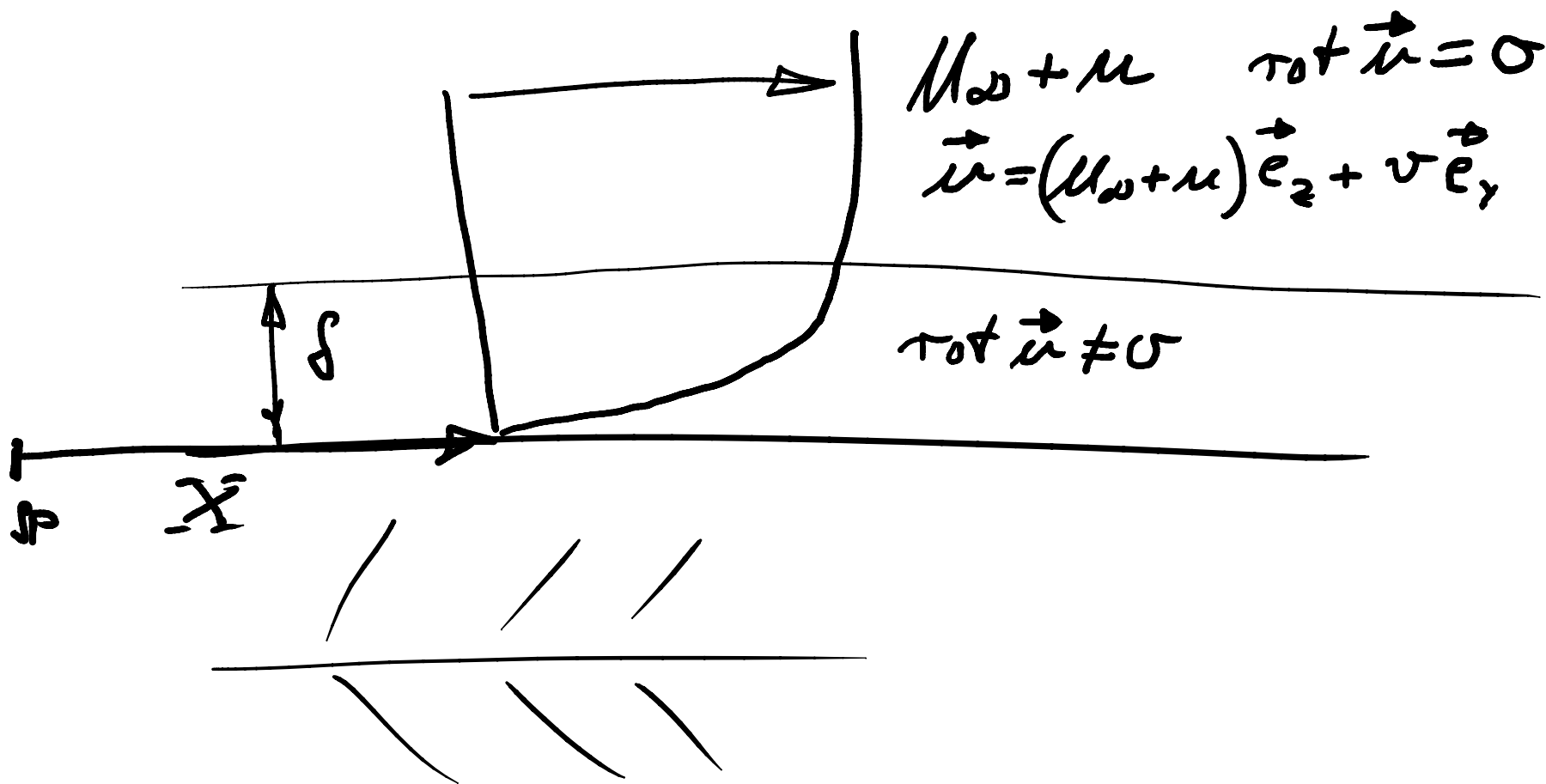


$Re \ll 1$ \leadsto schlechte Strömung, linear
— nichtlinear. —

$Re \gg 1$ \leadsto Potentialströmung, linear

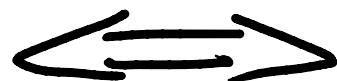
Für $Re \gg 1$ ist der Reibungseinfluß klein und
die Strömung ist trepfeckförmig.





δ Grenzschichtdicke.

Dim. L_{yn}.



$$\delta = \delta(X, U_0, \nu)$$

$$\frac{\delta}{X} = f\left(\frac{X U_0}{\nu}\right)$$

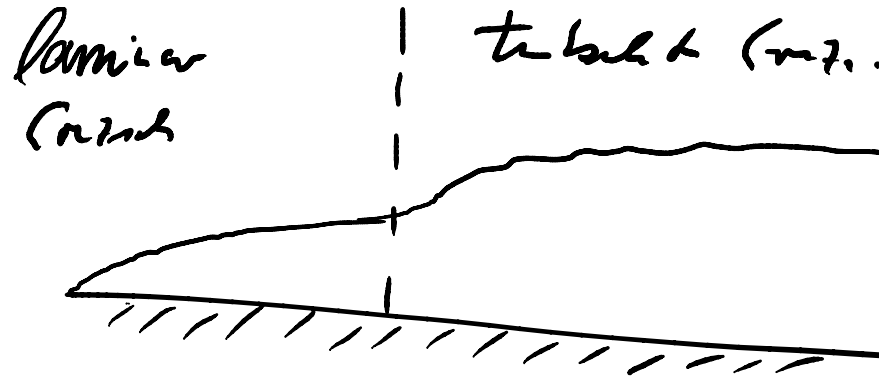


$$Re_x = \frac{x U_0}{\nu}$$

$x=0$ Startpunkt

$x=L$ Schwanz

$$\frac{\delta}{x} = \frac{const}{\sqrt{Re_x}} \quad \text{für laminare Grenzschicht}$$



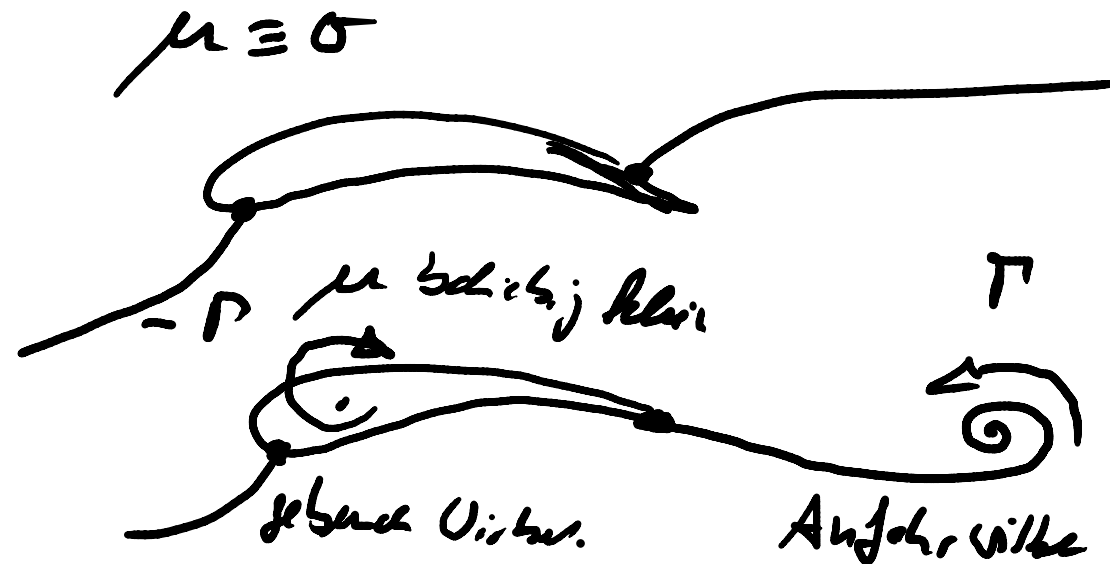


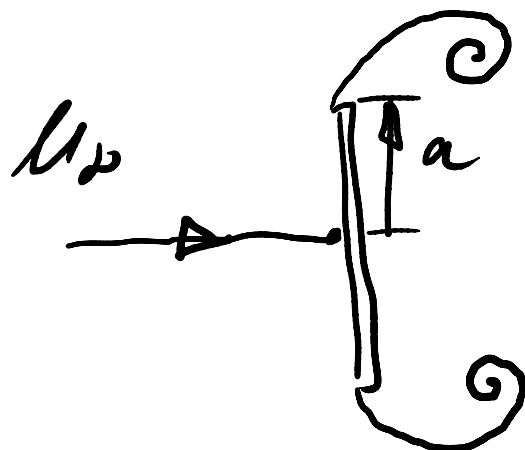
Im Folgenden $Re \rightarrow \infty$, d.h. keine
Grenzschicht.

Speziell: Strömung kleiner Viskosität.

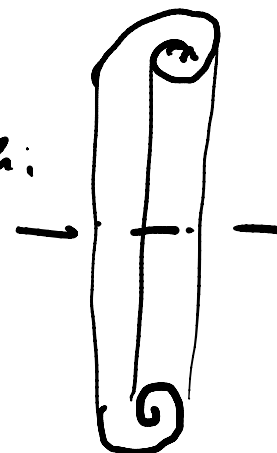
Viskosität ist notwendig, um Wirbel entstehen zu lassen.

z.B. gebundene Wirbel.



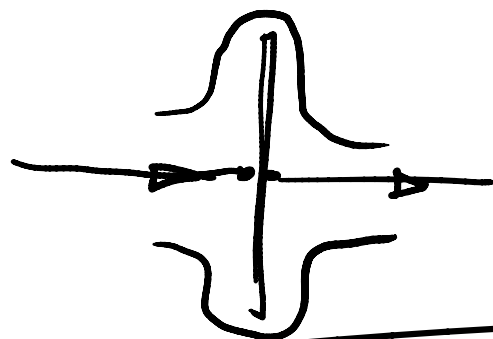


μ beliebig klein



kinetische Energie $K = \frac{\rho}{2} U_\infty^2 a^3 \text{const.}$

$$I_2 = \rho U_\infty a^3 \text{const.}$$



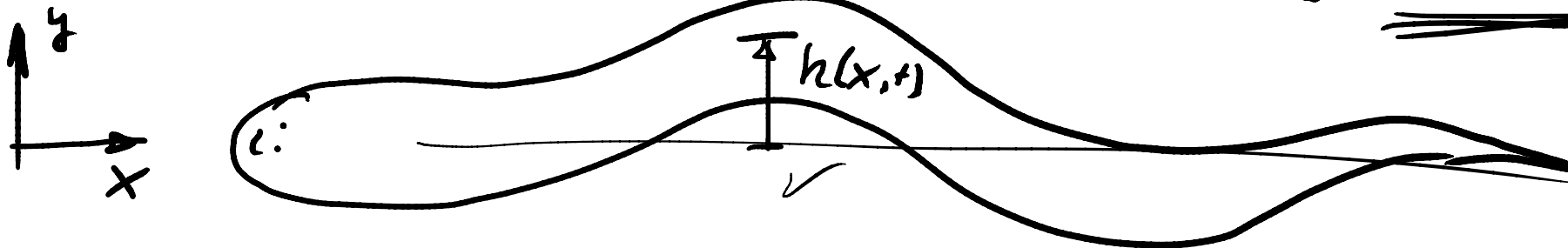
$\mu = 0$

↳ Ullrich auf Spik



$$\text{rot } \vec{u} = 0 \leadsto \vec{u} = \nabla \bar{\phi}$$

$$\text{div } \vec{u} = 0 \leadsto \nabla \cdot \vec{u} = \nabla \cdot \nabla \bar{\phi} = \Delta \bar{\phi} = 0$$



$$\vec{u} = (U_0 + u) \vec{e}_x + v \vec{e}_y$$

Superposition von Grundström

und der Störung in der Strömung

Voraussetzung: lineares System.

$$U_0 \vec{e}_x$$

$$u \vec{e}_x + v \vec{e}_y$$

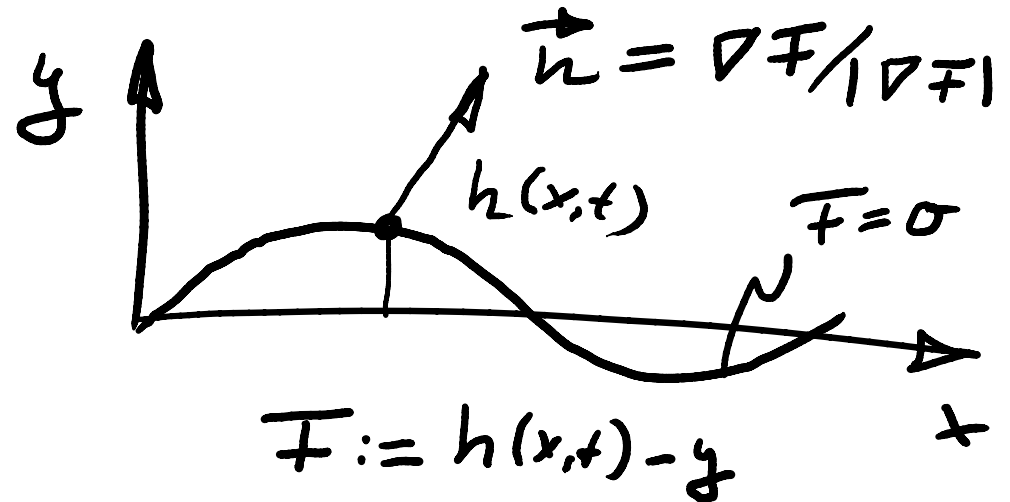


$h(x,t)$ sei bekannt.

Randbedingung an der Körperoberfläche.

Ansatz für das Potential

$$\bar{\Phi} = U_0 x + \underbrace{\varphi(x,y)}_{\text{Störpotential}}$$



$F=0$ implizite Darstellung
der Skalarw.

~~kinematische Randbedij~~

~~$\vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{u}_w \cdot \vec{n}$ an der Wand.~~

~~$\vec{u} \cdot \nabla F = \vec{u}_w \cdot \nabla F = -\frac{\partial F}{\partial t}$~~

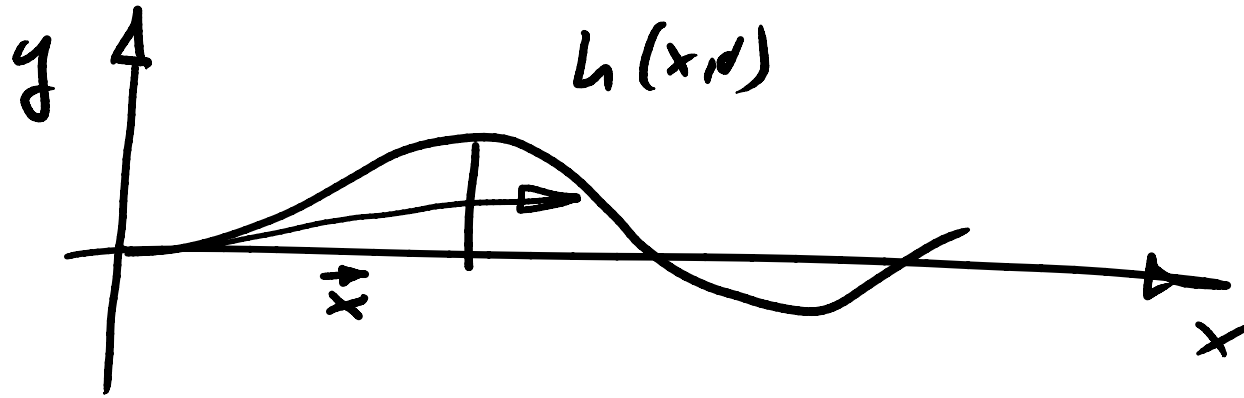


$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \bar{F} = 0$$

$$\frac{D \bar{F}}{D t} = 0$$

~~oder~~ $\vec{n} \sim \nabla \bar{F} = \frac{dh}{dx} \vec{e}_x - \vec{e}_z$

an der Wand.



Jeder Punkt des Körpers erfüllt die
Gleichung

$$F(x, y, t) = h(x, t) - y = 0$$

Implizite Darstellung der Schmelzlinie;

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{u}_w \cdot \vec{n}$$

Kalkulation Randbed.:

$$\vec{n} = \nabla F / |\nabla F|$$

Ein Punkt des Körpers mit der Ortsvektor $\vec{x} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$ erfüllt die Bed.

$$dF = 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{dF}{dt} = 0.$$

} an d. Ver.

Mit der allgemeinen Zeitableit.

$$\frac{dF}{dt} := \frac{\partial F}{\partial t} + \vec{u}_w \cdot \nabla F = 0$$

$$\hookrightarrow \vec{u}_w \cdot \nabla F = - \frac{\partial F}{\partial t}$$



Einschieben in die kinematische Randbed.

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = \vec{u}_w \cdot \vec{n} = \vec{u}_w \cdot \frac{\nabla \bar{F}}{|\nabla \bar{F}|}$$

$$\frac{\vec{u} \cdot \nabla \bar{F}}{|\nabla \bar{F}|} = - \frac{\partial \bar{F}}{\partial t} \frac{1}{|\nabla \bar{F}|}$$

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \bar{F} = 0$$

$$\underline{\underline{\frac{\partial \bar{F}}{\partial t} = 0}} \quad \text{an der Wand}$$





$$\vec{u} = (\mu + u) \vec{e}_x + w \vec{e}_y$$

Lightwell.

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\nabla \bar{F} = \frac{\partial h}{\partial x} \vec{e}_x - \vec{e}_y$$

↳ kinematische R.B.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \bar{F} = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \left[(\mu + u) \vec{e}_x + w \vec{e}_y \right] \cdot \left[\frac{\partial h}{\partial x} \vec{e}_x - \vec{e}_y \right] = 0$$



$$\frac{\partial h}{\partial t} + (U+u) \frac{\partial h}{\partial x} - w = 0 \quad \text{an } y = h_2(x, t)$$

nichtlinear!
in der P.D.,
wenn h Teil
der Lösung ist.

Linearisierung: 1.) $Q + D$
2.) Störgröße ergibt sich

$$\frac{\partial h}{\partial t} + U \frac{\partial h}{\partial x} = w \quad \text{an } y = 0.$$



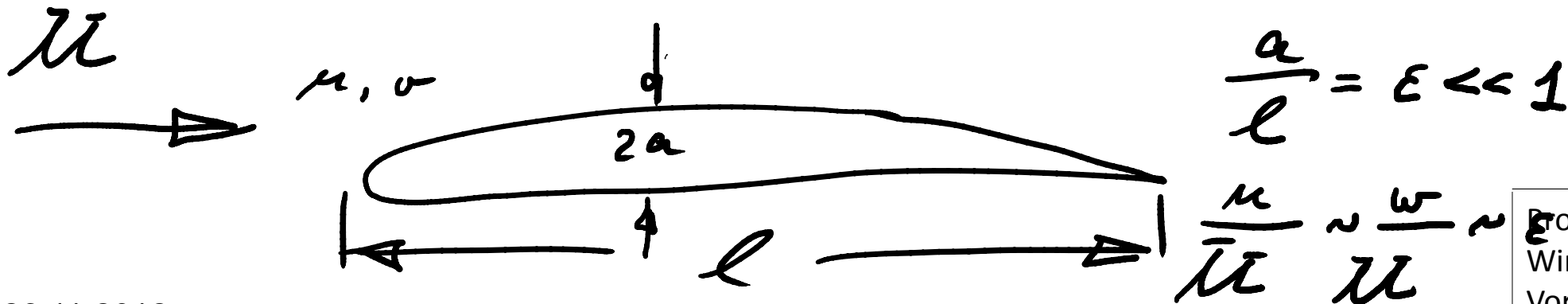
Zu 2.: Größenordnungsabschätzung.

Theorie schlanker Körper: klassische Aerodynamik.

Swimming of slender Fish.

Lit. Spurrh Kop. 10

Hermann Glauert: Aerodynamik; 1928





$$\sim \sigma(\epsilon)$$

ist von der GröÙenordnung
von ϵ .

$$h(x, t) \sim a$$

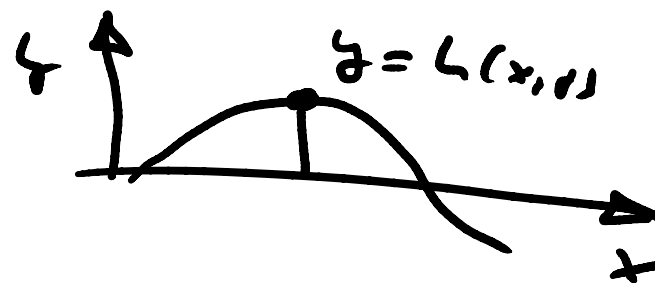
$$x \sim l$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} \sim \frac{a}{l} \sim \epsilon^1$$

$$\rightarrow \frac{\mu}{\mu} \frac{\partial h}{\partial x} \sim \epsilon^2$$

$$\frac{\mu}{\mu} \frac{\partial h}{\partial x} \sim \epsilon^1$$

$$\frac{\omega}{\mu} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x} + \sigma(\epsilon^2) \text{ am}$$



$$h = h(x, t).$$



Taylorentwicklung für $w(x, y, t)$
(Prof. Crane, Trinity College Dublin)

$$\frac{w(x, y, t)}{\bar{u}} = \overbrace{\frac{w(x, 0, t)}{\bar{u}}}^{\sim \varepsilon} + \overbrace{\frac{y}{\bar{u}} \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=0}}^{\sim \varepsilon^2} + \dots$$

mit der Kontinuität.

$$\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial y} \sim \frac{\partial u}{\partial x} \sim \frac{u}{l}$$

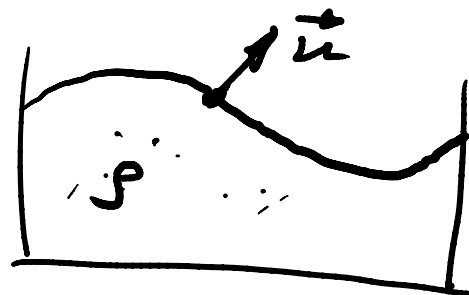
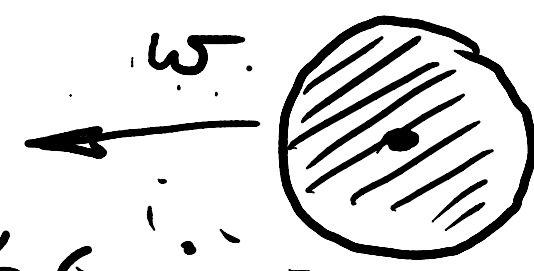
$$\frac{y}{\bar{u}} \frac{\partial w}{\partial y} \sim \frac{\alpha}{\bar{u}} \frac{u}{l} \sim \varepsilon^2$$

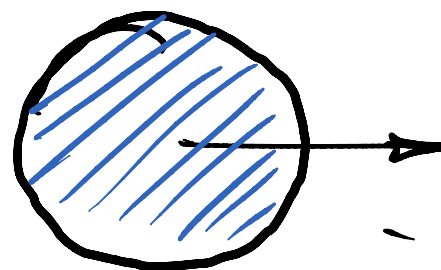
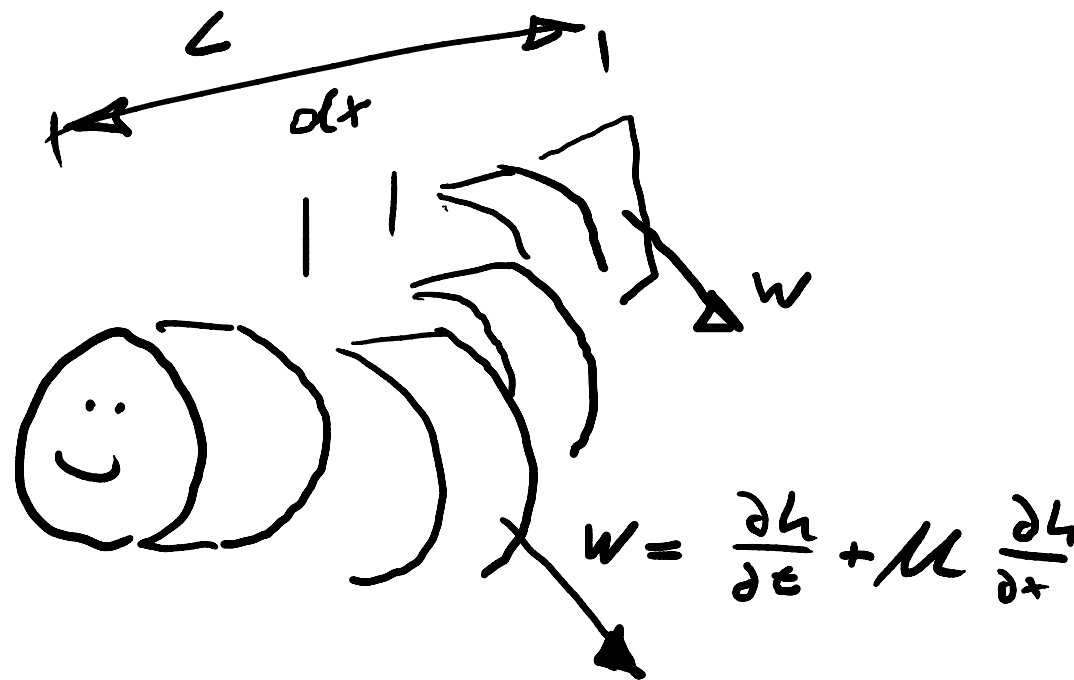


$$\omega = \frac{\partial h}{\partial z} + \bar{u} \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{an } \xi = 0.$$

Existiert bis auf Terme der Ordnung ϵ^2 .

- Anwendung:
- Flöße \rightarrow regenerable Energie
 - Flottbewegungen von z.B. Papierboote.
 - Wichtig Randbedingung an Phasengrenz \rightarrow Scherstress





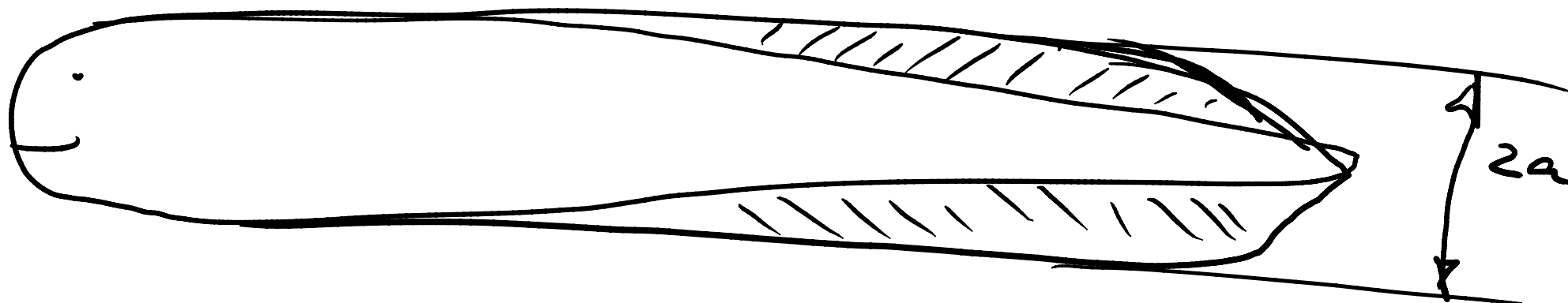
Virtuelle Rest.



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Biofluidmechanik



Prof. Dr.-Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2012/13
Vorlesung 5 F 74