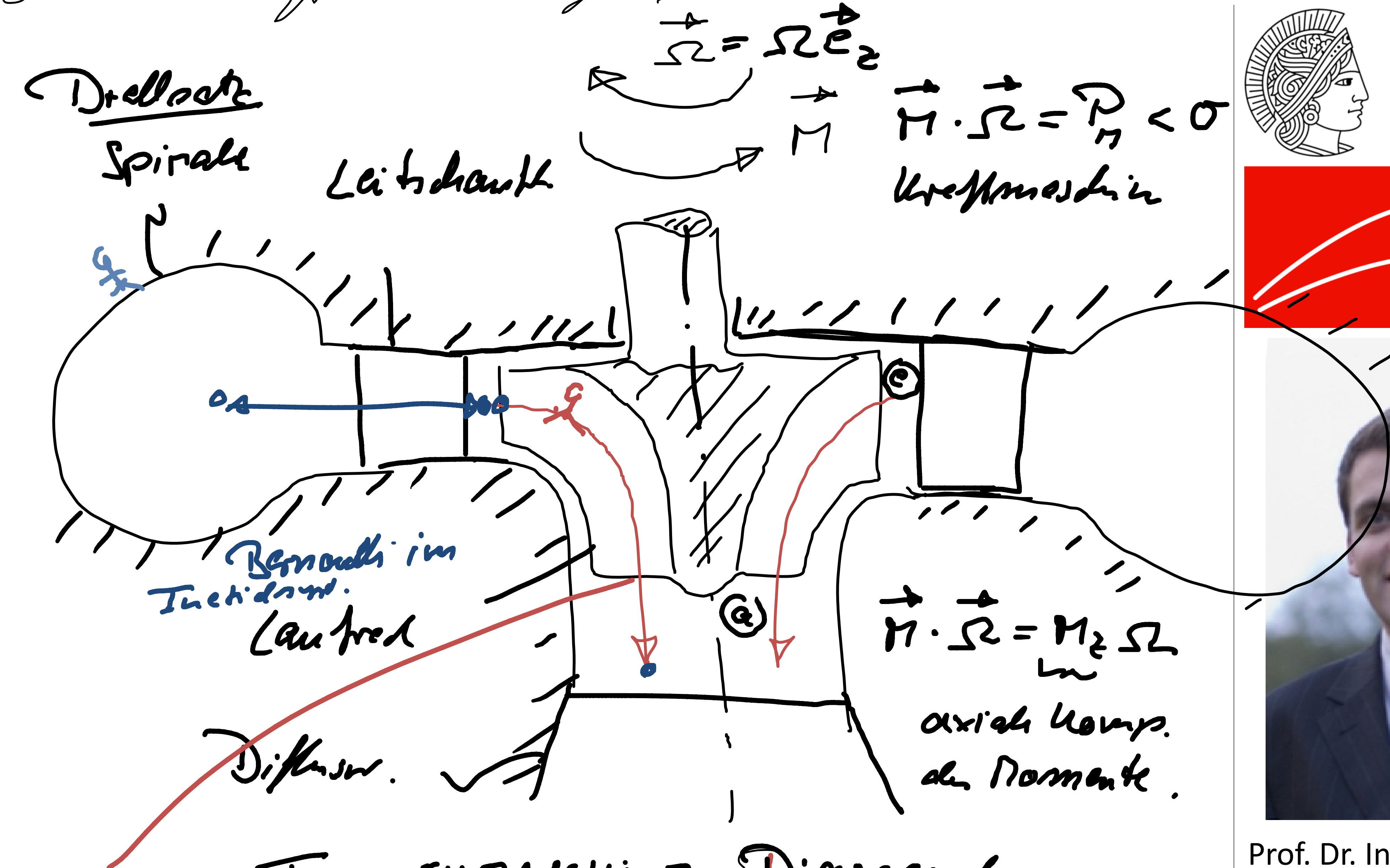
Beschleunigtes Bezugssystem



FRANCISMASCHINE: Diagonal durchströmte Maschine.

Bernoulli im rotierenden Syst.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

$$M_z = \dot m \left(r_a c_{ua} - r_e c_{ue} \right)$$ für den quasistationären Betrieb und konstant

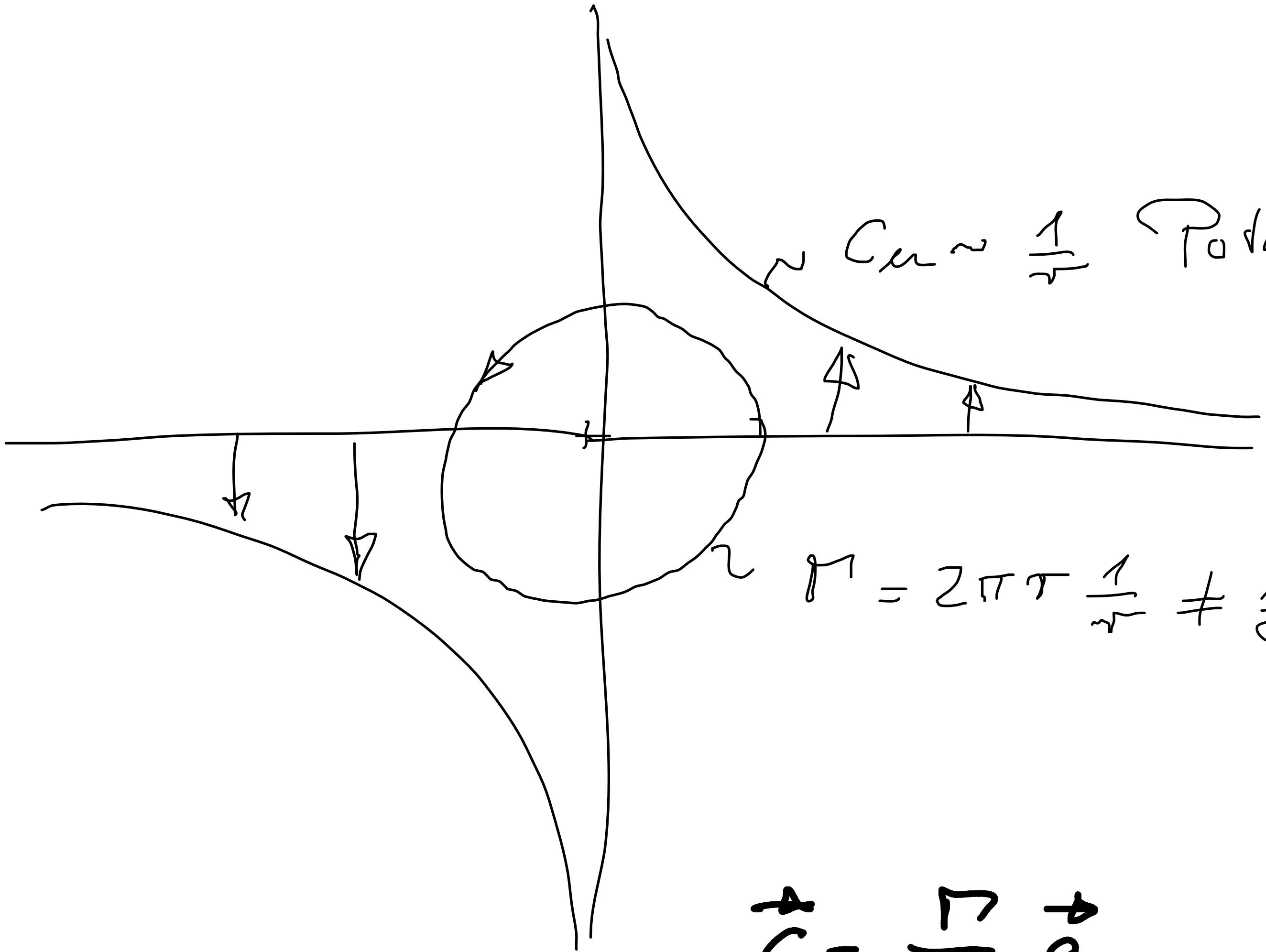
Drall $r c_u$ über die Ein- und Austrittsfläche.

„u" Umfang $\hat{=} \ \varphi$

Stärke des Drells wird in der Zirkulation Γ gemessen

$$\Gamma := \oint_C \vec c \cdot d\vec x$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz



$c_u \sim \frac{1}{r}$ Potentialwirbel.

$\Gamma = 2\pi r \frac{1}{r} \neq f(r)$

$$\vec{c} = \frac{\Gamma}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$$

Geschwindigkeitspotential. $\phi = \frac{\Gamma}{2\pi}\ln\varphi$

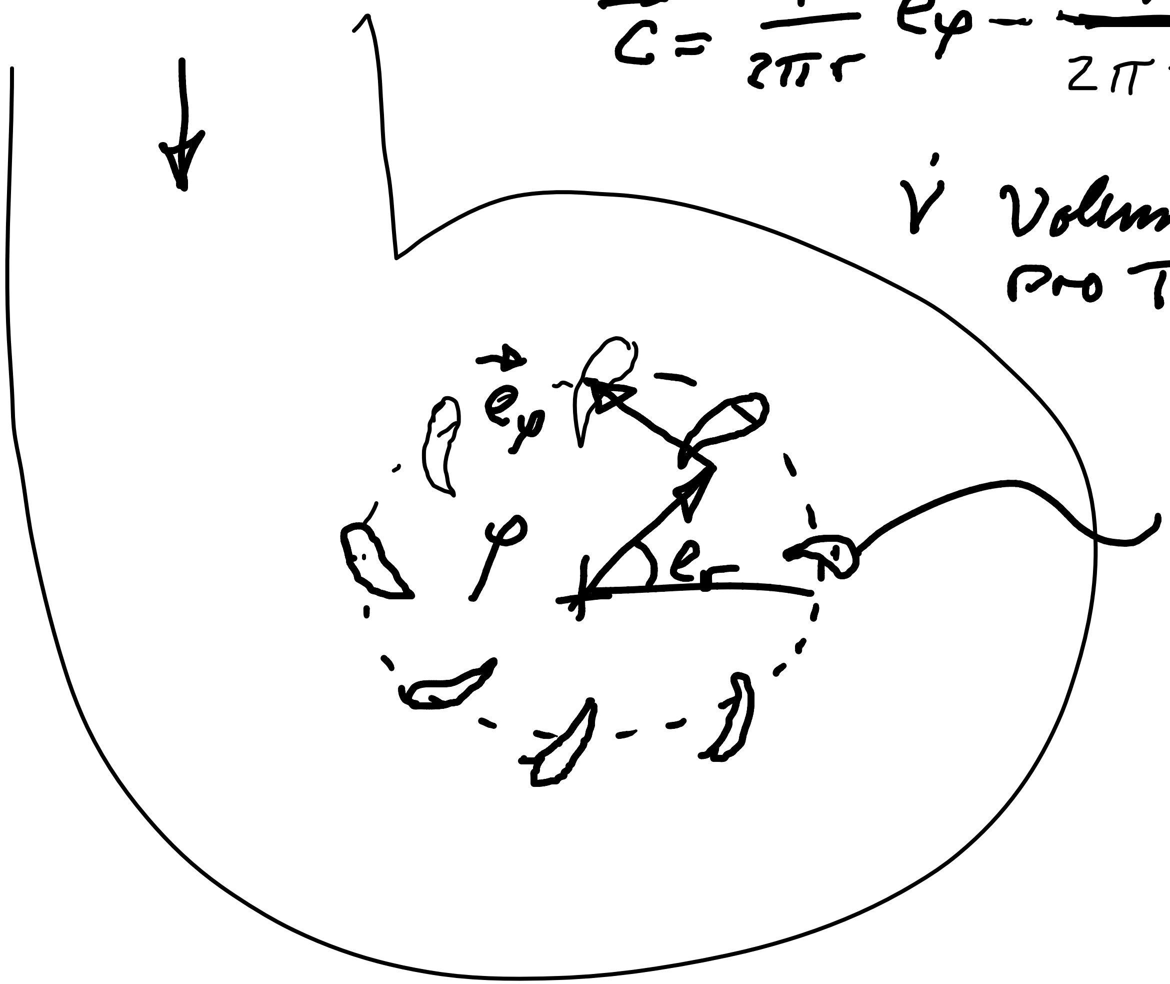
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Schnitt durch die Leitschaufeln einer Francismaschine

$$\vec{c} = \frac{\Gamma}{2\pi r}\vec{e}_\varphi - \frac{\dot{V}}{2\pi r}\vec{e}_r$$

$\dot{V}$ Volumenstrom pro Tiefeneinheit.

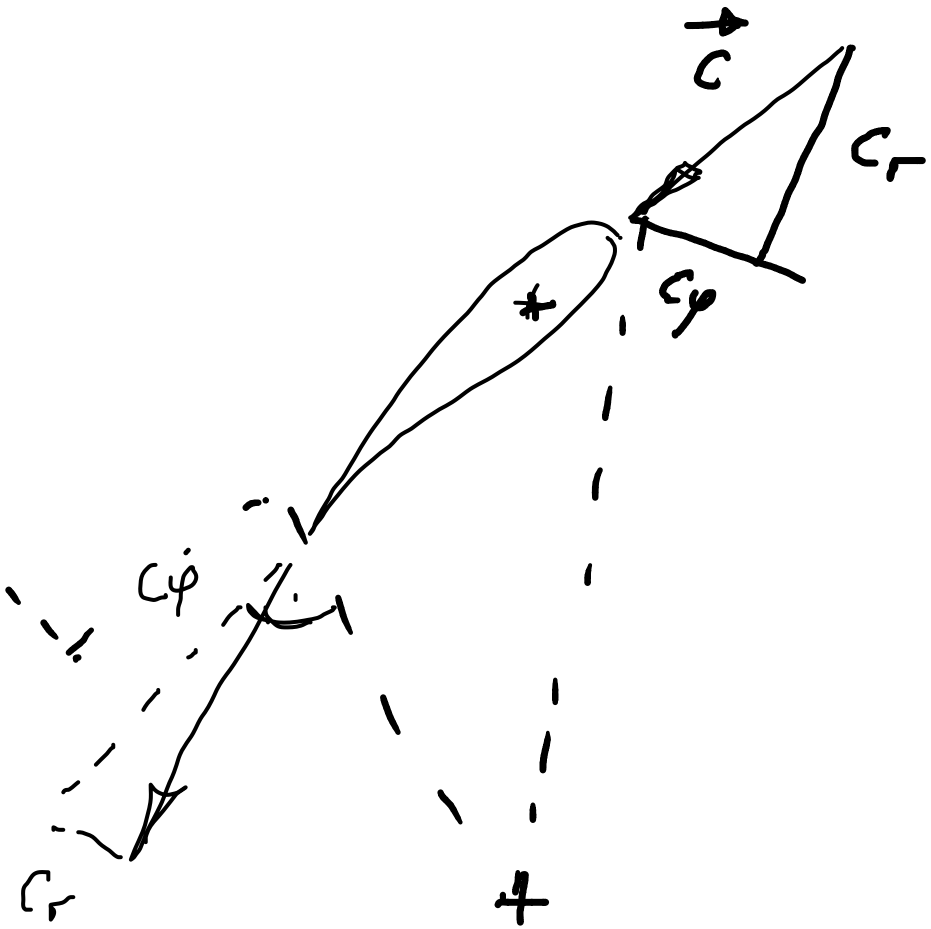


Kreisgitter.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

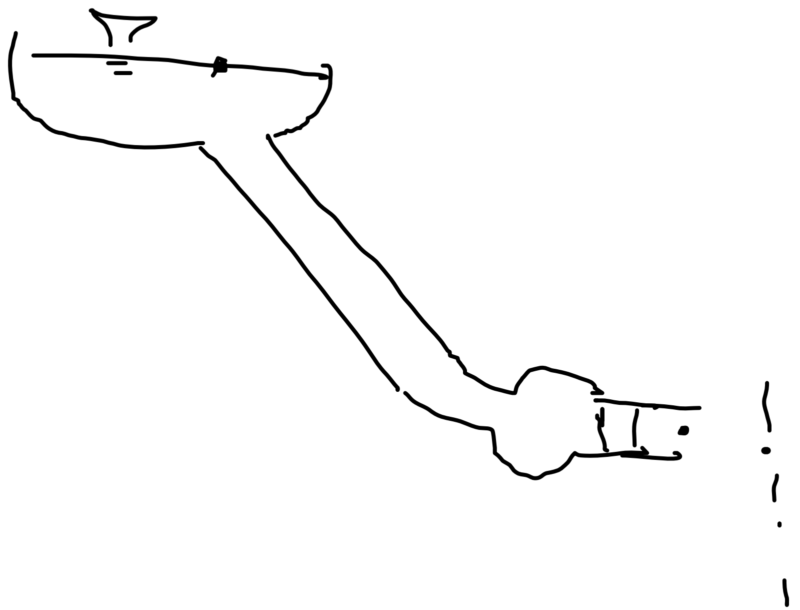
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

In feststehende Geometrie ([illegible])

- Bernoulli im Inertialsystem

$$\frac{\rho}{2} c_1^2 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{\rho}{2} c_2^2 + p_2 + \rho g z_2 + \int \rho \frac{\partial c}{\partial t}\, ds + \Delta p_v .$$



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

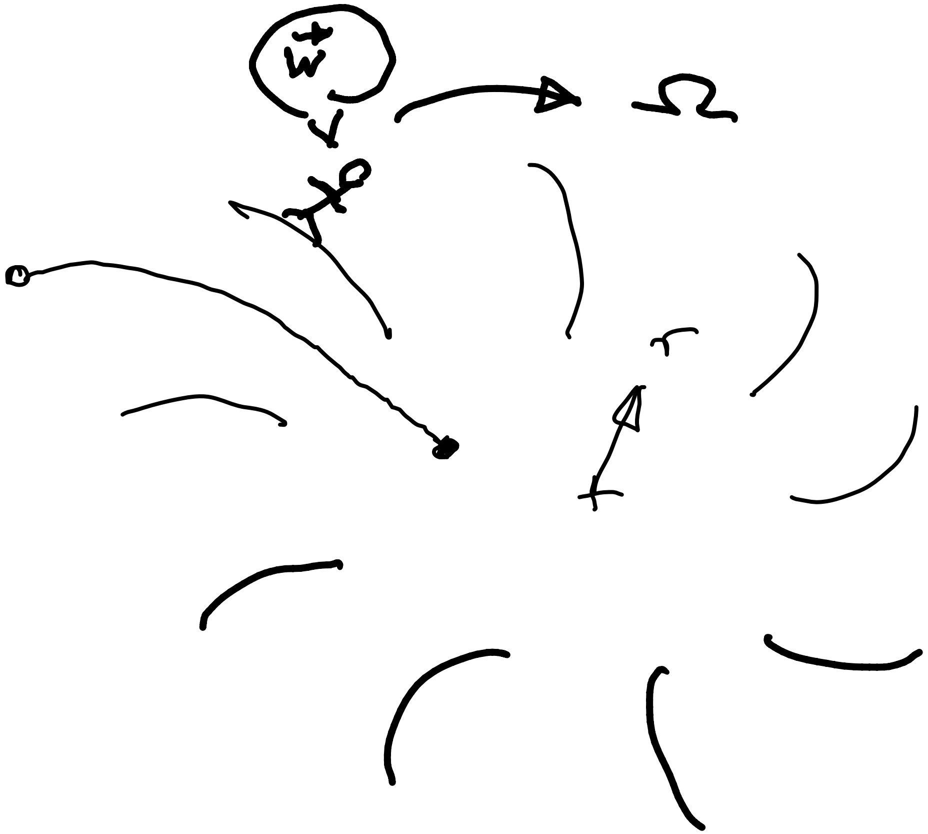
Sommersemester 2011

Einführung in die Hydrodynamik

Vorlesung 9

- Druckänderung in der Maschine

Bernoulli im rotierenden Syst.



$$\frac{\rho}{2} w_1^2 + p_1 - \frac{\rho}{2}(r\Omega)_1^2 + \rho g z_1 = \frac{\rho}{2} w_2^2 + p_2 - \frac{\rho}{2}(r\Omega)_2^2 + \rho g z_2 + \Delta p_v .$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

$$\left[\frac{Dm}{Dt}\right]_I = \sigma$$ Konti

$$\left[\frac{D\vec{I}}{Dt}\right]_I = \vec{F}$$ Impuls

$$\left[\frac{D\vec{D}}{Dt}\right]_I = \vec{M}$$ Drall

$$\left[\frac{DK}{Dt}\right]_I + \left[\frac{DE}{Dt}\right]_I = \dot{Q} + P$$ Energie 1. HS.

$$\left[\frac{DS}{Dt}\right]_I = \int_V \Delta \dot{s}_{im}\, dV - \int_S \frac{q^2}{T}\, dS$$ 2. HS.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

Änderung beim Übergang auf ein beschleunigtes System.

$\vec{b}$

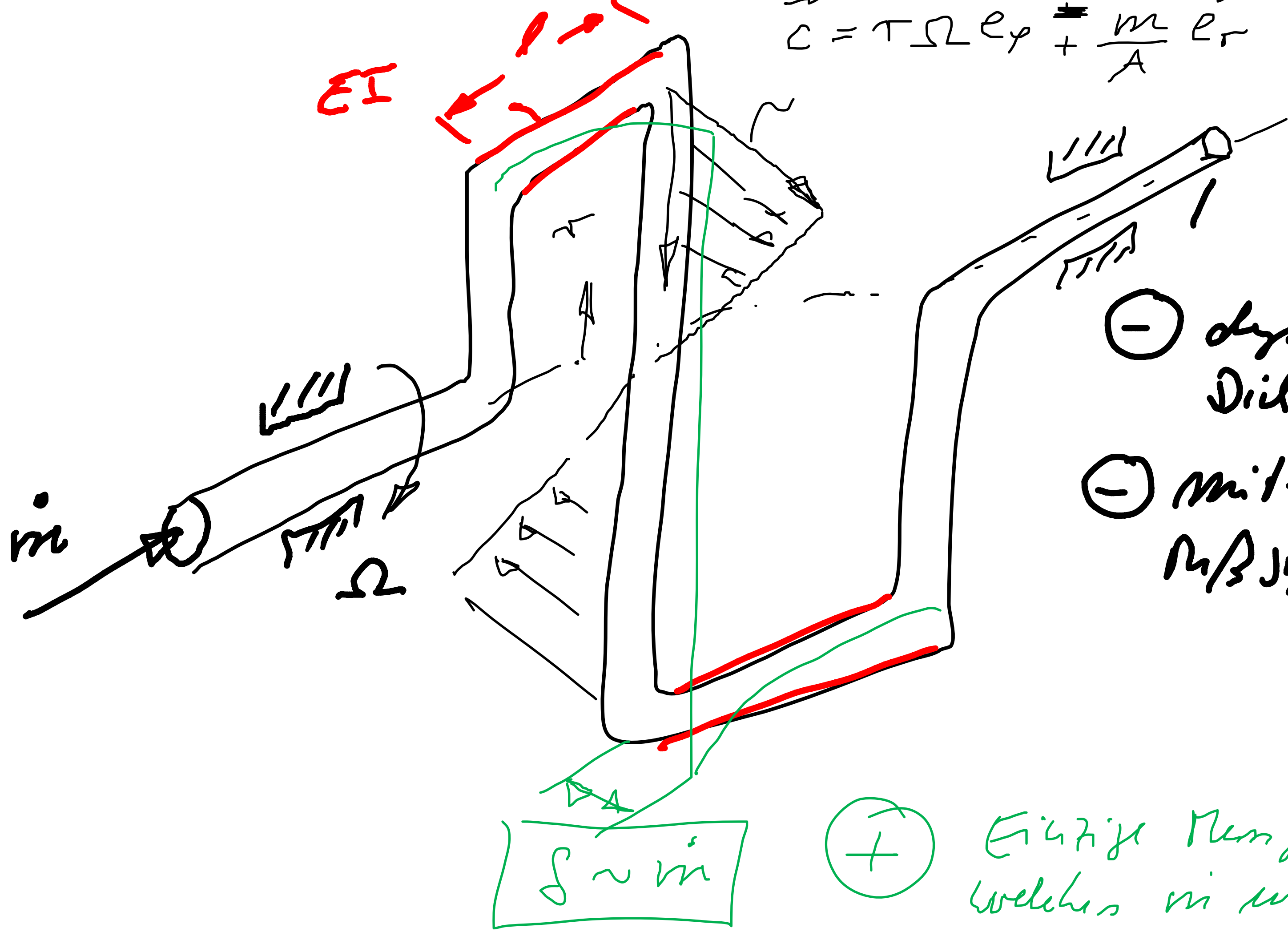
$$\boxed{\left[\frac{D\vec{b}}{Dt}\right]_I = \left[\frac{D\vec{b}}{Dt}\right]_B + \vec{\Omega} \times \vec{b}}$$

Drehgeschwindigkeitsvektor des beschleunigten Bezugssystems.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Anwendung im Coriolisdurchflussmesser.

$$\vec c = r\Omega\,\vec e_\varphi + \frac{\dot m}{A}\,\vec e_r$$



⊖ dynamische Dichtung

⊖ mitrotierende Meßsyste.

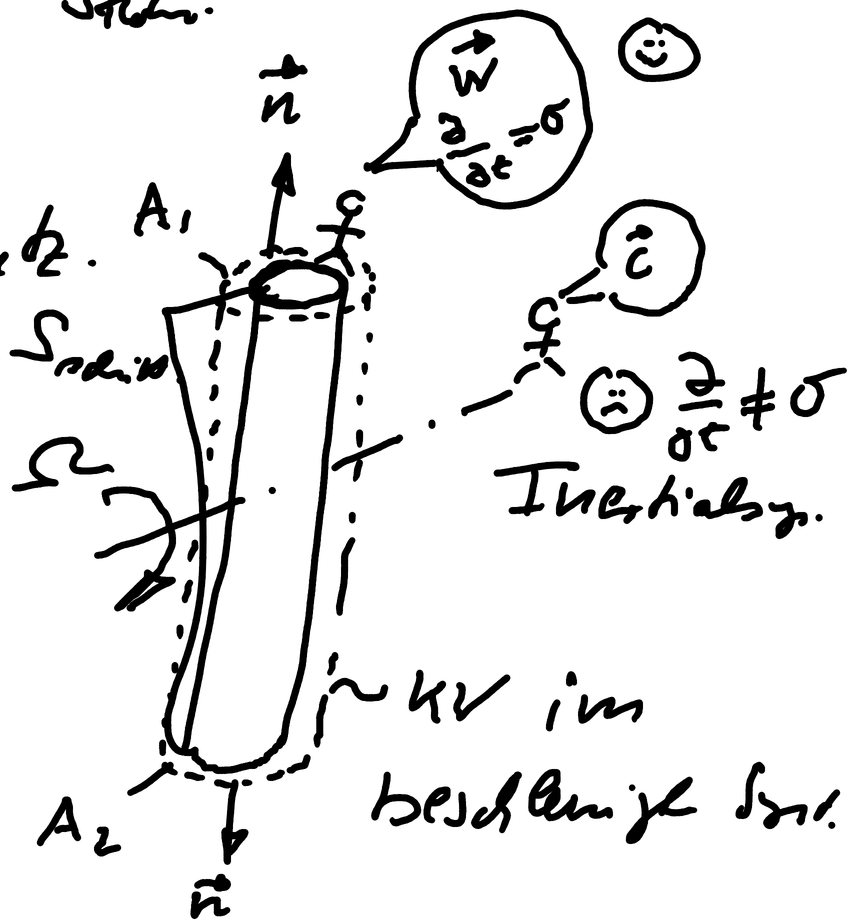
⊕ Einzige Messgerät welches ṁ unmittelbar bestimmt.

$\vec{F}_{Fl \to Rohr} = ?$

1.) $\vec{F}_{Fl \to Rohr} \overset{?}{=} \int_{S_{Rohr}} \vec{t}\, dS$

Beschl. System.

2.) Impulssatz.



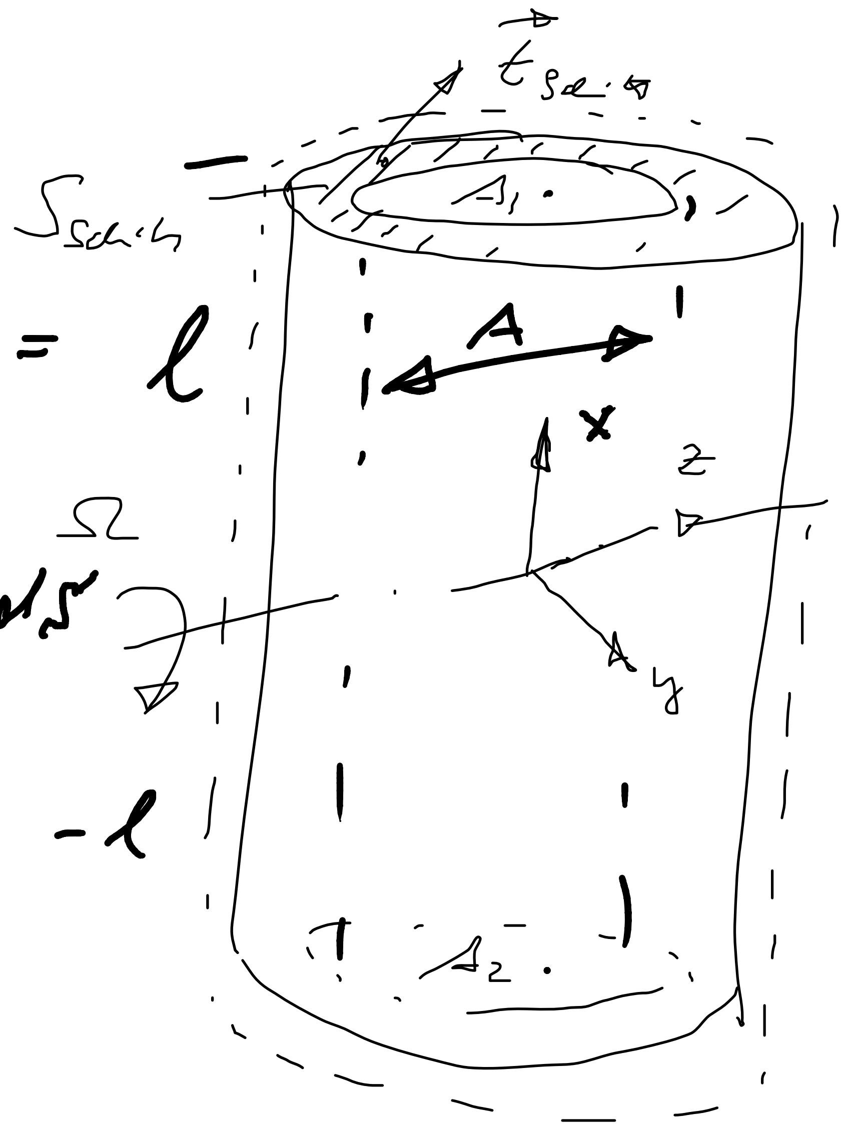
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

Impulssatz

$$\frac{D\vec{I}}{Dt} = \left[\frac{D\vec{I}}{Dt}\right]_B + \vec{\Omega} \times \vec{I} = \underbrace{\int \vec{t}\, dS}_{S_{Schicht}} + \int_{A_1+A_2} -p\vec{n}\, dS - \vec{F}_{Fl\to Rohr}.$$



$$\vec{I} = \int \rho \vec{c}\, dV = \int_A \int_{-l}^{+l} \rho \left(\frac{\dot m}{\rho A}\vec{e}_x + \Omega x \vec{e}_y\right) dA\, dx$$

$$= \int_A \int_{-l}^{l} - \frac{\dot m}{A}\vec{e}_x + \rho \Omega x \vec{e}_y\, dA\, dx$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

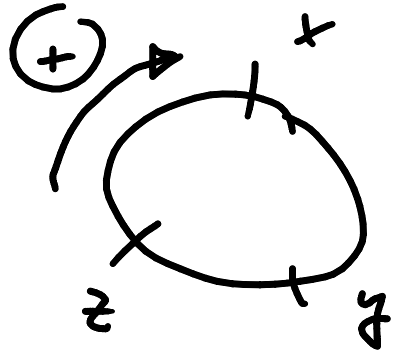
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

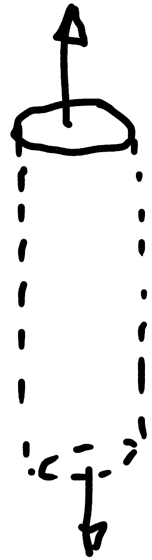
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$$\vec I = -\dot m\, 2l\, \vec e_x$$



$\vec n = \vec e_x$



$\vec n = -\vec e_x$

$$\left[\frac{D\vec I}{Dt}\right]_B \equiv 0.$$

$$\vec \Omega \times \vec I = \Omega\, \vec e_z \times \left(-\dot m\, 2l\, \vec e_x\right)$$

$$= -\Omega\, \dot m\, 2l\, \vec e_y$$

$$-\Omega\, \dot m\, 2l\, \vec e_y = -\vec F_{Fl \to Rohr.} - \int_{A_1} p_1\, \vec e_x\, dA + \int_{A_2} p_2\, \vec e_x\, dA$$

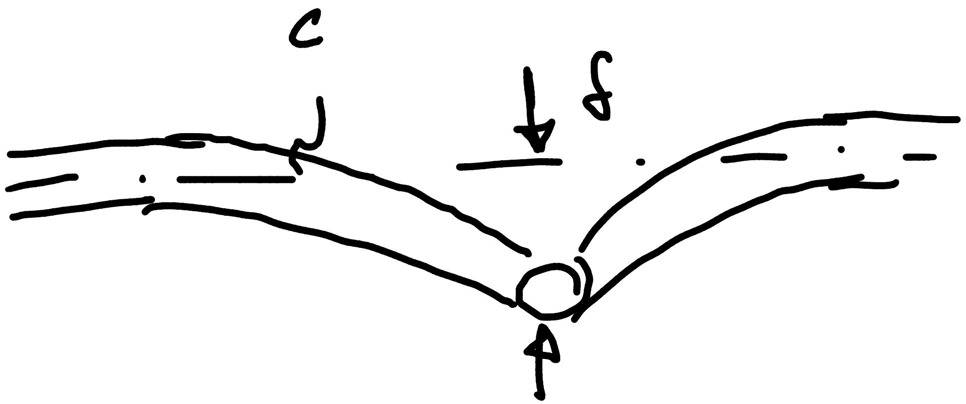
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

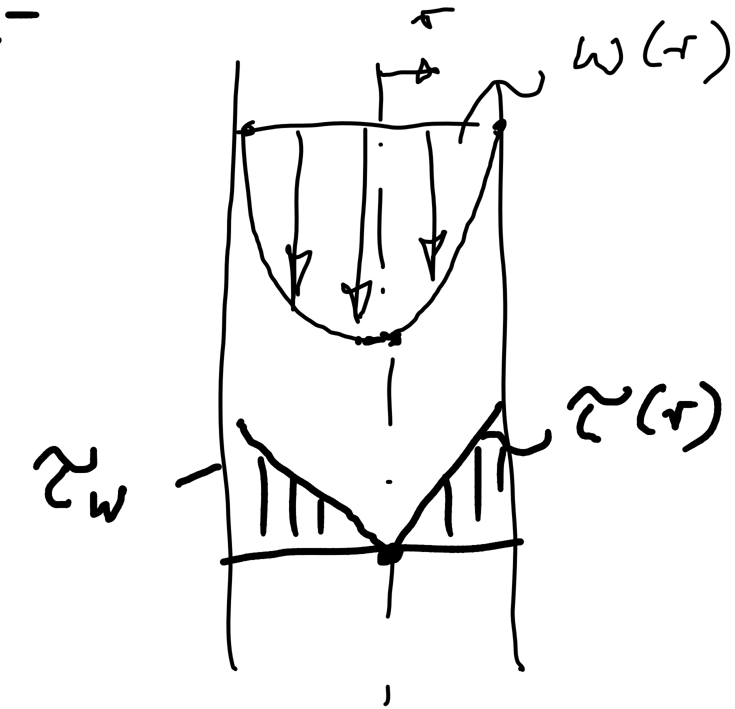
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

$$\vec F_{Fl \to Rohr} = \Omega\, 2\ell\, \dot m\, \vec e_y - \underbrace{(p_1 - p_2)}\, A\, \vec e_x$$

$$\boxed{f \sim \dot m}$$

Druckdifferenz infolge Reibung an der Rohrwand



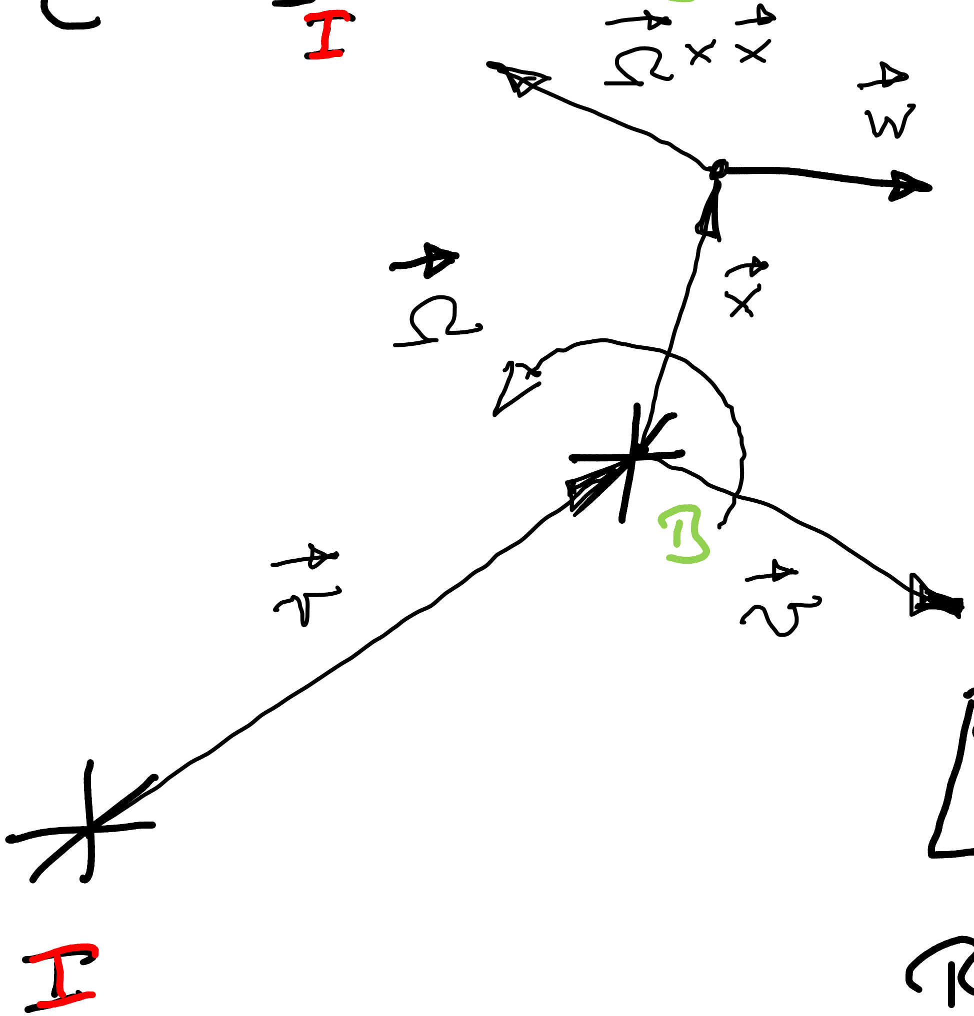


Wandschubspannung

$$\tau(r=R) = \tau_w$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

$$\left[\frac{D\vec{b}}{Dt}\right]_I = \left[\frac{D\vec{b}}{Dt}\right]_B + \vec{\Omega} \times \vec{b}.$$



$\vec{r}$ Führungsvektor.

$$\left[\frac{D\vec{r}}{Dt}\right]_I = \vec{v}$$

Führungsgeschw.

$$\left[\frac{D\vec{x}}{Dt}\right]_B = \vec{w}$$

Relativgeschwindigkeit.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

Absolut Geschwindigkeit

$$\vec{c} = \left[\frac{D(\vec{r}+\vec{x})}{Dt}\right]_I = \vec{w} + \vec{v} + \vec{\Omega}\times\vec{x}$$

$$\cancel{\left[\frac{D\vec{r}}{Dt}\right]_I} + \left[\frac{D\vec{x}}{Dt}\right]_I = \left[\frac{D\vec{x}}{Dt}\right]_B + \cancel{\left[\frac{D\vec{r}}{Dt}\right]_I} + \vec{\Omega}\times\vec{x}$$

$$\boxed{\left[\frac{D\vec{x}}{Dt}\right]_I = \left[\frac{D\vec{x}}{Dt}\right]_B + \vec{\Omega}\times\vec{x}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

Allgemein

$$\left[\frac{D\vec{b}}{Dt}\right]_I = \left[\frac{D\vec{b}}{Dt}\right]_B + \vec{\Omega} \times \vec{b}.$$

Drallsatz im beschleunigten Syst.

$$\left[\frac{D\vec{D}}{Dt}\right]_I = \left[\frac{D\vec{D}}{Dt}\right]_B + \underbrace{\vec{\Omega} \times \vec{D}}_{=0.}$$

Für ein gleichförmiges System gilt

$$\vec{D} = D_z \vec{e}_z$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Spezialfall $\vec{D} = D_z \vec{e}_z$ und $\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$

im beschleunigten Syst.

$$\int_S \rho\, \vec{x} \times \vec{c}\, (\vec{w} \cdot \vec{n})\, dS = \vec{M}$$

$$\left[\frac{D \vec{D}_z}{Dt}\right]_B$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Impulssatz in differentieller Form

$$\varrho\left[\frac{D\vec c}{Dt}\right]_I = \varrho\vec k + \nabla\cdot\underset{\sim}{T}$$

Cauchy-Gleichung.

$$\vec c = \vec w + \vec\Omega\times\vec x + \vec v$$

$$\left[\frac{D\vec c}{Dt}\right]_I = \left[\frac{D\vec w}{Dt}\right]_I + \left[\frac{D}{Dt}\left(\vec\Omega\times\vec x\right)\right]_I + \underbrace{\left[\frac{D\vec v}{Dt}\right]_I}_{\vec a}.$$

$$= \left[\frac{D\vec w}{Dt}\right]_B + \vec\Omega\times\vec w + \left[\frac{D\vec\Omega}{Dt}\right]_B\times\vec x + \vec\Omega\times\left[\vec w + \vec\Omega\times\vec x\right] + \vec a$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9

$$\rho \left[\frac{D\vec{w}}{Dt}\right]_B = \rho \vec{k} + \nabla \cdot \underset{\sim}{T} \quad +$$

$$- \left\{ \rho \vec{a} + 2\rho\, \vec{\Omega} \times \vec{w} + \rho\, \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{x}) + \rho \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \times \vec{x} \right\} .$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Einführung in die Hydrodynamik
Vorlesung 9