

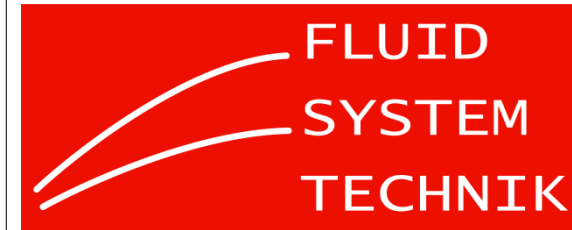
# Ankündigung

Fr. 29.4.: 17<sup>00</sup> Uhr } Hr. Schellens  
K24 Petersstr. 35 } VW  
D&T Kraft-Wärme-  
Kopplung.

---



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

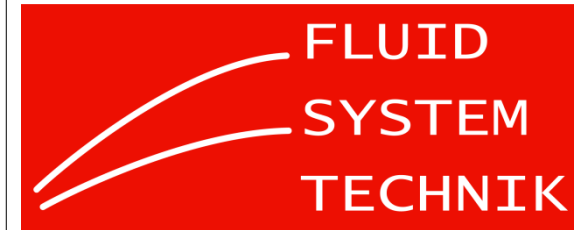
# Hydrostatik

Keine Relativbewegung zwischen  
Flüssigkeitsteilchen.

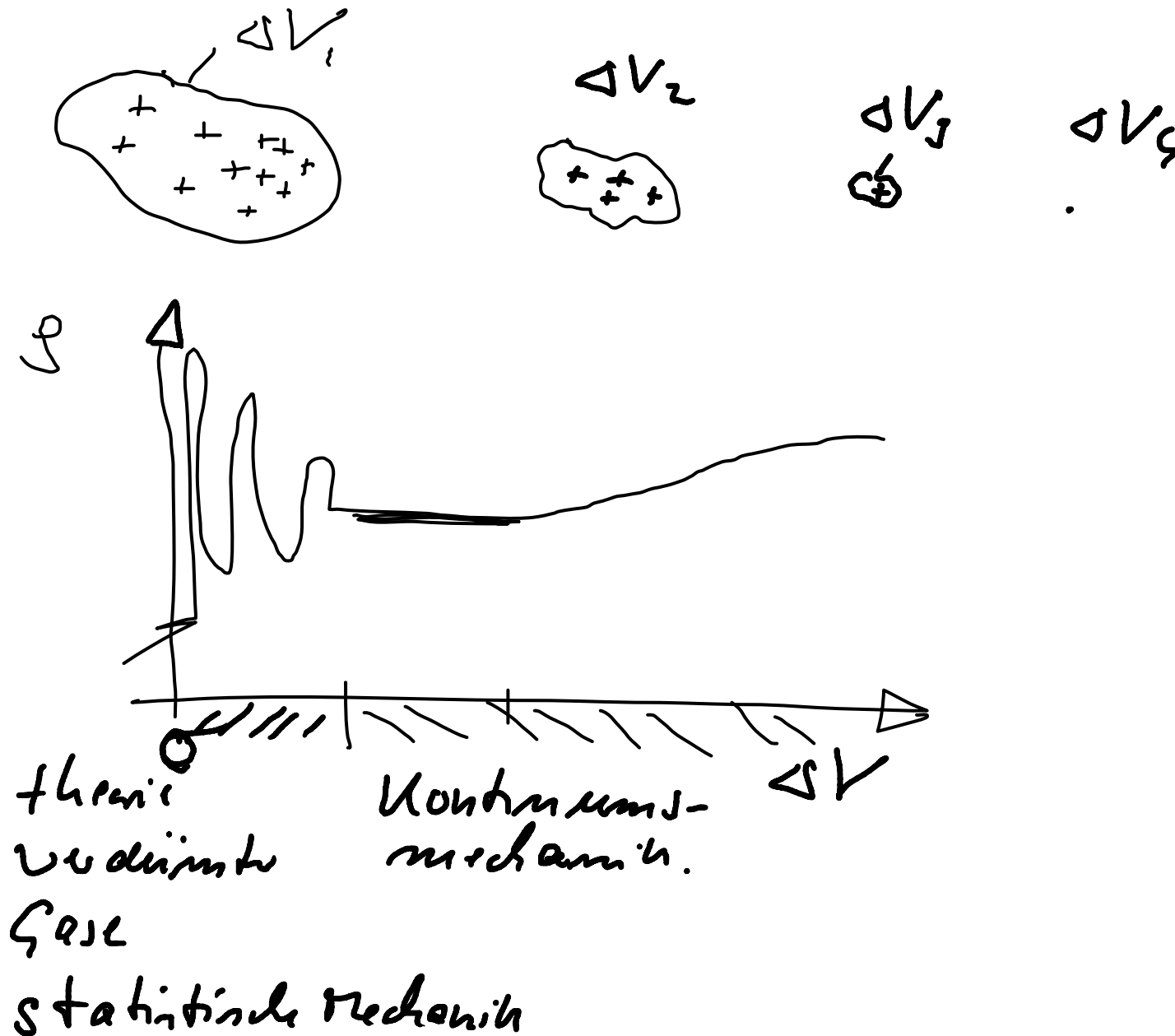
Flüssigkeitsteilchen.  
Dichte  $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$   
Modellvertretung.  
Kontinuumshypothese.



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1



Weitere Kontinuumsmechanik Größe

Dyn. Viskosität  $\eta$   $\{\eta\} = \underline{\text{Pa sec}}$

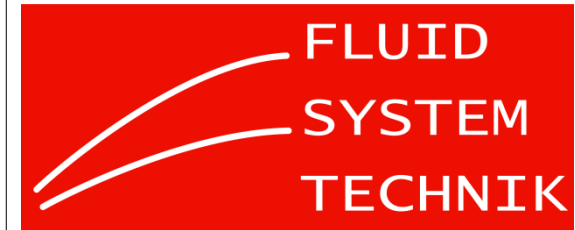
Kinematische Viskosität  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$

$$\{\nu\} = \frac{\text{m}^2}{\text{sec}}$$

$$\left\{ \frac{\eta^2}{\rho} \right\} = \text{N.}$$



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

$$a \cdot b = c$$

Unterscheidung von Kräfte nach  
Volumenkraft und Oberflächenkraft.

$$\vec{f} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_V}{\Delta V}$$

$$\vec{t} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}_S}{\Delta S}$$

z.B.

$$\vec{f} = \rho \vec{g}$$

$$\vec{F}_V = \iiint_V \vec{f} \, dV$$

$$\vec{F}_S = \iint_S \vec{t} \, dS$$

$$\vec{f}$$

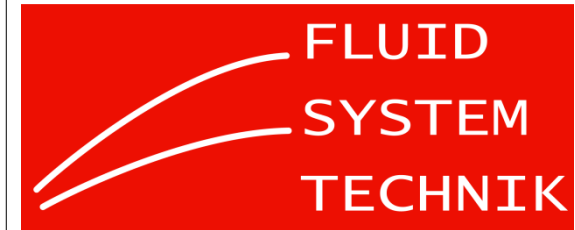
massenspez.

Schwerkraft.

$$\vec{f} = + \rho r \Omega^2 \vec{e}_r \quad \text{Zentrifugal-  
kraft}$$



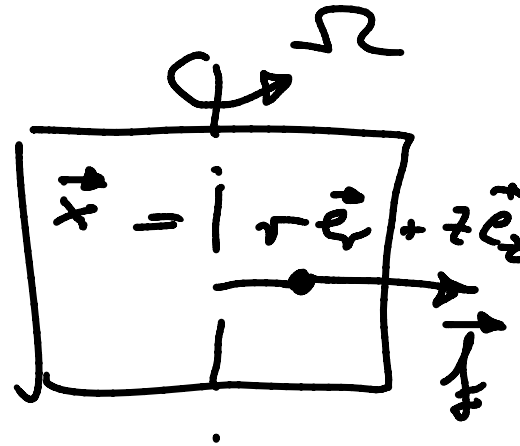
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

# Volumen Kraft

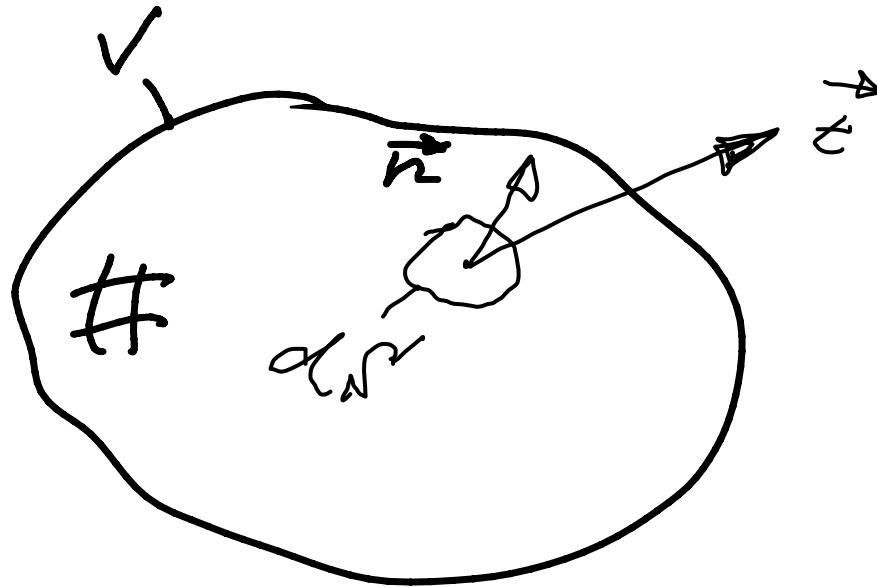
$$\vec{F} = \int_V \vec{f} dV$$



$$\vec{G} = m \vec{g} = \int_m \vec{g} dm = \int_V \vec{g} \rho dV$$



# Oberflächenkräft

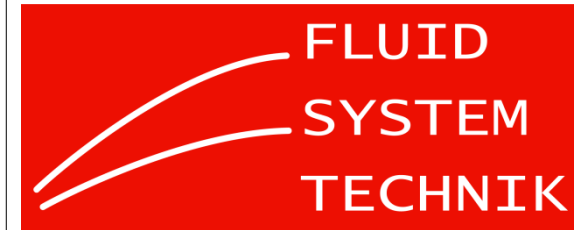


$\vec{n}$  → Flächennormale

$\vec{t}$  → Spannungsvektor.



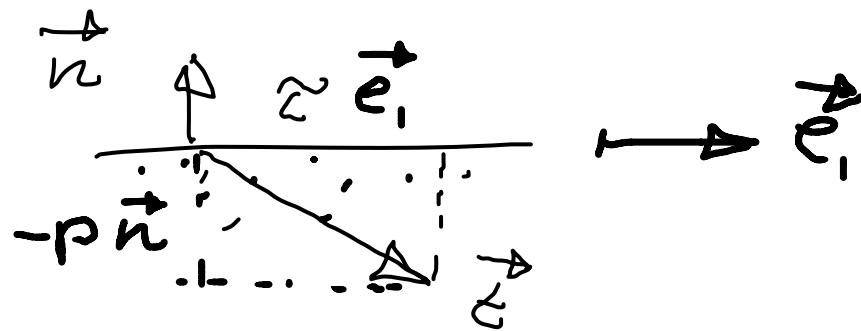
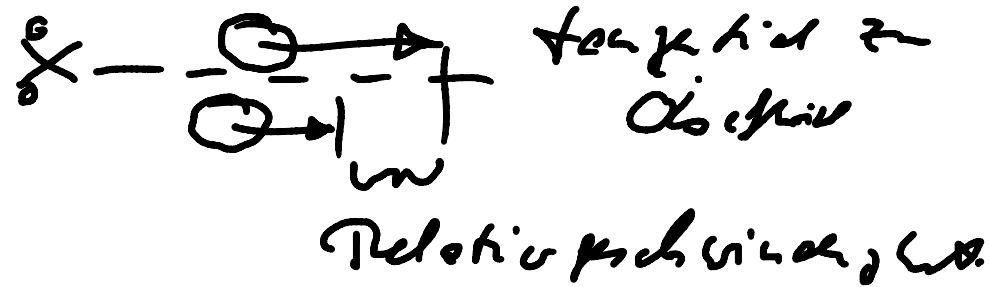
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

Im Spezialfall Hydrostatik

findet keine Relativbewegung zwischen  
den Teilchen statt  $\leadsto$  keine Kompressibilität



$$\vec{\tau} = -p\vec{n} \quad \text{in der Hydrostatik}$$





# Hydr Herleitung der hydrostatischen Grundgleichung



## ① 5-Axiome

- Massenerhalt
- Impulserhalt
- Drehmoment
- Energieerhaltung
- Gibbsche Relation (2te Hauptsatz)

z.B.

## ② Materialgesetze

- Newtonsche Flüssigkeit
- ideale Gasgleichung

$$P = \rho R T$$

⋮



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

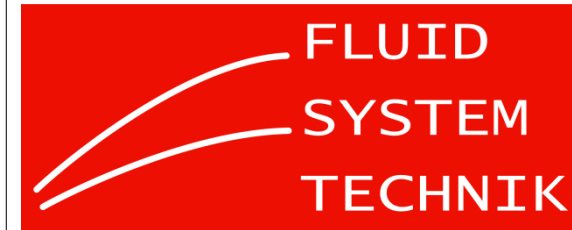
⑤ kinematische Beziehungen.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$\gamma_{ij} = \frac{\mu}{h}$



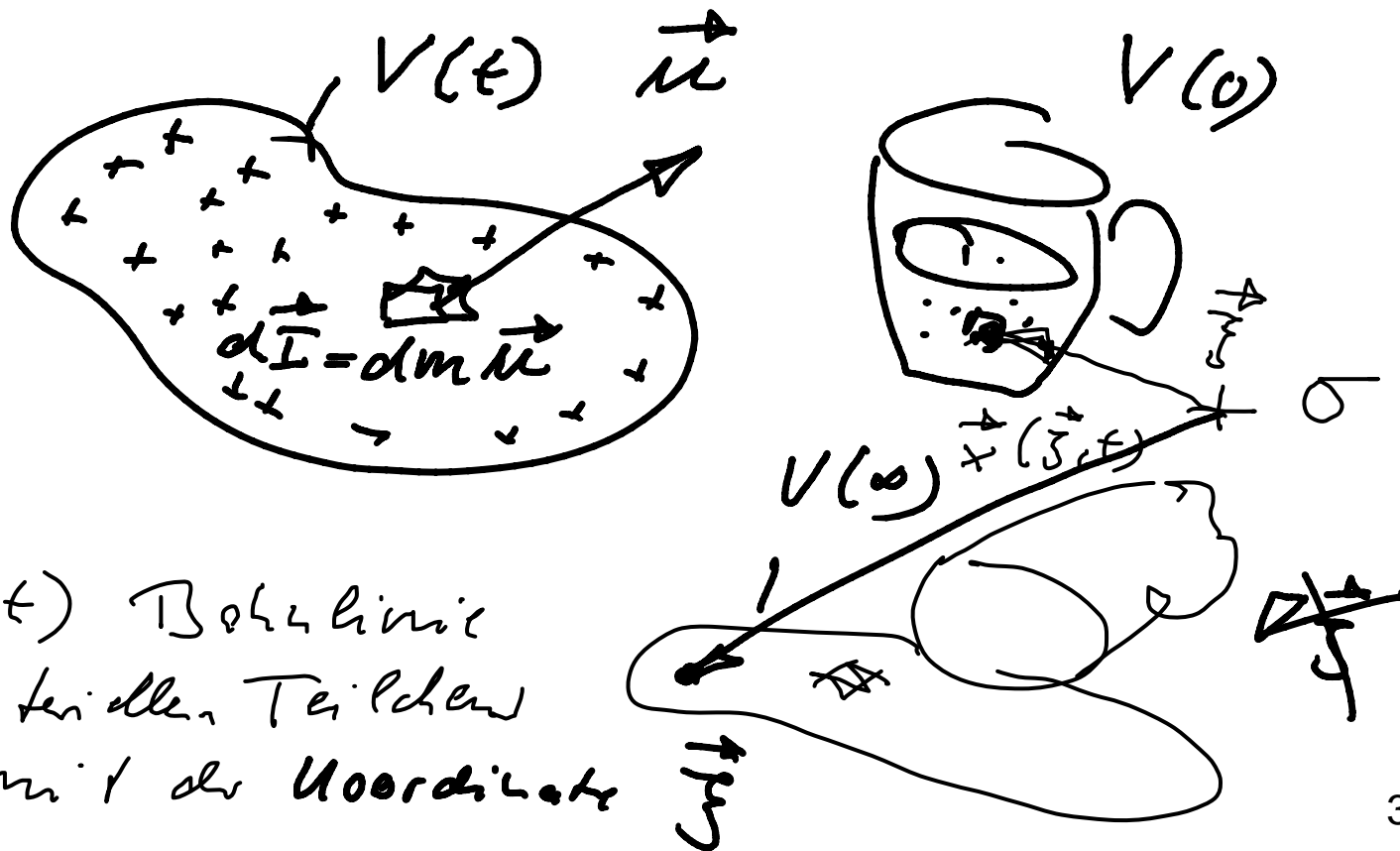
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

# Impulsnotz

Die zeitliche Änderung des Impulses eines Körpers ist gleich der auf den Körper wirkenden Kraft.



$\vec{x}(\vec{j}, t)$  Bahnlinie  
des materiellen Teilchen  
mit der Koordinate



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

Impuls

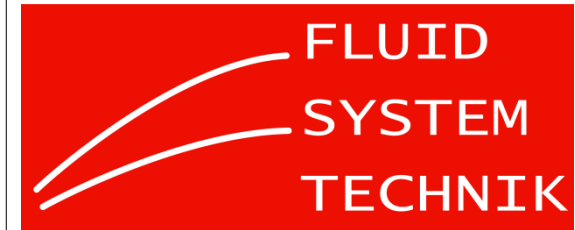
$$\vec{I} = \int d\vec{I} = \int_m \vec{u} dm = \int_V \rho \vec{u} dV$$

$$\left[ \frac{D\vec{I}}{Dt} = \vec{F} = \vec{F}_V + \vec{F}_{\text{sr}} \right]$$

$\frac{D}{Dt}$  materielle zeitliche Änderung



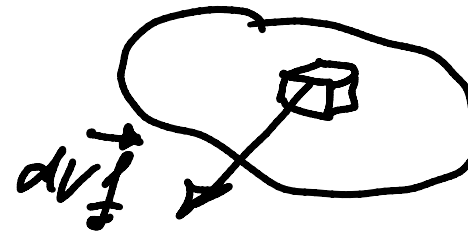
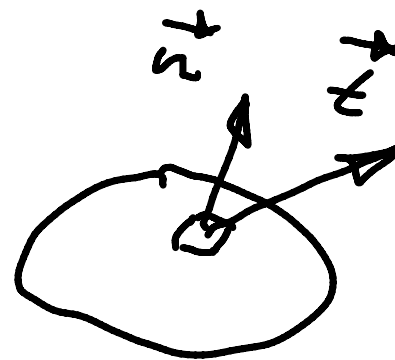
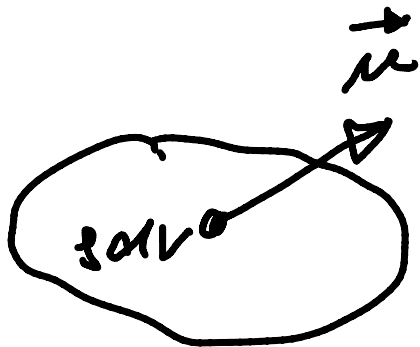
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1



$$\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho \vec{u} dV = \oint_{S'} \vec{t} dS' + \int_V \vec{f} dV.$$

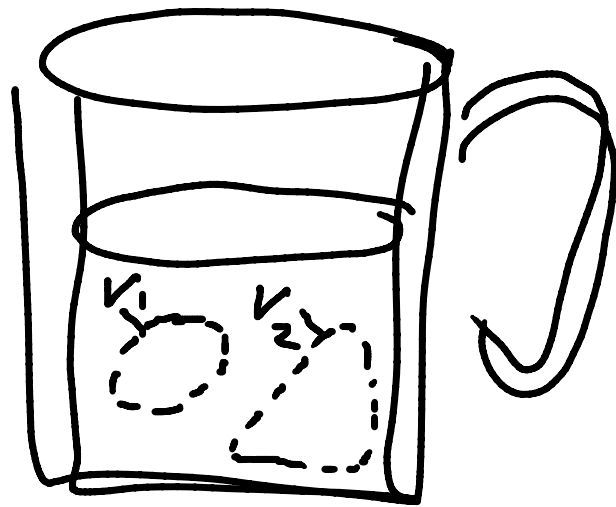


Speziellfall Hydrostatik.

$$0 = \oint_{S'} \underbrace{-p \vec{n}}_{\substack{dp dV \\ \text{Gauß.}}} dS' + \int_V \vec{f} dV$$

$$\sigma = \int_V -\nabla P dV + \int_V \vec{f} dV$$

$$= \int_V -\nabla P + \vec{f} dV.$$



D.h. das Volumen  
ist beliebig

$$\Rightarrow \nabla P = \vec{f}$$

hydrostatisches Grund-  
gesetz.



$\nabla$  Nabla Operator.  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$

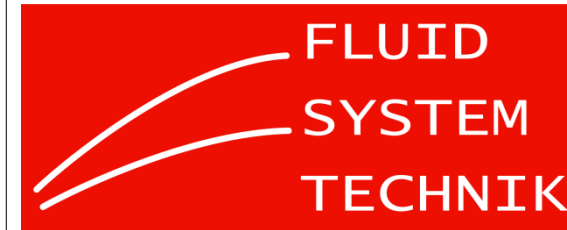


$\nabla \phi$  Gradient der skalaren Feldgröße  $\phi$

$\nabla \cdot \vec{\phi}$  Divergenz des Vektors  $\vec{\phi}$   $\text{div} \vec{\phi}$

$\nabla \times \vec{\phi}$  Rotation des Vektors  $\vec{\phi}$   $\text{rot} \vec{\phi} = \text{curl} \vec{\phi}$

$\vec{r}(M) = \nabla \Omega$  Satz von  
Gauss.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

Wann ist hydrostatisches  
Gleichgewicht möglich?

$$\nabla p = \vec{f}$$

$$\nabla \times \nabla p = \nabla \times \vec{f}$$

$$0 = \nabla \times \vec{f}$$

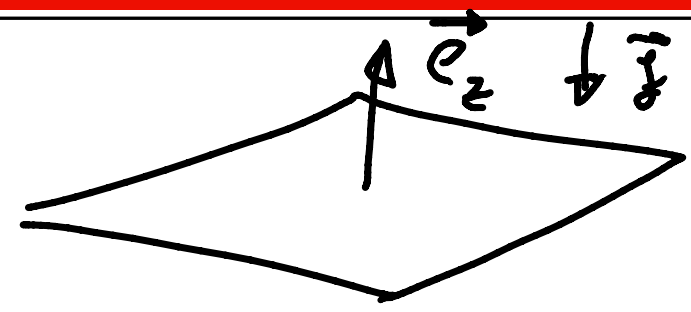
Notwendige Bedingung für hydrostatisches  
Gleichgewicht: Rotation der Volumenkräfte  
muß verschwinden.







Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

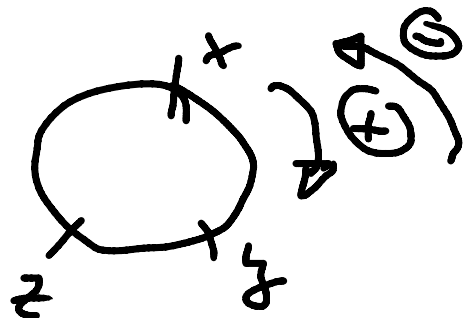


$$p_2 \cdot \delta s = p_1 \cdot \delta s$$

2.1

$$p_2 \cdot \delta s + \left( \frac{\partial p}{\partial x} \delta x + \frac{\partial p}{\partial z} \delta z \right) \delta s = p_1 \cdot \delta s$$

$$p_2 + \left\{ \frac{\partial p}{\partial x} \delta x + \frac{\partial p}{\partial z} \delta z \right\} = p_1$$



$$p_2 + \left( \frac{\partial p}{\partial x} \delta x + \frac{\partial p}{\partial z} \delta z \right) = p_1$$

Potential der Volumenkraft.  $\nabla \times \vec{f} = 0$

$$\hookrightarrow \vec{f} = -\nabla \psi$$

$\psi$  Potential der Volumenkraft.

$$\nabla p = \vec{f} = -\nabla \psi$$

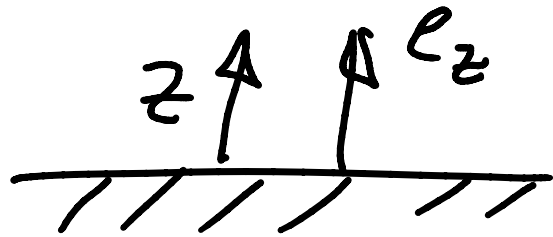
$$p = -\psi + p_*$$

$p_*$  ist ein Bezugsdruck.



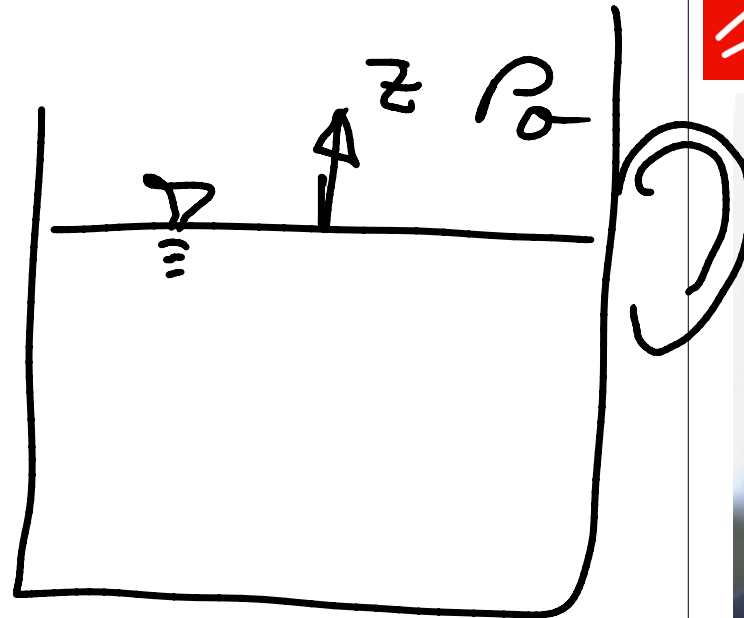
Potential der Newtonschen Schwerkraft

$$\vec{f} = -g \vec{e}_z$$



$$\vec{f} = -\rho g \vec{e}_z$$

$$\psi = \rho g z$$

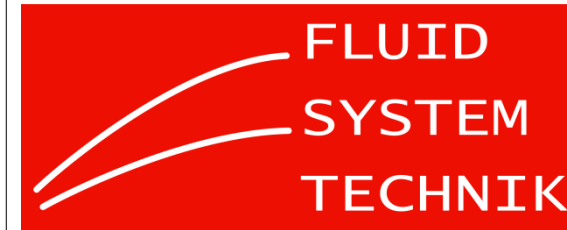


$$P = \rho g z + P_*$$

$$P = -\rho g z + P_0$$



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



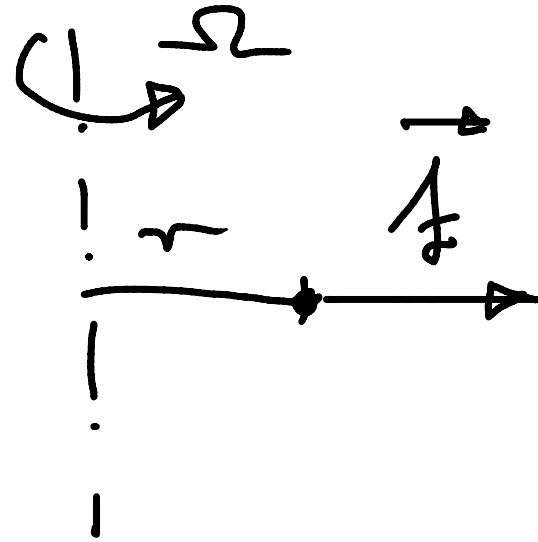
FLUID  
SYSTEM  
TECHNIK



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2011  
Einführung in die  
Hydrodynamik  
Vorlesung 1

$$\vec{a} = g + \Omega^2 \vec{e}_r$$

$$\psi = -\frac{\rho}{2} r^2 \Omega^2$$



Pause bis 15<sup>10</sup>