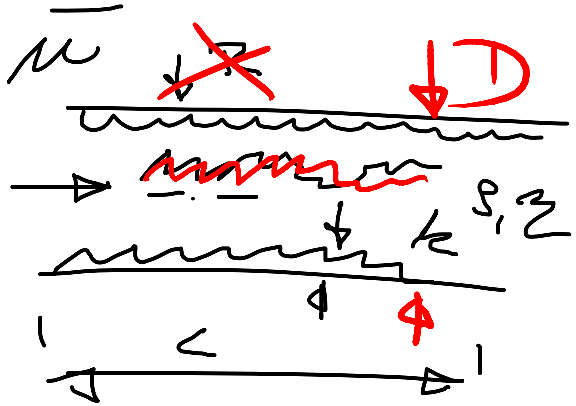
① $\frac{\Delta p}{L} = fn(\bar{\mu}, \cancel{R}, k, \rho, \eta)$



② $[LMT]$ $\quad L^{1} M^{0} T^{-1}$

③

	$\frac{\Delta p}{L}$	$\bar{\mu}$	$\cancel{R}$ D	k	ρ	η / $\rho = \nu$
L	-2	1	1	1	-3	+2
M	1	0	0	0	1	0
T	-2	-1	0	0	0	-1

Hinweis: Reibung, Stoffaustausch, Wärmeaustausch

$[\nu] = [D] = [a] = \frac{L^2}{T}$

$\tau = \eta \dot{\gamma}$

$a = \frac{\lambda}{c \rho}$

$[\eta] = [\tau / \dot{\gamma}] = \frac{F T}{L^2} = \frac{L M T}{T^2 L^2}$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

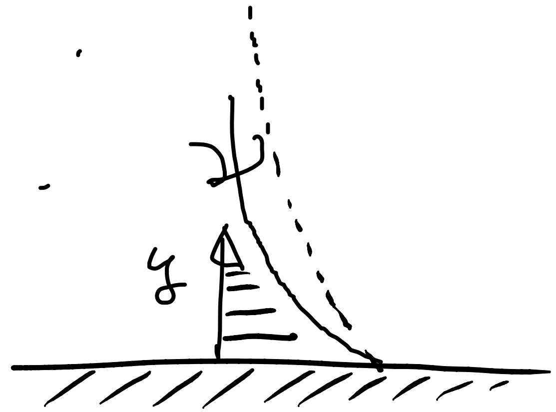
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 5

Ähnlichkeit zwischen Reibung, Stofftransport, Wärmetransport.

Reibung

$$\frac{\partial w_z}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2}$$



Diffusions DGL.

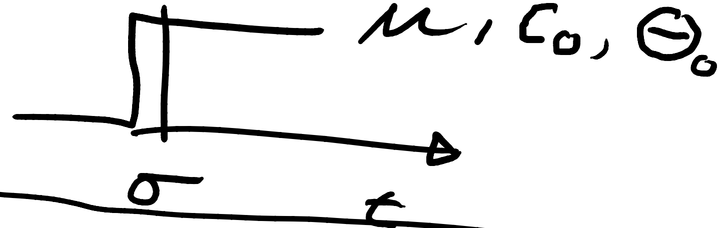
Prandtlzahl.

$$Pr = \frac{a}{\nu}$$

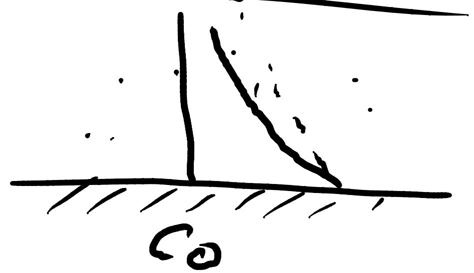
$$Sc = \frac{D}{\nu}$$

Schmidtzahl

Stofftransport.



$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$$



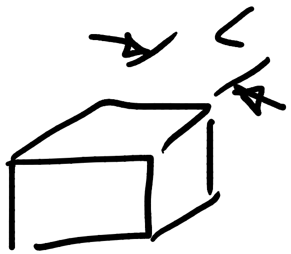
Wärmetransport.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}$$

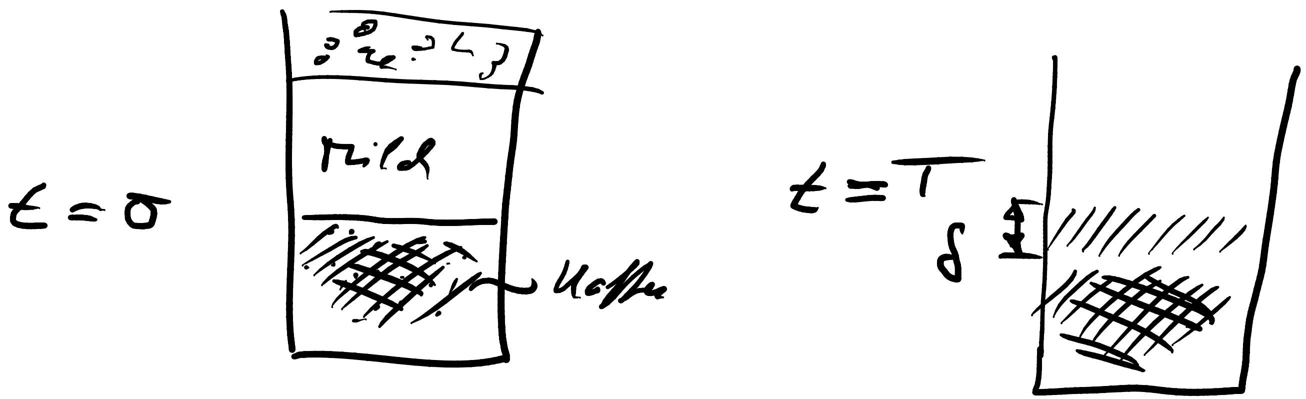
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

typische Zeit eines Diffusionsprozesses $\sim \frac{L^2}{D}$.

$\rightarrow L$ typische Länge.



typische Diffusionslänge $\delta \sim \sqrt{DT}$.

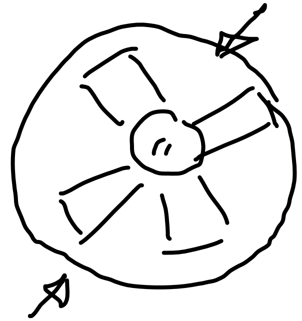


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

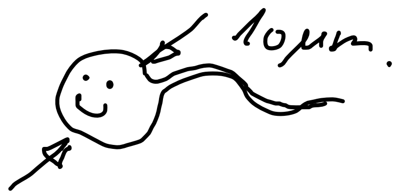
Bei einer Trägheit dominiert Strömung

Bei einer Zähigkeit dominiert Str.

$\frac{\Delta p}{\ell \rho}$



$\frac{\Delta p}{\ell \eta}$



	$\frac{\Delta p}{\ell \rho \bar{u}^2}$	$\frac{\bar{u}}{2\nu}$	R	k	ρ	ν
L	-1	-1	1	1	-3	2
M	0	0	0	0	1	0
T	0	-1	0	0	0	-1

3

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

	$\frac{\Delta p}{L}$	$\frac{1}{\rho \bar{u}^2}$	$\frac{\bar{u}}{\nu}$	R	k
L	-1		-1	1	1

	$\frac{\Delta p}{\rho \bar{u}^2}\frac{R}{L}$	$\frac{\bar{u}R}{\nu}$	R	$\frac{k}{R}$
L	0	0	1	0

$$\frac{\Delta p}{L} = fn(\bar{u}, R, k, \rho, \nu)$$ 6 physikalische Größen

$$\Longleftrightarrow \quad \frac{\Delta p}{\rho \bar{u}^2}\frac{R}{L} = fn\left(\frac{\bar{u}R}{\nu}, \frac{k}{R}\right)$$ 3 physik. Größen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

$\frac{\bar{u}R}{\nu}$ Re	$\frac{k}{R}$
100	10^{-3}
1000	10^{-3}
10^4	10^{-3}
⋮	

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 5

$D = 2R. \;\hat{=}\; c_f$ friction factor

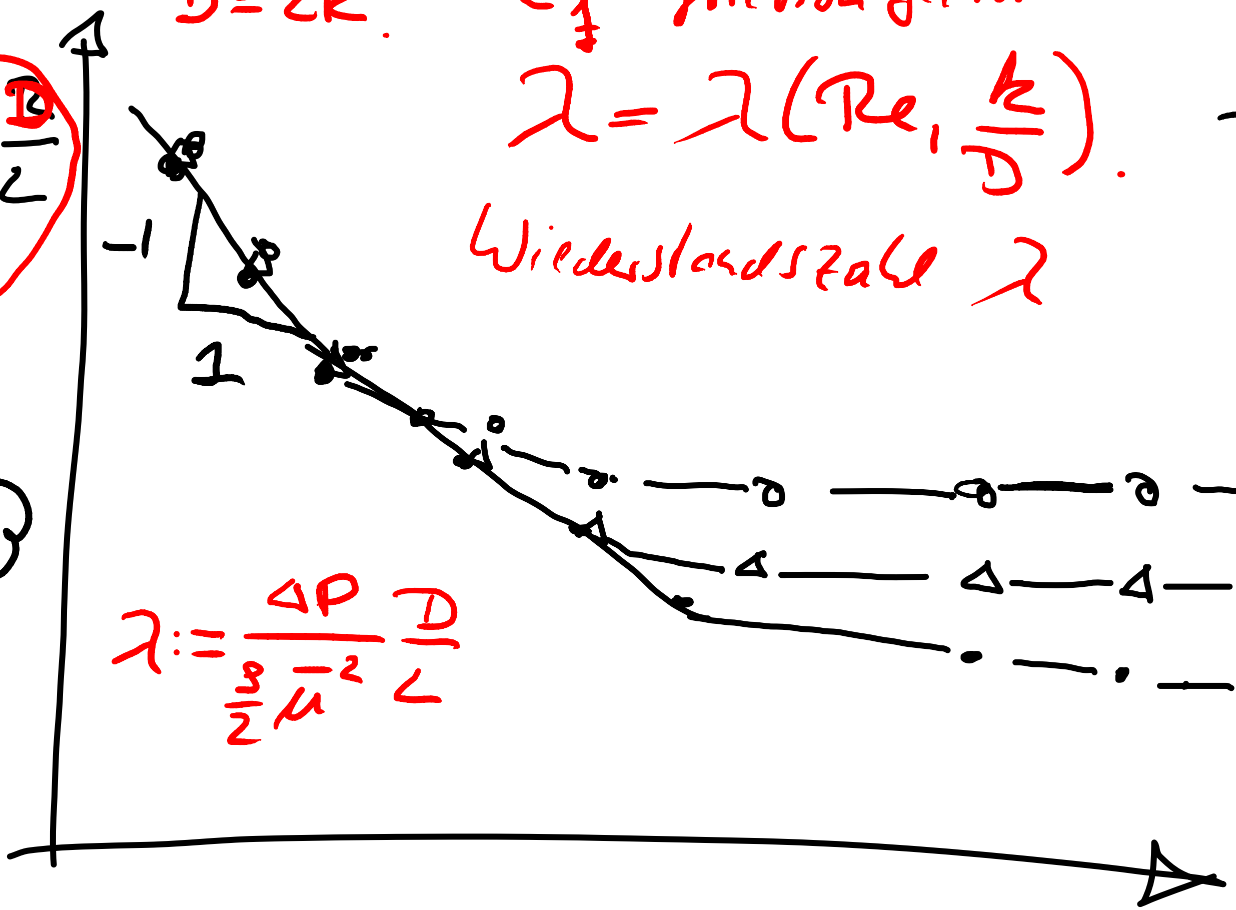
$\lambda = \lambda\left(Re, \frac{k}{D}\right).$

Wiederstandszahl λ

$\lg \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2}\bar{u}^2}\frac{D}{L}$

λ

CO_2



$\lambda := \frac{\Delta p}{\frac{\rho}{2}\bar{u}^2}\frac{D}{L}$

Fertigung

ϵ

relative Rauheit.

$\frac{k}{D}$

$\lg \frac{\bar{u}D}{\nu} = \lg Re$

Reynoldszahl.

⊕ Signifikante Reduktion des Messaufwands. / Rechenaufwands.

⊕ Dimensionsanalytische Verallgemeinerung

⊕ Reduzierter Bedatungsaufwand.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 5

5. Schritt

Diskussion der dimensionslosen Zusammenhänge.

$$\lambda = \lambda\left(Re, \frac{k}{D}\right)$$

Reynoldszahl $Re = \dfrac{\bar{u} D}{\nu}$

Interpretation $Re = \dfrac{\text{Trägheitsspannung}}{\text{viskose Spannung}} = \dfrac{\rho \bar{u}^2}{\eta \dfrac{\bar{u}}{D}}$

Dynamische Interpretation.

$Re = \dfrac{\text{Strömungskraft}}{\text{Materialkraft}} = \dfrac{\eta \bar{u} D}{\eta^2 / \rho}$ Materialkraft

Purcell Life at low Reynoldsnumber.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Kinematische Interpretation
vgl. Sprech.

$$Re = \frac{\text{Diffusionszeit}}{\text{Konvektionszeit}} = \frac{D^2/\nu}{D/\bar{u}}$$

Grenzfall

$Re \to 0$ ρ spielt keine Rolle
η ist dominant.

$Re \to \infty$ ρ ist dominant
η spielt keine Rolle.

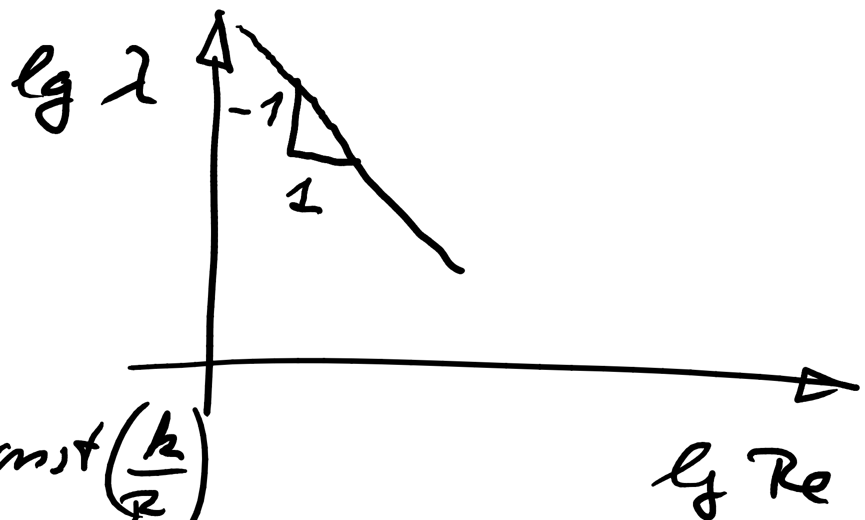
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 5

$$\lambda = \lambda\left(Re, \frac{k}{R}\right)$$

$$Re = \frac{\rho \bar{u} D}{\eta}$$

$$\lim_{Re \to 0} \lambda = \frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2}\bar{u}^2} = \frac{1}{Re}\,\mathrm{const}\left(\frac{k}{R}\right)$$

τ_w Wandschubsp.



$$\frac{\tau_w}{\frac{\cancel{\rho}}{2}\bar{u}^2} = \frac{\eta}{\bar{u} D \cancel{\rho}}\,\mathrm{const}\left(\frac{k}{R}\right)$$

$$\frac{\tau_w}{\eta \bar{u}/D} = 2\,\mathrm{const}\left(\frac{k}{R}\right) = \mathrm{const}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 5

Frage warum kein Abhängigkeit von der Rauheit k/D wird zurückgestellt.

$$\boxed{Re \to \infty}$$

$$\lim_{Re \to \infty} \lambda\left(Re, \frac{k}{D}\right) = \lambda\left(\frac{k}{D}\right)$$

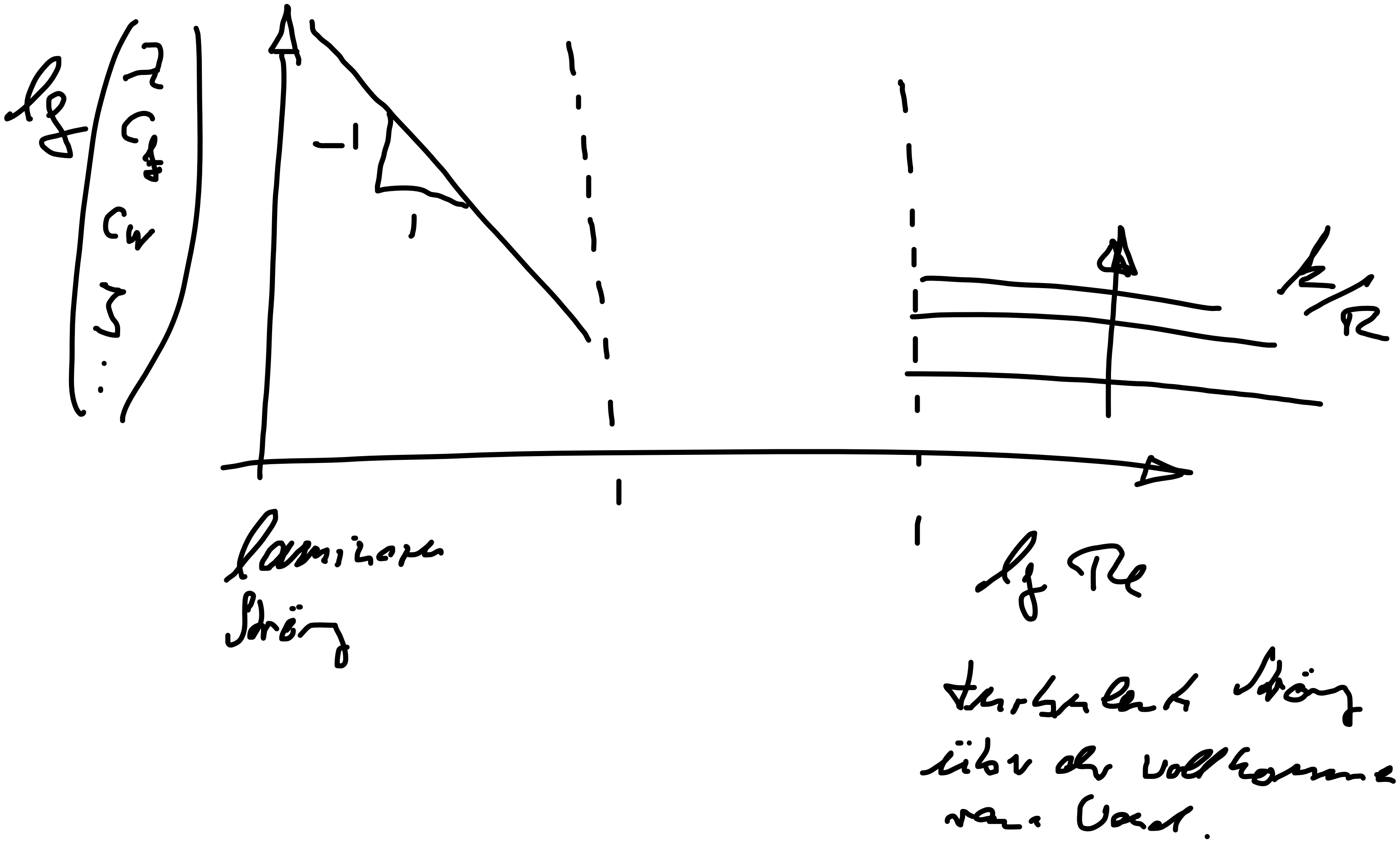
$$\frac{\tau_w}{\frac{\rho}{2}\bar{u}^2} = const\left(\frac{k}{D}\right)$$

$$\tau_w = \frac{\rho}{2}\bar{u}^2 \, const\left(\frac{k}{D}\right).$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Jedes Widerstandsgesetz hat folgende Asymptotik.



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbo-maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 5

Kinematik LT

Statik LF

Dynamik LMT oder LFT

LMTN

Wirtschaftsprinzip Geldmenge Zeit.

~~Dim~~

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

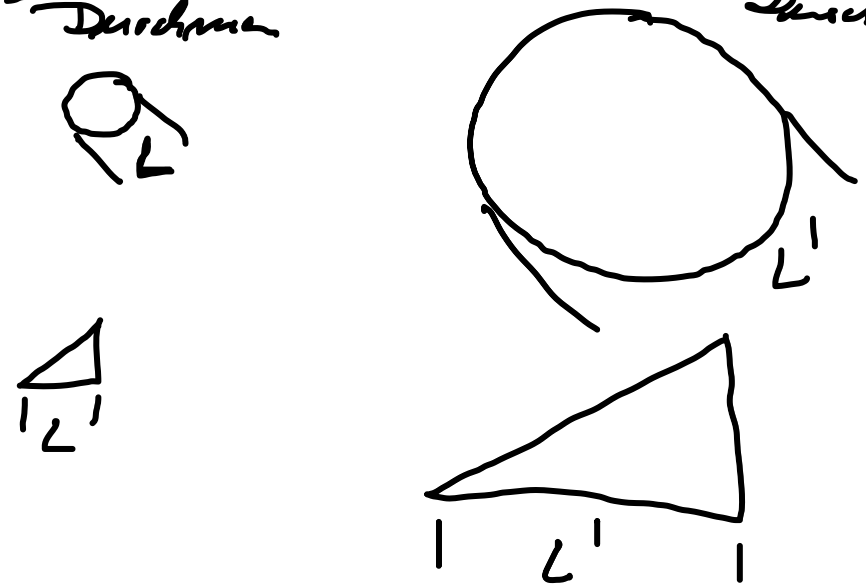
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 5

Ähnlichkeit und verletzte Ähnlichkeit

Geometrische Ähnlichkeit

$$\Pi = \frac{\text{Umfang}}{\text{Durchmesser}} \qquad \Pi = \frac{\text{Umfang}}{\text{Durchmesser}}.$$

Dimensionsl.
Prod.

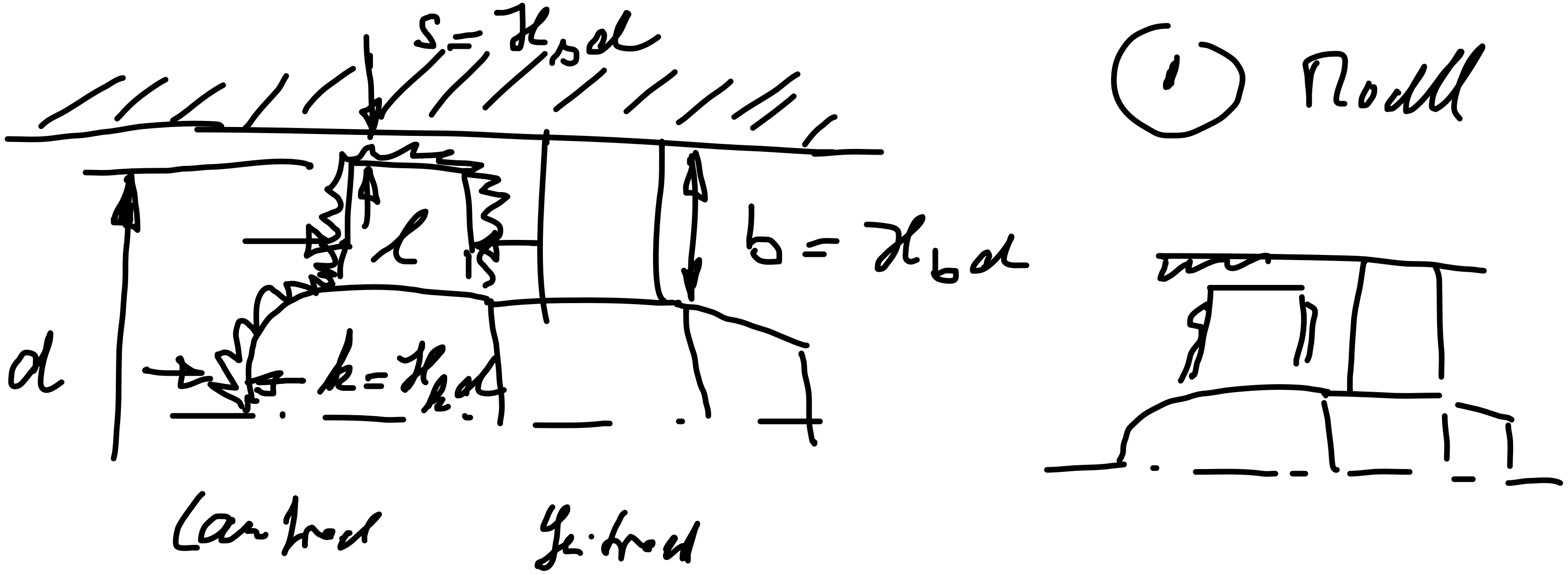


Systeme sind geometrisch ähnlich, wenn die Längenverhältnisse $\Pi_1 \dots \Pi_N$ identisch sind.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 5



① Modell

$$l = \Pi_l d$$

Gestalt der Maschine ist durch

$\Pi_l, \Pi_s, \Pi_b \ldots$ beschrieben.

$$\boxed{\Pi_i \overset{!}{=} \Pi_i'}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz