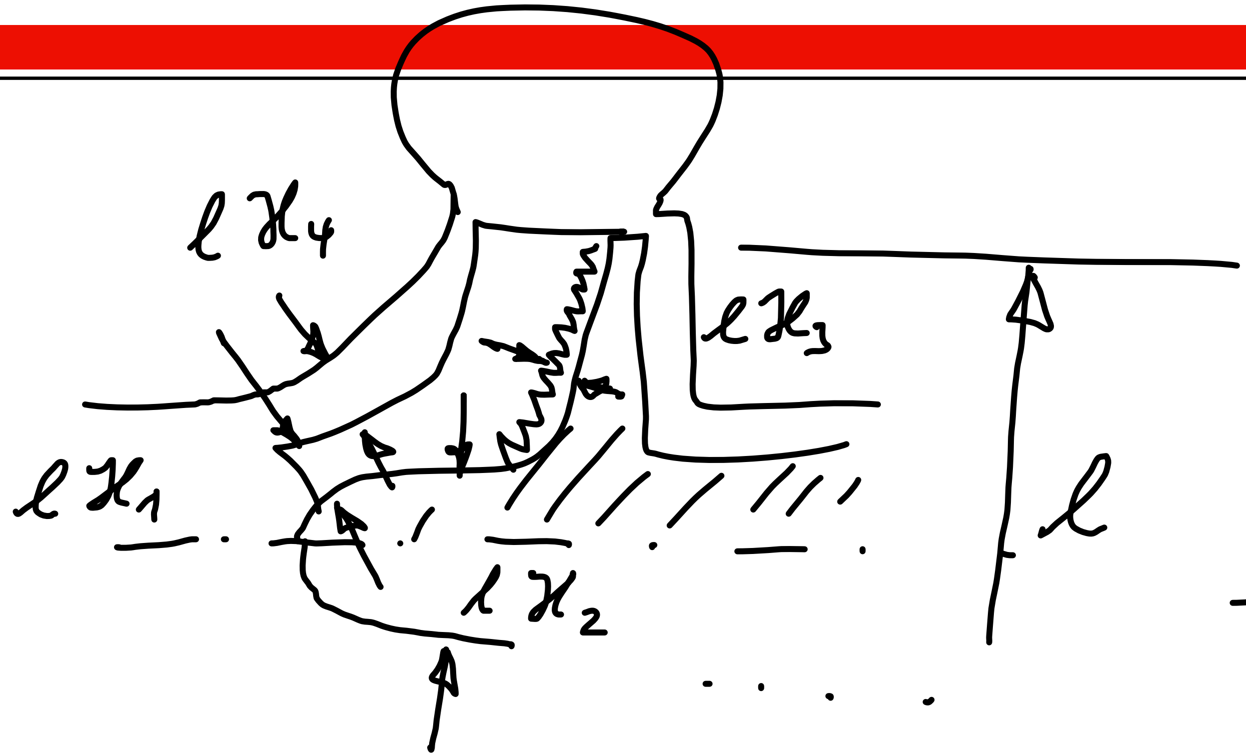
Vorlesungsinhalte (1/2)

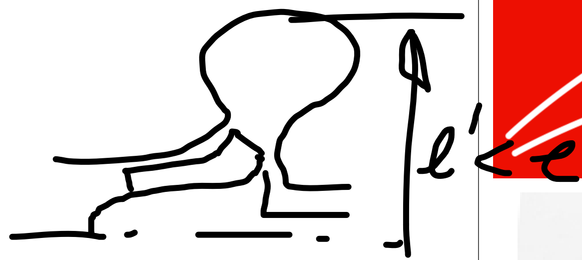
- V1 - Einführung
- V2 – Systematik von Strömungsmaschinen und Dimensionsanalyse
- V3 – 1. Hauptsatz der Thermodynamik
- V4 - Dimensionslose Produkte
- V5 - Maschinenbetrachtung und –Auslegung
- V6 - Zusammenhang zw. Zirkulation und Auftrieb
- V7 - Gebundener Wirbel

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3





N-Größenverhältnisse legen die Gestalt der Maschine eindeutig

$\mathcal{H}_1 \dots \mathcal{H}_N$ fest

$$\boxed{\frac{P}{V}\,\frac{1}{\Omega P} = \mathrm{const}(\mathcal{H}_i)}$$

$V \sim \ell^3$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

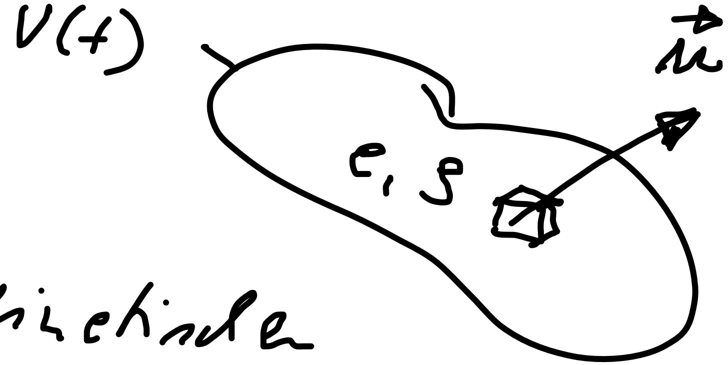
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011

Fluidenergiemaschinen

Vorlesung 2

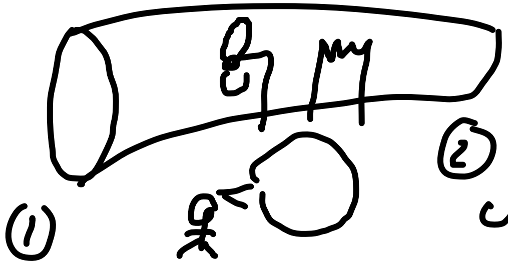
1. Hauptsatz



Die zeitliche Änderung der kinetischen Energie und der inneren Energie eines ~~Fl~~ materiellen Körpers ist gleich der am Körper verrichtete Arbeit pro Zeiteinheit + zugeführte Wärme

$$\boxed{\frac{DK}{Dt} + \frac{DE}{Dt} = P + \dot{Q}}$$

$\cancel{\frac{D}{Dt}}$



$$\frac{P_F + \dot{Q}}{\dot{m}} = h_{t2} - h_{t1}$$

usf. Thermod.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

Reynoldsches Transporttheorem

ϕ z.B. $\phi = \frac{u^2}{2}$ $\quad \phi = e \ldots$

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)} \phi \, dV = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V} \phi \, dV + \oint_{S} \phi \, \vec{u}\cdot\vec{n} \, dS$$

$V(t)$ = materielles Volumen

V = Kontrollvolumen

S = geschlossene Oberfläche des Kontrollvolumens.

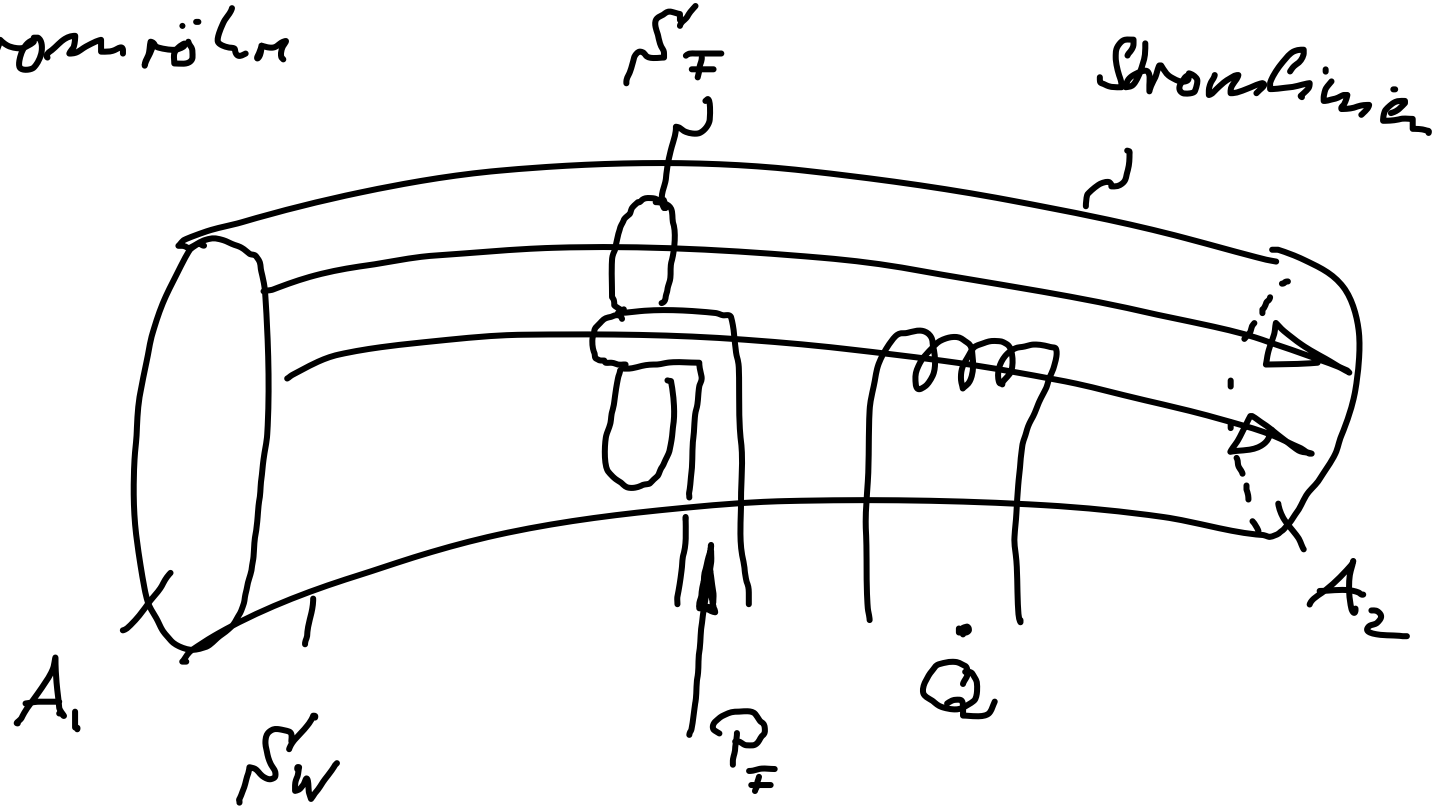
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011

Fluidenergiemaschinen

Vorlesung 3

~~Pegnat~~ 1. Hauptsatz für eine Stromröhre



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

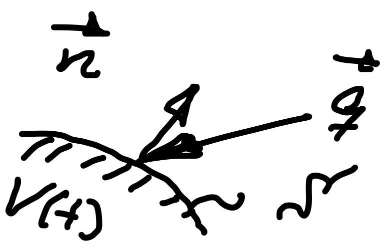
1. HS. $\frac{DK}{Dt} + \frac{DE}{Dt} = P + \dot{Q}$

$$K = \int_{V(t)} \frac{\rho}{2} \vec{u} \cdot \vec{u} \, dV$$ kinetische Energie

$$E = \int_{V(t)} \rho e \, dV$$ innere Energie

$$P = \overbrace{\oint_{S} \vec{t} \cdot \vec{u} \, dS}^{\text{Leistung der Oberflächenkräfte}} + \underbrace{\int_{V} \rho \vec{k} \cdot \vec{u} \, dV}_{\text{Leistung der Volumenkraft}}$$

$$\dot{Q} = - \int_{S} \vec{q} \cdot \vec{n} \, dS$$



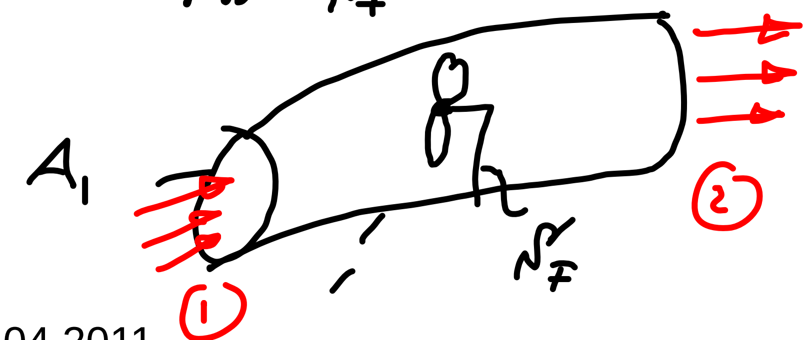
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

Einsetzen + Reynoldssches Transporttheorem.

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\left(\frac{u^2}{2}+e\right)dV} + \int_S \rho\frac{u^2}{2}\,\vec{u}\cdot\vec{n}\,dS + \int_S \rho e\,\vec{u}\cdot\vec{n}\,dS$$

$$= \int_S \vec{t}\cdot\vec{u}\,dS + \int_V \rho\vec{k}\cdot\vec{u}\,dV - \int_S \vec{q}\cdot\vec{n}\,dS$$

$S = A_1 + A_2 + S_W + S_F$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

Vereinfachung: 1. I.d.R. Interesse nur für zeitlich gemittelte Größen.

$$\overline{\phi} := \frac{1}{T}\int_0^T \phi \, dt$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\left(\frac{u^2}{2}+e\right)dV \equiv 0 \text{ im}$$

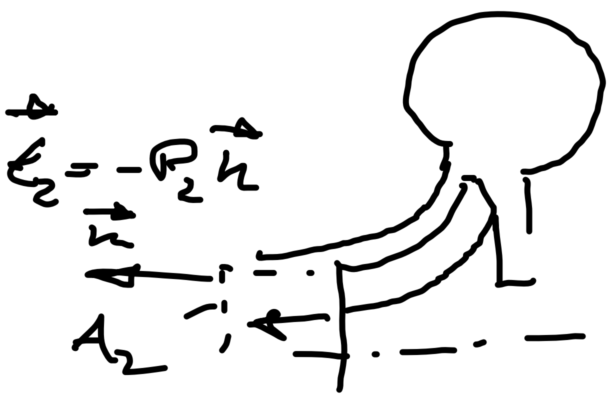
stationären Betrieb.

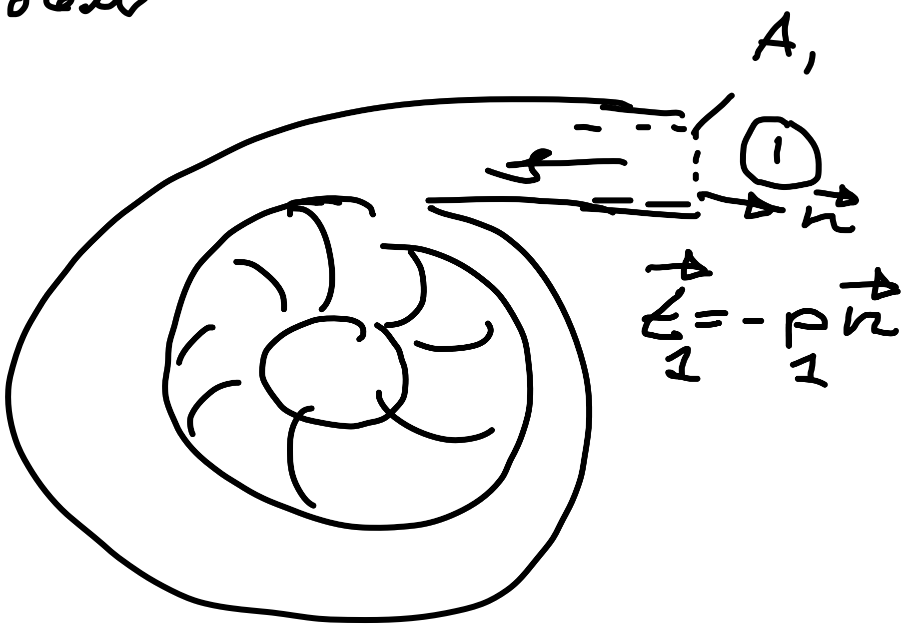
$$\frac{\partial}{\partial t}\int \rho\left(\frac{u^2}{2}+e\right)dV \neq 0 \text{ im transient Betrieb.}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

2. ausgeglichener Zustand am Eintritt und Austritt der Stromröhre.

<u>Innenströmung</u> z.B. Turbine eines Turboladers





TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

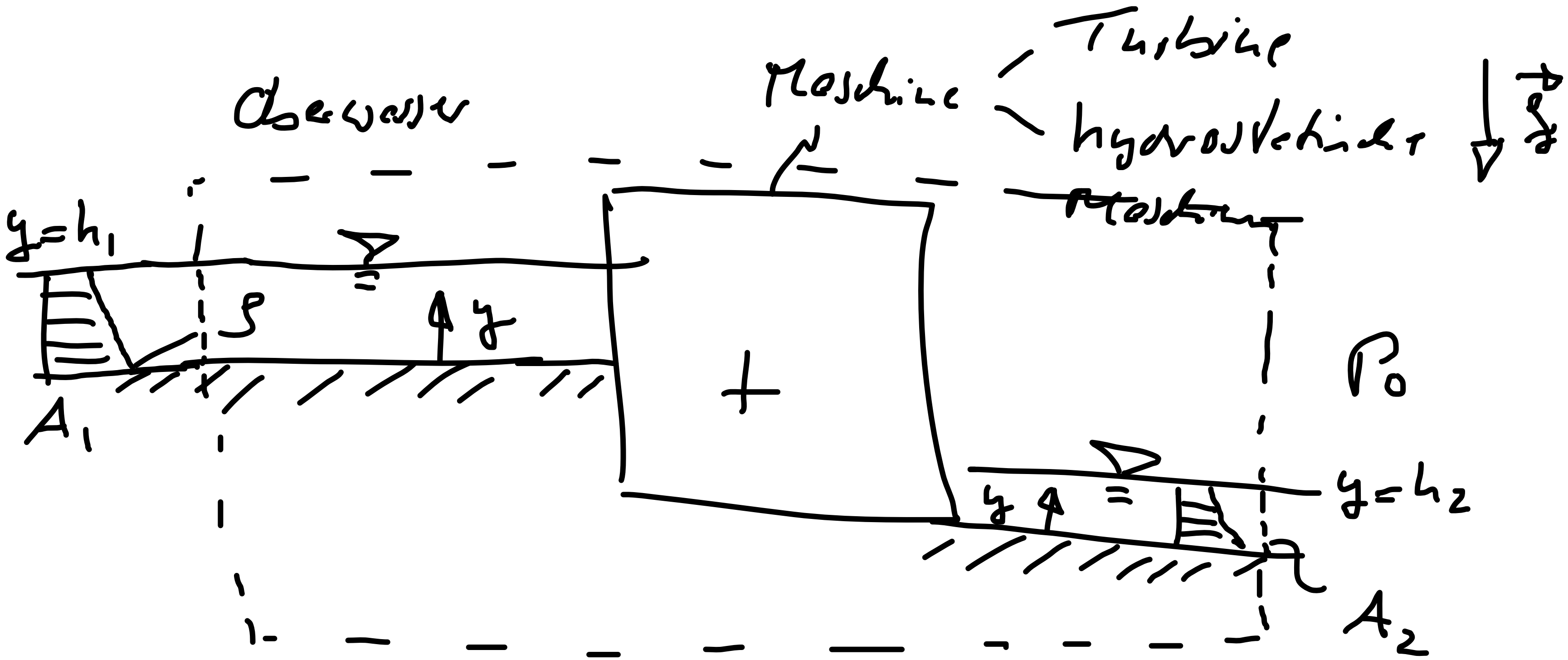
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011

Fluidenergiemaschinen

Vorlesung 3

Wasserturbine am Beispiel Kleinwasserkraft.



$$\vec{t} = -p(y)\,\vec{n} \qquad p(y) = p_0 + \rho g (h - y)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Energiegleichung für $\vec{t} = -p\vec{n}$, $p = \text{const}$ an A_1, A_2
(kein Volumenkraft)

$$\int_{A_1+A_2} \rho\left(e + \frac{u^2}{2}\right)\vec{u}\cdot\vec{n}\,dS = \int_{A_1+A_2} \rho\frac{p}{\rho}\,\vec{u}\cdot\vec{n}\,dS + \underbrace{\int_{S_F} \vec{t}\cdot\vec{u}\,dS}_{P_F} + \int_V \rho\vec{k}\cdot\vec{u}\,dV - \oint_S \vec{q}\cdot\vec{n}\,dS$$

$A_1 + A_2 \dot{+} S_F \dot{+} S_W$

P_F Wellenleistung
mech. Leist.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

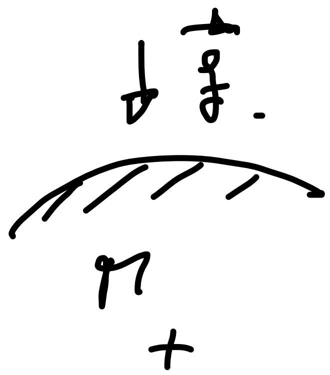
$$\int_{A_1+A_2} \rho h_t \, \vec{u}\cdot\vec{n}\, dA = P_F + \dot{Q} + \int_V \vec{f}\cdot\vec{u}\, dV$$

$$\vec{f} = \rho \vec{k} \quad \text{Volumenkraft}$$

$$\vec{k} \quad \text{Massenkraft} \qquad \vec{k} = \vec{g} = -g\,\vec{e}_z$$

$$\boxed{\dot{m}\left(h_{t2} - h_{t1}\right) = P_F + \dot{Q}}$$

für $\vec{f} \equiv 0.$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

~~Hinweis~~ Zur Herleitung der Volumenkräfte

Wenn die Volumenkraft $\vec{f}$ ein Potential ψ hat, mit

$$-\nabla\psi = \vec{f}\,,$$ dann

lässt sich das Volumenintegral über den Gauß'schen Satz in ein Oberflächenintegral wandeln.

z.B. $\vec{f} = \rho\vec{k} = -\rho g \vec{e}_z$

$$\leadsto \psi = \rho g z \,(+\,\mathrm{const})$$

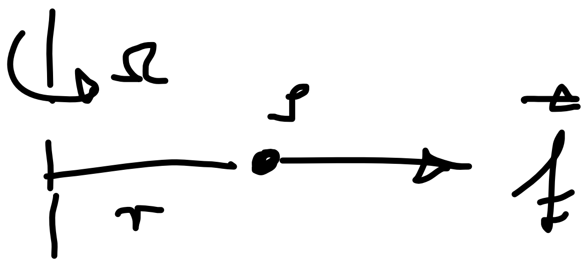
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Potential der Zentrifugalkraft

$$\vec{f} = \varrho r \Omega^2 \vec{e}_r$$

$$\psi = -\frac{\varrho}{2} r^2 \Omega^2 \; (+ \text{const})$$

in Zylinder-koordinaten.



$$\int_V \vec{f} \cdot \vec{u} \, dV = \int_V -\nabla\psi \cdot \vec{u} \, dV = \oint_S -\psi \, \vec{u} \cdot \vec{n} \, dS.$$

Satz von Gauß.

für $\frac{D\varrho}{Dt} = 0$.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

Satz von Gauß

$$\int_V \nabla\cdot\vec{\phi}\, dV = \oint_S \vec{\phi}\cdot\vec{n}\, dS .$$

Umschreiben als Int. Satz.

$$\int_V \nabla\cdot(\psi\vec{u})\, dV = \int_V \nabla\psi\cdot\vec{u} + \psi\underbrace{\nabla\cdot\vec{u}}_{\equiv 0 \text{ für } \frac{D\rho}{Dt}=0}\, dV .$$

$$= \int_S \psi\vec{u}\cdot\vec{n}\, dS$$

Test in Indexnotation.

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\psi u_i) = \underbrace{\frac{\partial\psi}{\partial x_i} u_i}_{= \nabla\psi\cdot\vec{u}} + \psi\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

$$\int_V \rho \vec{k}\cdot\vec{u}\, dV = \oint_S -\psi\, \vec{u}\cdot\vec{n}\, dS - \underbrace{\int_V \psi\, \nabla\cdot\vec{u}\, dV}_{\equiv 0 \text{ für inkompressible Strömung.}}$$

$S = A_1 + A_2 + \ldots$

$S_U + S_T$

Spezialfall $\frac{D\rho}{Dt} = 0.$

$$\dot{m}\,\Delta\left(\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + e + \psi\right) = P_T + \dot{Q}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

Für den inkompressiblen Spezialfall

$$\dot m = \rho \dot V \qquad (\dot V \equiv Q) \qquad \frac{D\rho}{Dt} = 0.$$

$$\dot V \Delta\left(p + \rho\frac{u^2}{2} + \rho\psi\right) + \dot V \rho \underbrace{\Delta e}_{c\Delta T} = P_F + \dot Q$$

Definition des hydraulischen Wirkungsgrades für eine Arbeitsmaschine.

$$\eta := \frac{\dot V \Delta\left(p + \rho\frac{u^2}{2} + \rho\psi\right)}{P_F}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

Eingesetzt in die erste HS

$$\boxed{P_A \eta = \dot V \Delta p_t}$$

$$p_t := p + \frac{u^2}{2} + \rho \varphi \quad \text{Totaldruck.}$$

Kraftmaschine

$$\eta := \frac{P_F}{\dot V \Delta p_t} \rightsquigarrow \frac{P_F}{\eta} = \dot V \Delta p_t$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2011
Fluidenergiemaschinen
Vorlesung 3

Der hydraulische Wirkungsgrad ist ein dimensionsloses Maß für die Verlustleistung.

Arbeitsmaschine

$$P_I = \dot V \Delta p_t + P_V$$

$$P_V = c \rho \dot V \Delta T$$

$$\underbrace{1-\eta}_{\text{„Ineffizienz"}} = \frac{P_V}{P_I}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011

Fluidenergiemaschinen

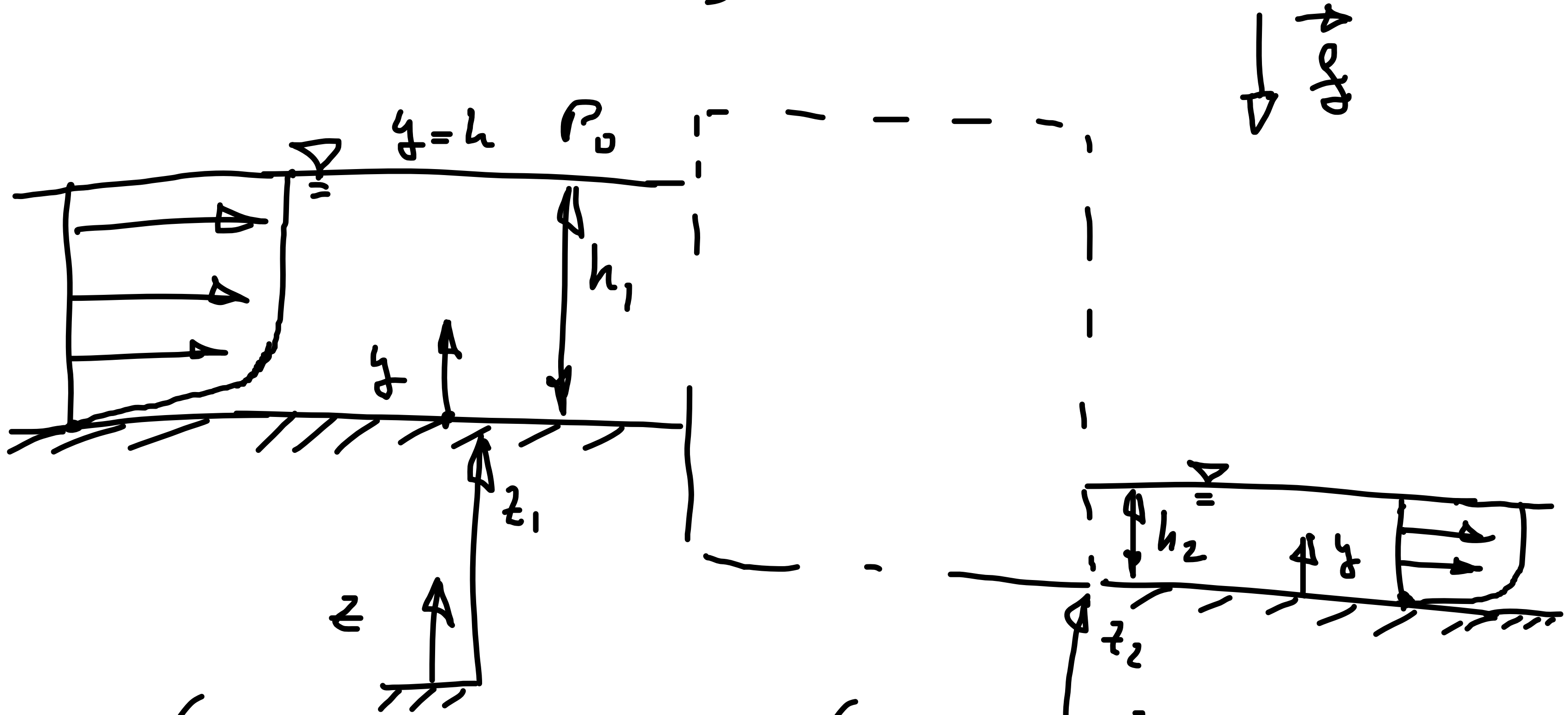
Vorlesung 3

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Zurück zur Wasserkraft

$$p(y) = p_0 + \rho g (h - y)$$



$$\underbrace{\left(h_1 + \frac{u_1}{2g}\alpha_1 + z_1\right)}_{H_1} - \underbrace{\left(h_2 + \alpha_2 \frac{u_2^2}{2g} + z_2\right)}_{H_2} = \underbrace{\frac{P_T}{\rho Q g}}_{H_T} + \underbrace{\frac{e_2 - e_1}{g}}_{h_v}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011

Fluidenergiemaschinen

Vorlesung 3

$$H_1 - H_2 = H_T + h_v$$
$$= \frac{1}{2} H_T,$$

mit

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{h_v}{H_T}}.$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2011

Fluidenergiemaschinen

Vorlesung 3