

# Zusammenhang Bernoulli'sche Gleichung und Energiegleichung.

1) Bernoulli = Integration der Eulergleichung (mit gewissen) längs einer Stromlinie;

2) Energiegleichung

Für  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$  stationäre Strömung,  $\rho = \text{const.}$

$$(1) \quad \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} = \text{const.}$$

$$(2) \quad \frac{p_1 + \dot{q}}{\rho} = h_{e2} - h_{e1} = \left( \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} \right) - \left( \frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} \right) + (e_2 - e_1)$$



Ergänzung der Bernoulli-Gleichung um Verluste.

$$\Delta \zeta = \Delta h_v$$

$$P_1 + \frac{\rho}{2} u_1^2 = P_2 + \frac{\rho}{2} u_2^2 + \underbrace{\rho \Delta \zeta}_{\Delta P_v \text{ Druckverlust.}}$$

Phänomenologische Ansatz.

$$P_1 + \frac{\rho}{2} u_1^2 = P_2 + \frac{\rho}{2} u_2^2 - \underbrace{\frac{(\dot{Q}_1 + \dot{Q}) \rho}{\dot{m}}}_{\rho \Delta \zeta} + \rho (e_2 - e_1)$$

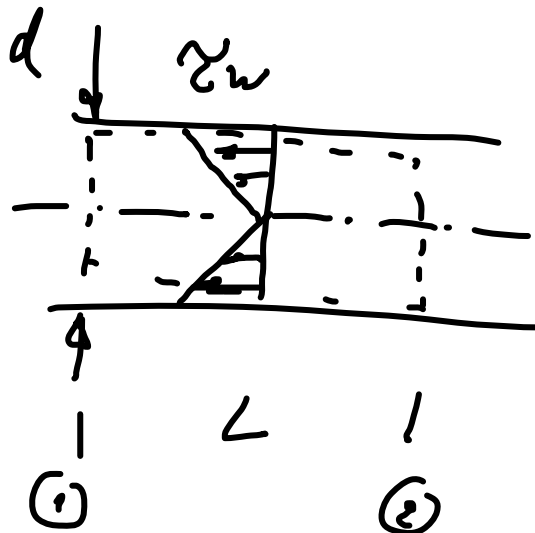


Bernoulli konstante ändert sich bei:

1) inner Reibung

$$\rho \Delta C = \Delta P_v = \int \frac{\rho}{2} u(u) dx$$

$$= \zeta_w 4 \frac{\zeta}{d} \quad \text{für } \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$



$$\Delta P_v \frac{\pi}{4} d^2 = \zeta_w L \rho \dot{V}$$

$$\Delta P_v = 4 \zeta_w \frac{\zeta}{d}$$

$$\zeta_w = f_{\text{H}}(\gamma_w) \quad \text{Mottelstr.$$



## Viskoser Widerstand

$$\tau_w = \eta \dot{\gamma}_w$$

Newton'sches Rheol.

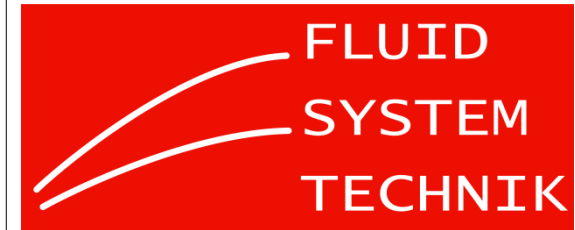
$$\tau_w = \eta \rho \frac{\bar{u}}{\alpha}$$

$$\Delta P_v \frac{L}{\alpha} \frac{1}{4} = \eta \rho \frac{\bar{u}}{\alpha}$$

$$\Delta P_v = \eta \frac{32 \bar{u}}{L}$$



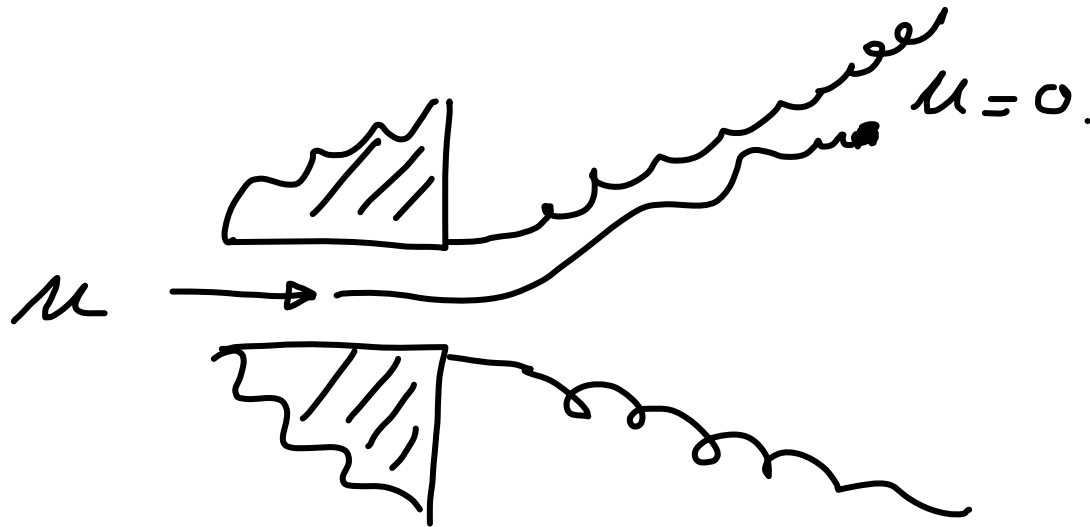
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2010  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 17

# Trägheitswiderstand.

$$\Delta P_v = \frac{\rho}{2} \mu^2 \zeta(\mu) \quad \}$$



$$\Delta P_v = \frac{\rho}{2} \mu^2$$

$\zeta = 1$  beim Anstrichwiderst.

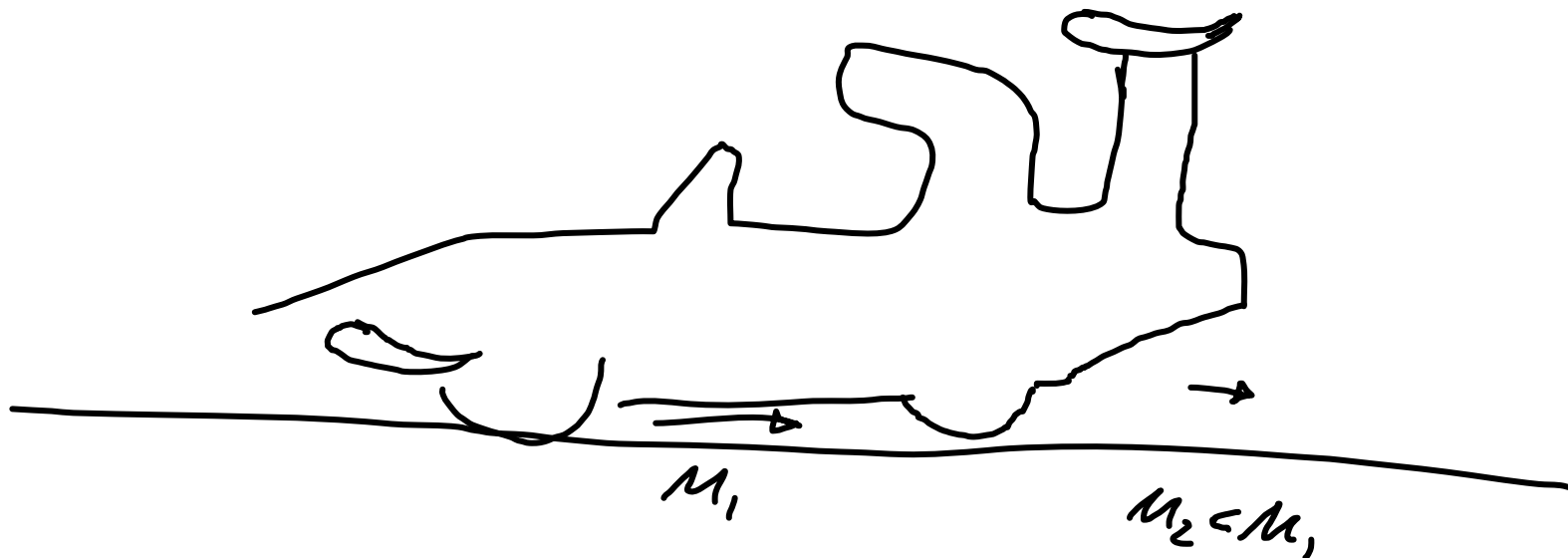
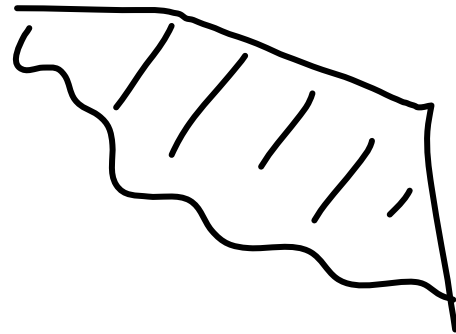
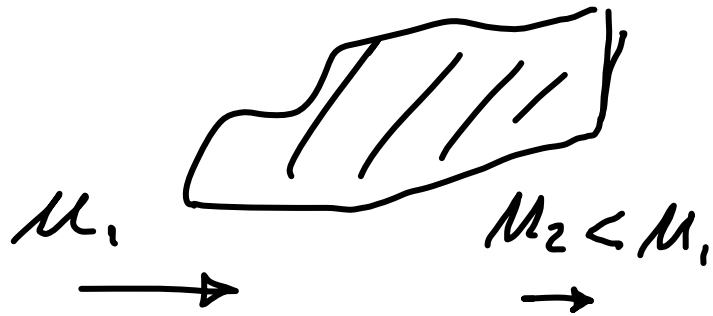


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2010  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 17



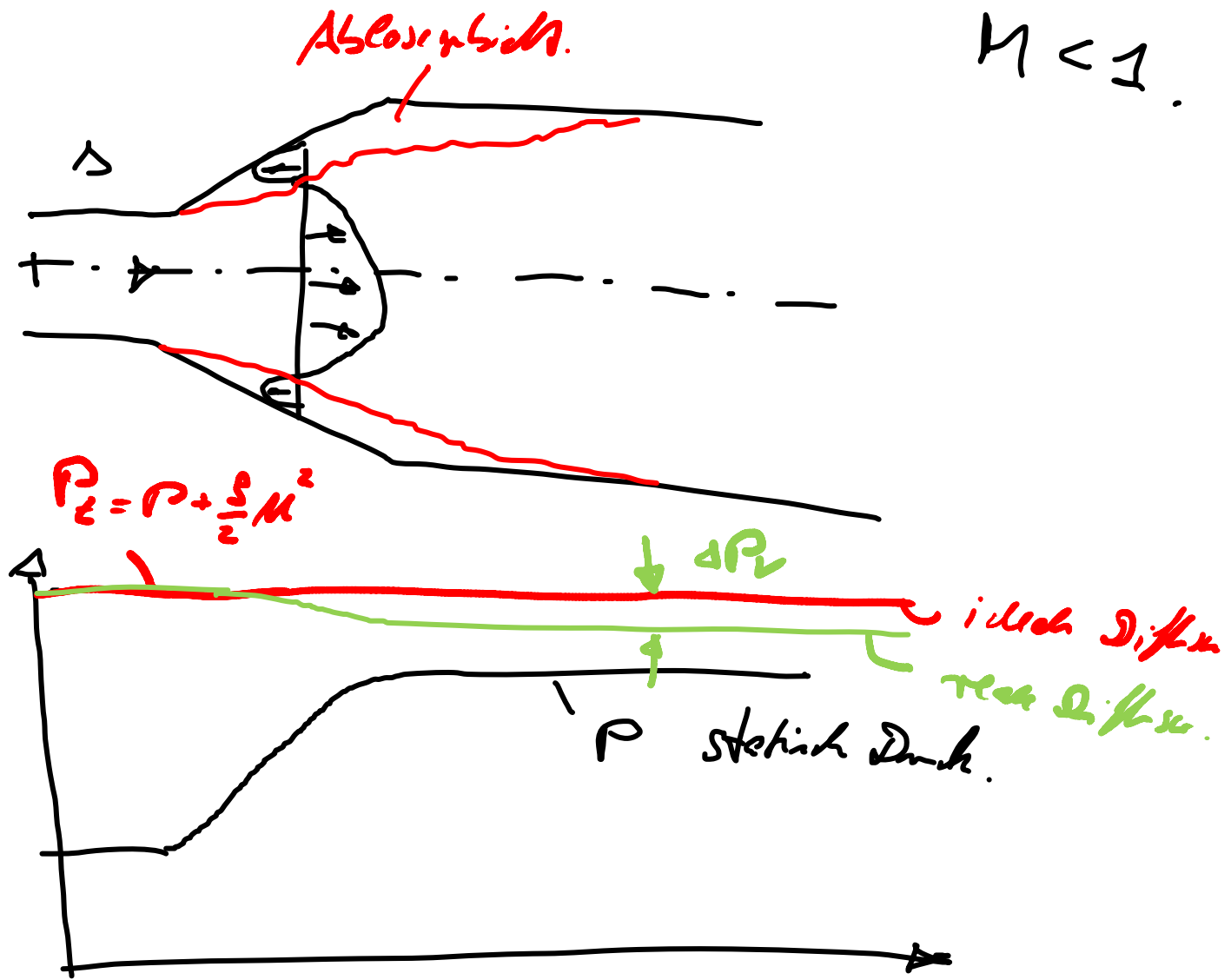
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2010  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 17

Diffusoren reduzieren  
die Schichtverleiste.



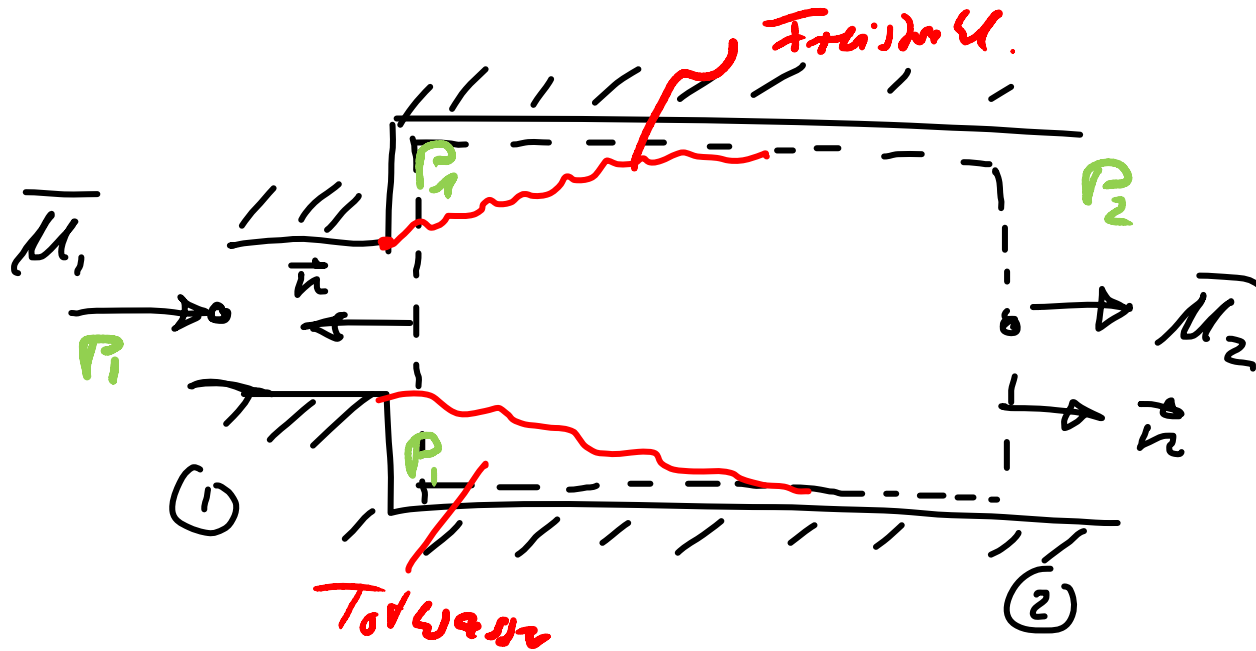


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2010  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 17



Achtung: Bei verengter Strömung kommt es zu Ablösung und Totwasserbildung.

# Ideal schlecht Diffuser



$$\Delta P_v = \frac{\rho}{2} (\bar{U}_1 - \bar{U}_2)^2$$

Carnotscher  
Stoßverlust.

Weg:  $(P_2 - P_1)_{\text{ideal}} = \frac{\rho}{2} (U_1^2 - U_2^2)$  Bernoulli (kein Verdichtungsstoß)



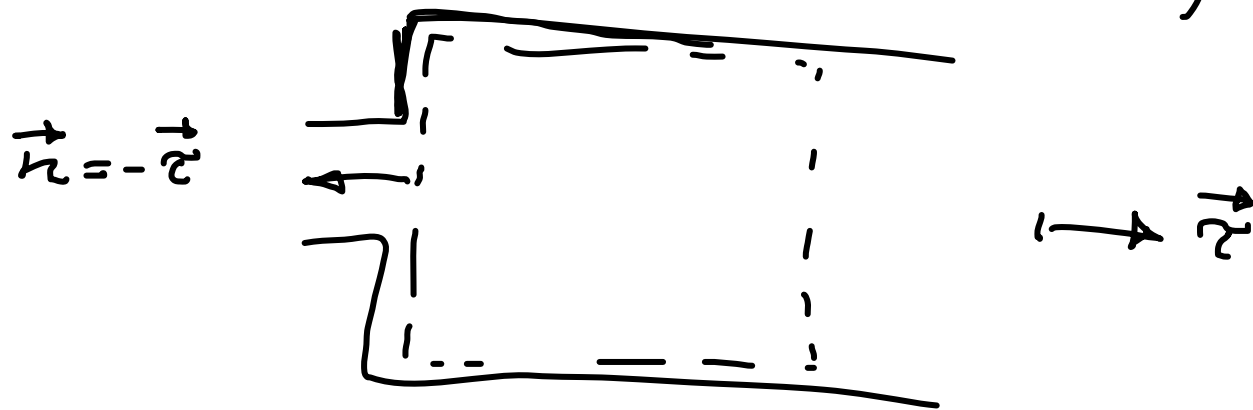


Impulsatz

$$\int_{A_1} -\rho \vec{h} \cdot \vec{e} dA$$

$$-\rho M_1^2 A_1 + \rho M_2^2 A_2 = F_{Te + Diffus.} \neq P_1 A_1 - P_2 A_2$$

$$= P_1 (A_2 - A_1) + P_1 A_1 - P_2 A_2$$



$$= (P_1 - P_2) A_2$$

$$\rho M_1 A_1 = \rho M_2 A_2 \quad \text{Kont.}$$



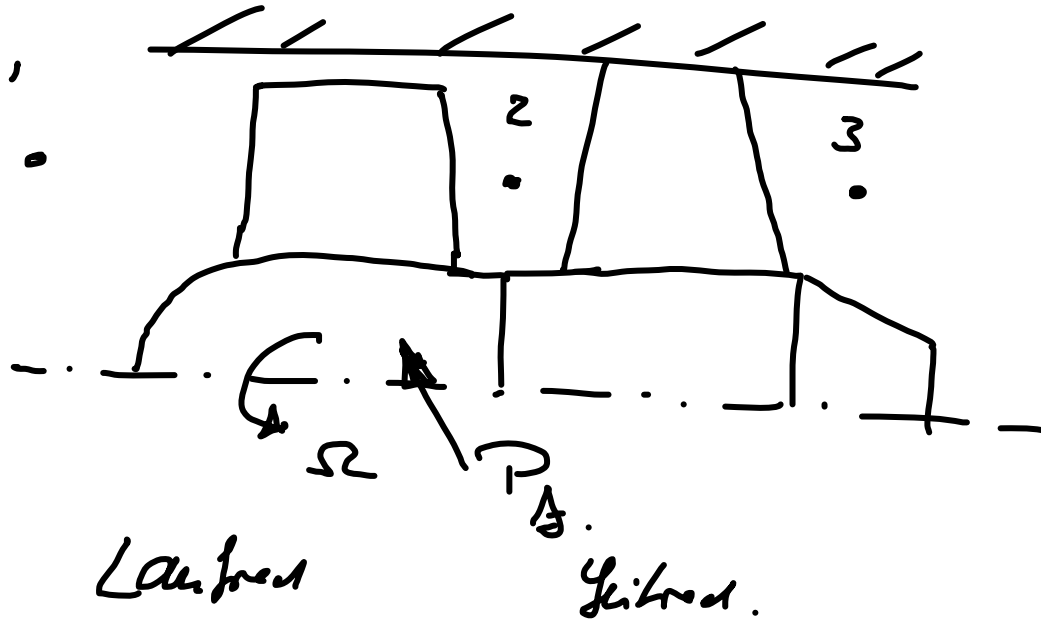
$$\Delta P_V = \underbrace{(P_2 - P_1)_{\text{idem}}}_{\text{Bernoulli}} - \underbrace{(P_2 - P_1)_{\text{real.}}}_{\text{Impulsgleichung}}$$

$$= \frac{\rho}{2} (u_1 - u_2)^2$$

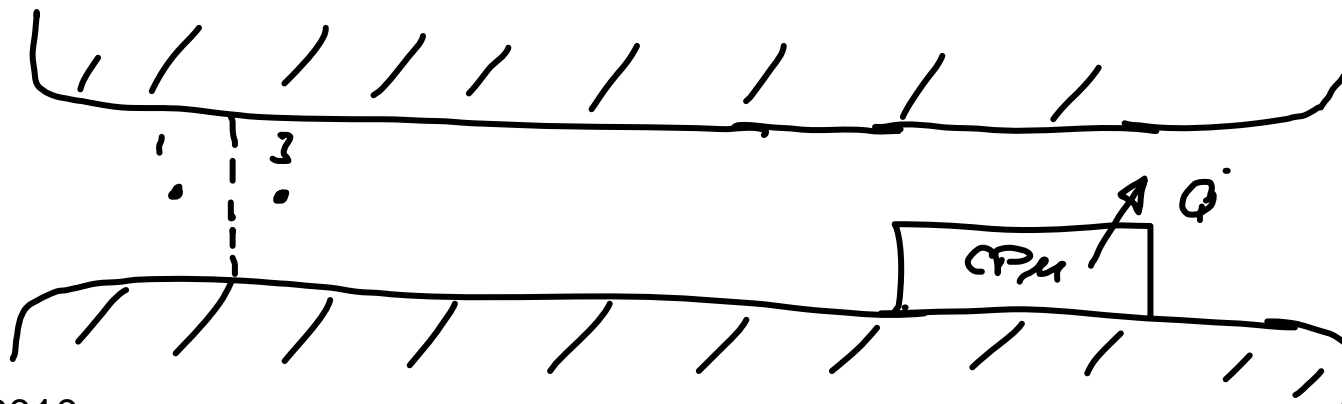


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2010  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 17

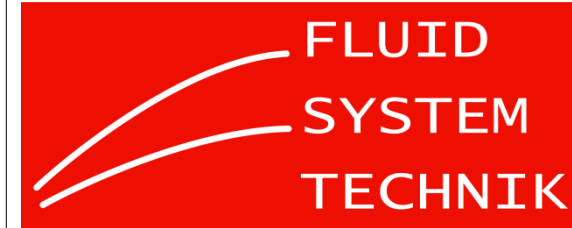
# Carnot'scher Prozess bei Turbomaschinen.



Axiale  
Arbeitsmaschine.



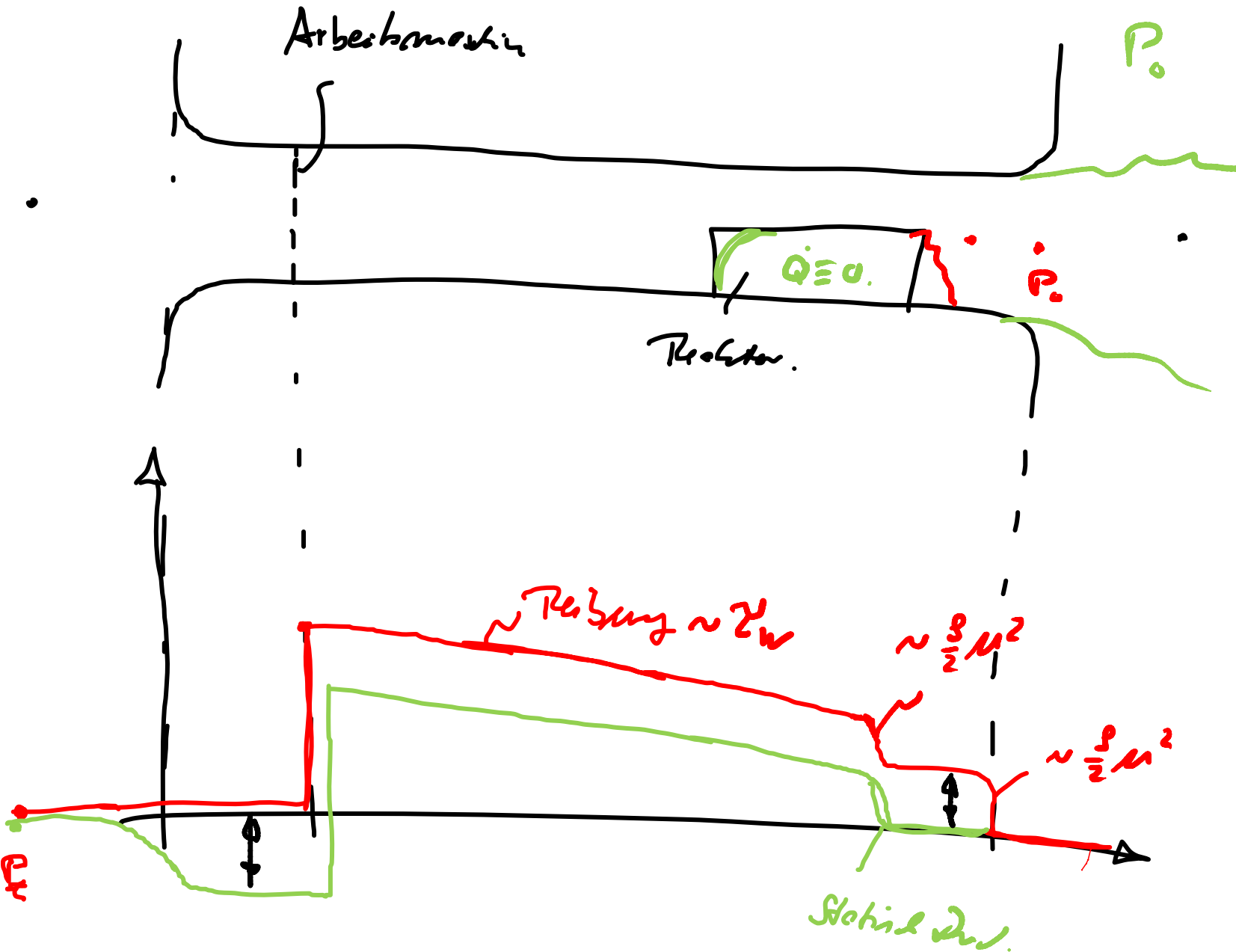
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2010  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 17



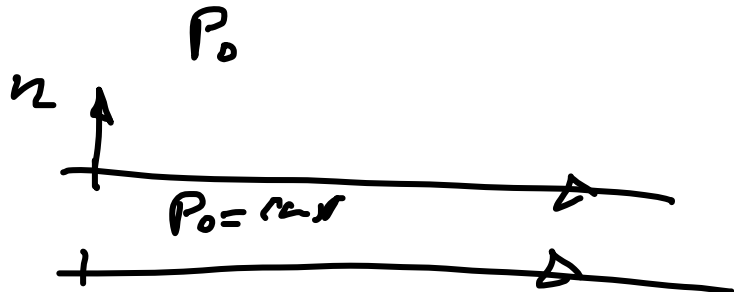
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2010  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 17



Warum prägt sich bei einem  
 Unterschied freistehender Druck der Abzweig  
 der Druck an f?

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{u^2}{r}$$

Exakte Gleichung in  
 zirkulären Koordinaten  
 (vgl. Spure)



mittelnormale  
 Bahnlinie.

$$\left( \frac{\partial}{\partial r} = 0 \right) = \text{Stromlinie.}$$

Kümmungsradius  $R \rightarrow \infty$

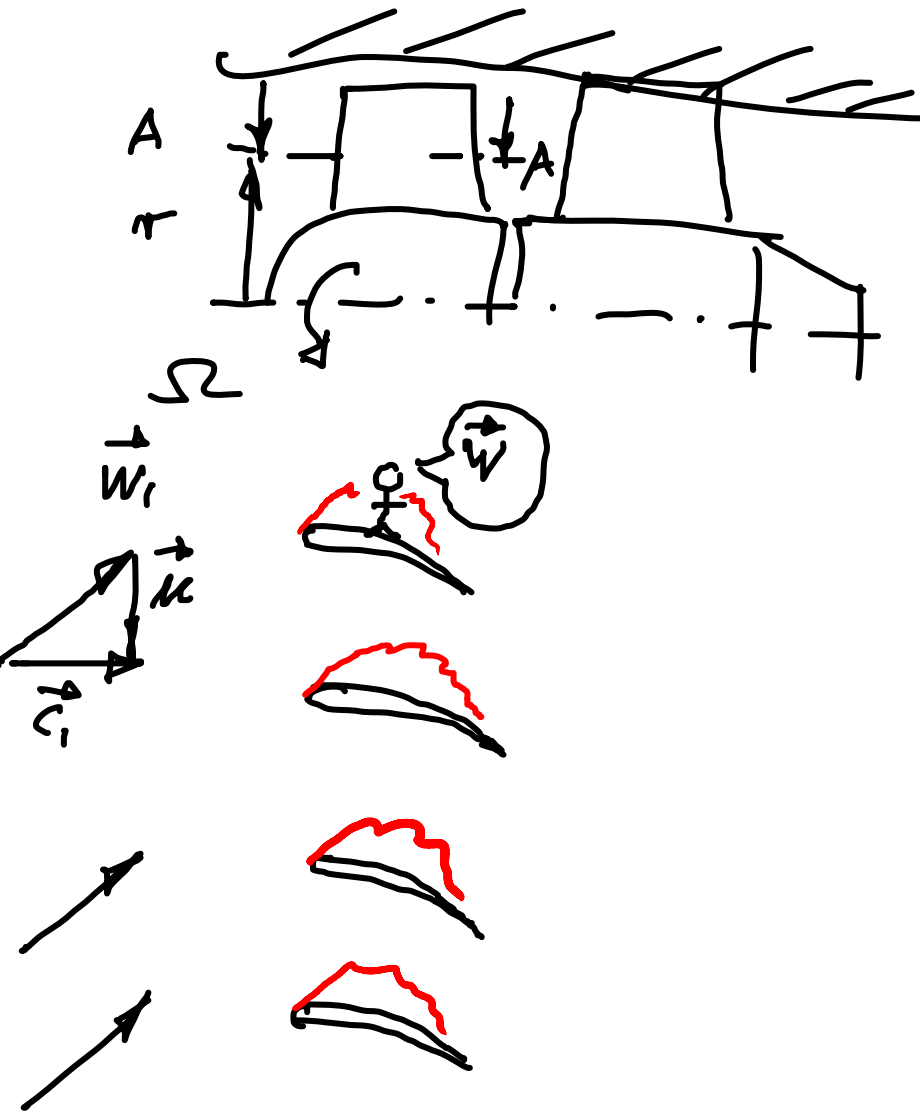
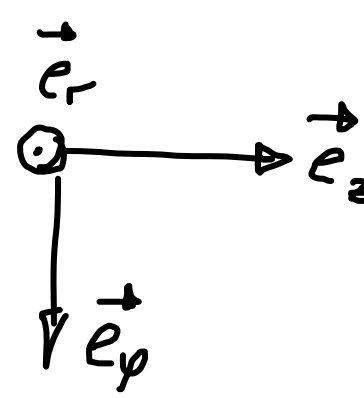
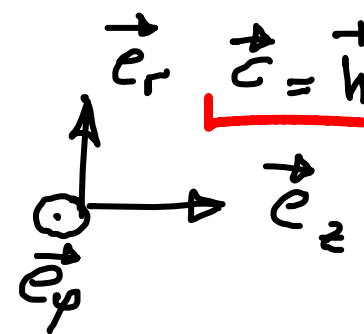
$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial r} = c.$$





• Prof. Dr. Ing. Peter Pelz  
Sommersemester 2010  
Grundlagen der Turbo-  
maschinen und Fluidsysteme  
Vorlesung 17

$\vec{w}$  Relativgeschwindigkeit.  
 $\vec{M} = r \Omega \vec{e}_\varphi$  Winkelgeschw.  
 $\vec{c} = \vec{w} + \vec{M}$  Absolut-  
geschw.



abgewinkelte  
Schicht. + gerade Schichtprofil.