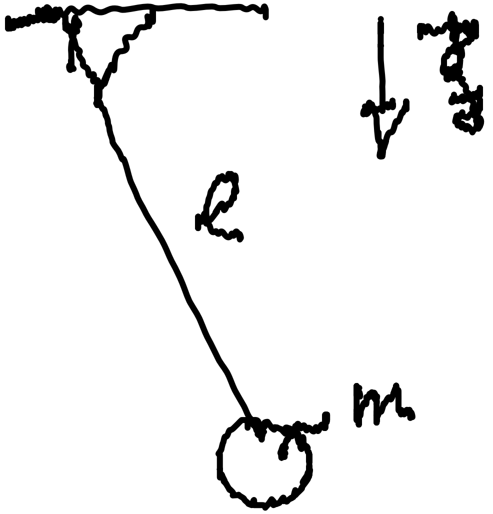


① Liste der physikalischen Größen

Schwingungsdauer $[\tau] = T^1$

Pendellänge $[l] = L^1$

Masse $[m] = M^1$

Massenkraft der Schwere $[g] = L^1 T^{-2}$

$$\tau = fn(l, m, g)$$

② Basisgrößensystem

$[LMT]$-System

∇ $[FLT]$-System ist gleichwertig $\triangle$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

③ Dimensionsmatrix

	τ	l	m	g
L		1		1
M			1	
T	1			-2

$$\tau = fn(l, m, g)$$

	τ	$\sqrt{\frac{l}{g}}$	m	g
L		0		1
M			1	
T	1	~~2~~ 1		-2

$$\tau = fn\left(\frac{l}{g}, \cancel{m}, \cancel{g}\right)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

	τ	$\sqrt{\ell/g}$
T	1	1

$$\mathrm{Fn}\left(\tau, \sqrt{\frac{\ell}{g}}\right) = 0$$

	$\frac{\tau}{\sqrt{\ell/g}}$	$\sqrt{\ell/g}$
T	0	1

$$\mathrm{Fn}\left(\frac{\tau}{\sqrt{\ell/g}}, \cancel{\sqrt{\frac{\ell}{g}}}\right) = 0$$

Ergebnis: $\tau = \mathrm{fn}(\ell, m, g)$

$$0 = \mathrm{Fn}(\tau, \ell, m, g) \Longleftrightarrow 0 = \mathrm{Fn}\left(\frac{\tau}{\sqrt{\ell/g}}\right)$$

$$\Pi_1 = \frac{\tau}{\sqrt{\ell/g}} \Longleftrightarrow \Pi_1 = \mathrm{const.}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

$$\frac{\tau}{\sqrt{l/g}} = \text{const}$$ dimensionslose Konstante ($= 2\pi$)

$$\tau = \sqrt{\frac{l}{g}}\ \text{const.}$$

Allgemein:

n physikalische Größen $P_1, P_2 \dots P_n$

$Fn(P_1, P_2 \dots P_n) = 0$ ist äquivalent

zu $\Pi_1, \Pi_2 \dots \Pi_{n-r}$ dimensionslose Produkte

$$Fn(\Pi_1, \Pi_2 \dots \Pi_{n-r}) = 0.$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Literaturhinweis:

Spurk Dimensionsanalyse
Springer

Zierep ... Ähnlichkeitsgesetze ...
Teubner

---

dimensional analysis
scaling

Warum funktioniert Dimensionsanalyse.

Bridgman Postulat

Nur relative Größen haben absolute Bedeutung.

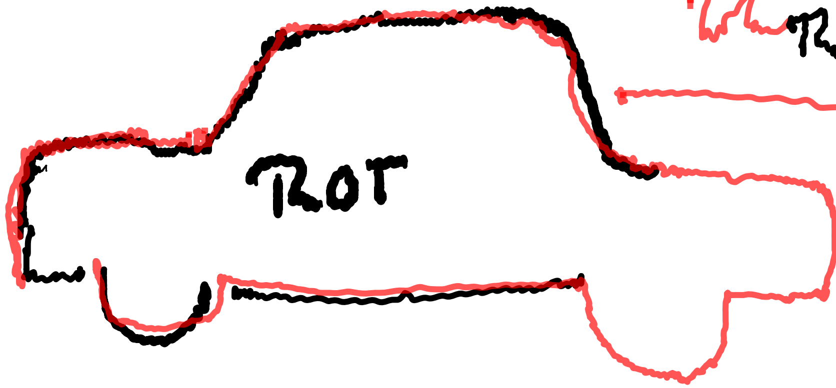
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

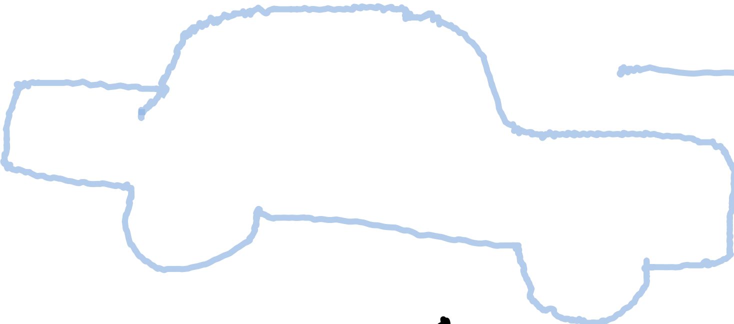
Physikalisch Problem.

$u_R = 50 \frac{km}{h}$



$\boxed{u_R = 2 u_B}$

$u_B = 100 \frac{km}{h}$



Def. km

Def. h

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

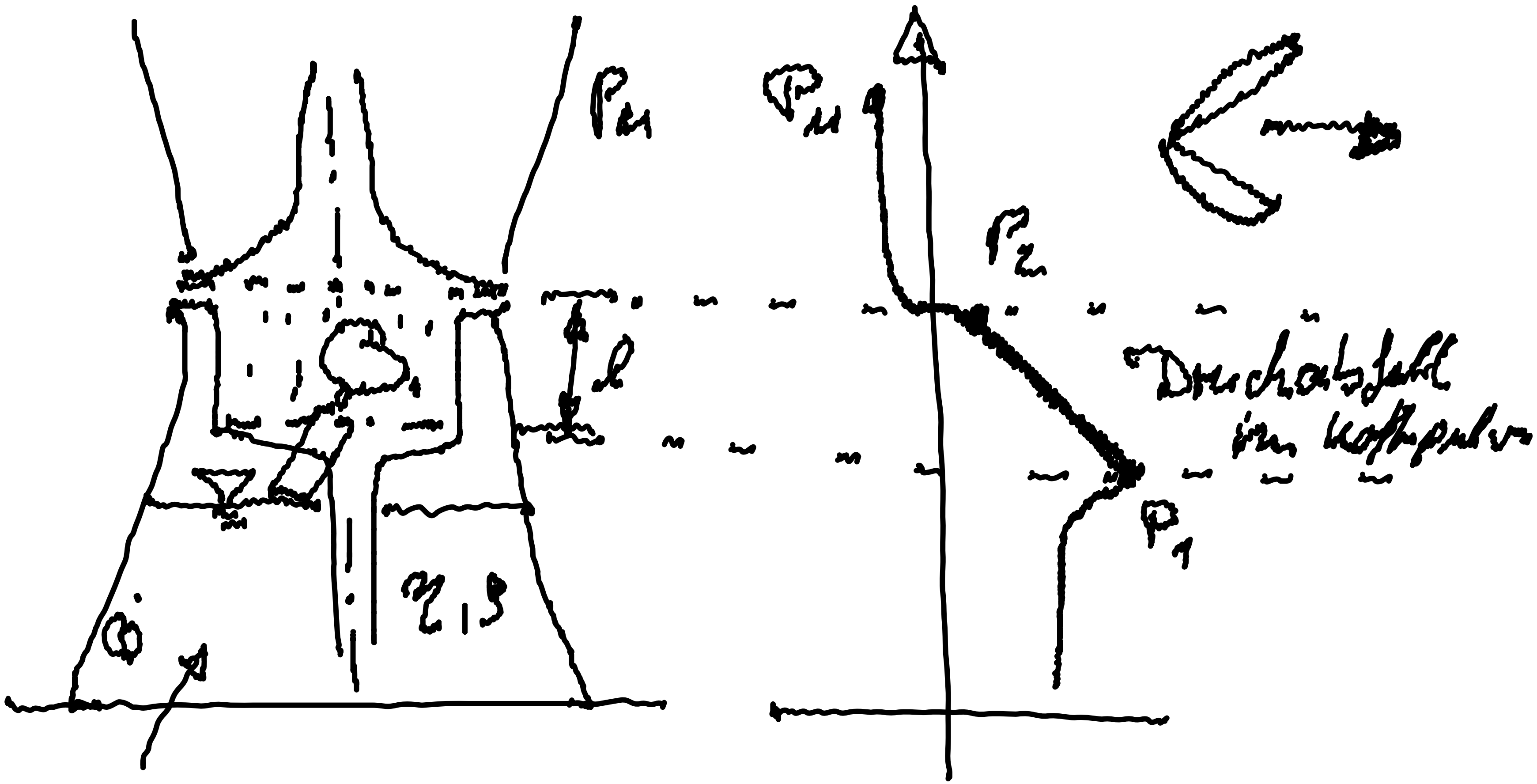
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

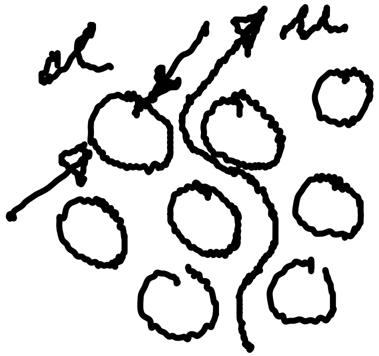
Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK



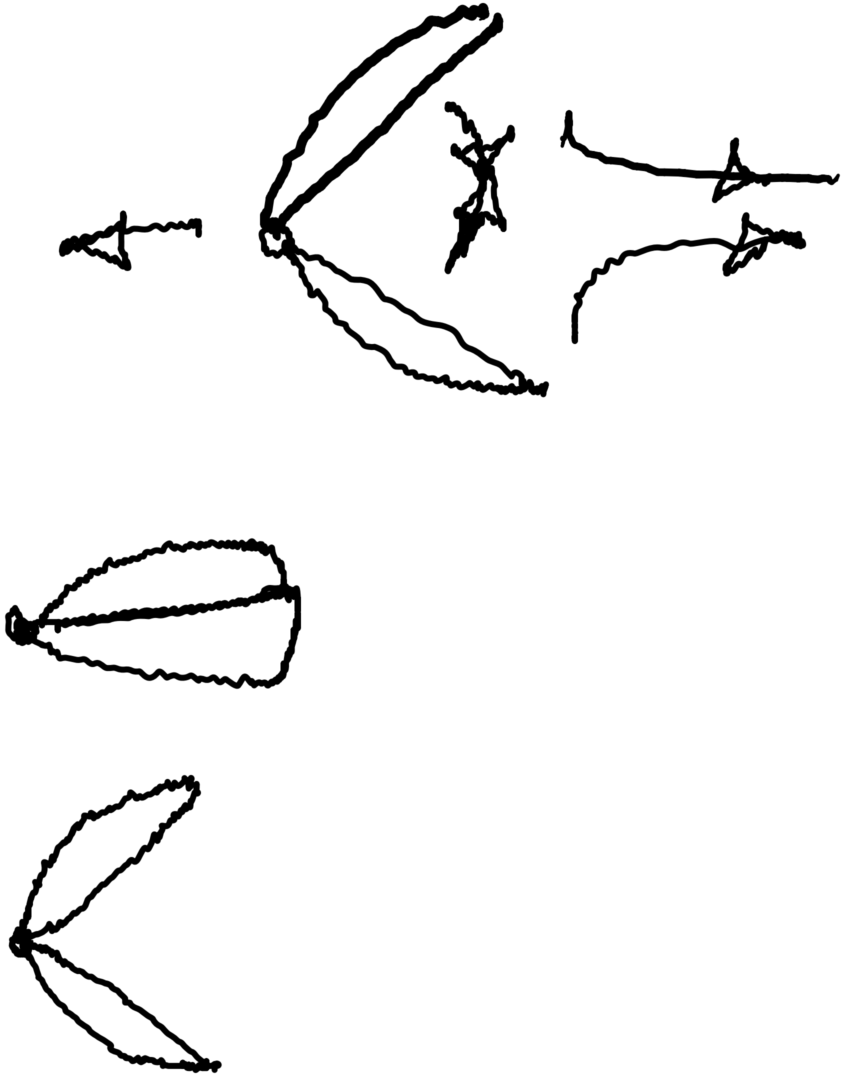


$$\frac{p_1 - p_2}{d} = fn(u, d, \eta, \varepsilon, \rho)$$

Hinweis: Die Dichte ist bei Trägheitsdominierten Ströme wichtig.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

ρ ist relevant.



ρ ist irrelevant

Biofluidmechanik.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

$$\left[\frac{p_1 - p_2}{l}\right] = F^1 L^{-3}$$

$$[u] = L T^{-1}$$

$$[d] = L$$

$$[\eta] = F L^{-2} T$$

$$[\rho] = F L^{-4} T^2$$

$$[\varepsilon] = 1$$

FLT

$$\tau = \eta \dot{\gamma}$$

$$F = m a$$

$$= \rho V a$$

$$[\rho] = \left[\frac{F}{Va}\right]$$

$$= F L^{-4} T^2$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

	$\frac{p_1-p_2}{\varrho}$	u	d	η	ϱ	ε
F	1			1	1	
L	-3	1	1	-2	-4	
T		-1		1	2	

$\nu = \frac{\eta}{\varrho}$ kinem. Viskosität

$[\nu] = L^2 T^{-1}$

4

	$\frac{p_1-p_2}{\varrho u^2}$	u	d	η/ϱ	ϱ	ε
F	0			0	1	
L	-1	1	1	2	-4	
T	-1	-1		-1	2	

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

	$\frac{p_1-p_2}{\varrho \nu u}$	$\frac{u d}{\nu}$	d	ν	ε
L	-2	0	1	2	
T	0	0		-1	

	$\frac{(p_1-p_2) d^2}{\varrho \nu u}$	$\frac{u d}{\nu}$	~~d~~	~~ν~~	ε
L	0	0	1	2	0
T	0	0	0	-1	0

$$\frac{p_1-p_2}{\varrho} \; \frac{d^2}{\nu u} = fu\Big(\underbrace{\frac{u d}{\nu}}_{\text{Re}}, \varepsilon\Big)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

$$\Pi_1 = \frac{p_1 - p_2}{\ell} \, \frac{d^2}{\eta u}$$

$$\Pi_2 = \frac{u d}{\nu}$$

$$\Pi_3 = \varepsilon$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\ell} = \frac{\eta u}{d^2} f_n(Re, \varepsilon)$$

I.d.R. ist der Rang v. der Dimensionsmatrix gleich der Zahl der Basisgrößen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

Interpretation als Produkt.

Re $\quad \Pi_2 = \frac{u\, d}{\nu} = \frac{u^2 \rho}{\mu\, u/d} \approx \frac{\text{dynamischer Druck}}{\text{viskose Spannung}}$.

Zum dynamischen Druck

$$\rho g z + p + \underbrace{\frac{\rho}{2} u^2}_{\substack{\text{dynamischer Druck} \\ \text{lebendige Kraft}}} = \text{const}$$

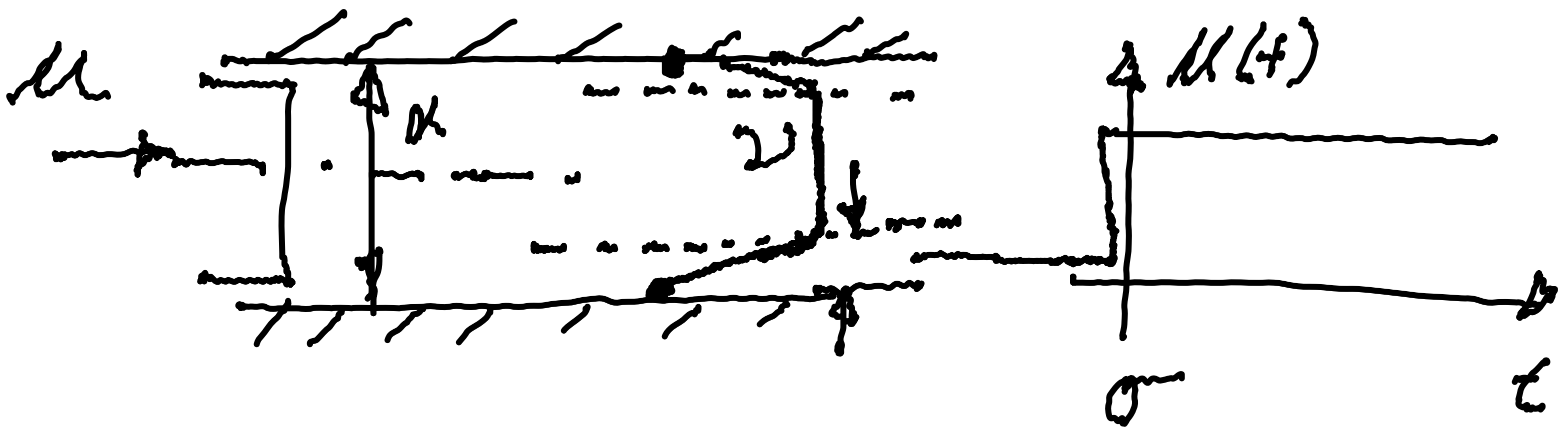
Re << 1, dann ist $\frac{\mu u}{d} \gg \rho u^2$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

$$Re = \frac{u\,d}{\nu} = \frac{u/d}{\nu/d^2} = \frac{\text{Diffusionszeit}}{\text{Konvektionszeit}}$$

$$\left[\frac{\nu}{d^2}\right] = \frac{1}{T} \qquad \frac{d^2}{\nu} \ \text{Diffusionszeit}$$

$$\frac{d}{u} \ \text{Konvektionszeit}$$



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

$$Re = \frac{u\, d\, \rho \; \eta/\rho}{\eta^2/\rho} = \frac{u\, d\, \eta}{\eta^2/\rho} = \frac{\text{Viskose Kraft}}{\text{Merkliche typische Kraft}}$$

$$\left[\frac{\eta^2}{\rho}\right] = \frac{F^2\, T^2\, L^4}{L^4\, F\, T^2} = F$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbo-maschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

Teppich Zellen Kaffee / Filter

i.d.R. ist die Re klein in poröse Medien. $Re \ll 1$.

Damit verschwindet Re aus dem Zusammenhang ist

$$\frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{\eta u}{d^2} f(\varepsilon) \quad \text{für } Re \ll 1.$$

$$u = \frac{U}{\varepsilon} \qquad \frac{p_1 - p_2}{l} = \eta \frac{U}{\varepsilon d^2} f(\varepsilon)$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

mit der Abkürzung $k = c\, d^2 f^{-1}(\varepsilon)$

Permeabilität k

$$[k] = L^2$$

$$\boxed{\frac{p_1 - p_2}{l} = \frac{\mu u}{k}}$$

Darcy-Gesetz für den viskosen Durchfluss in poröse Medien.

$$\nabla p = -\frac{\mu \vec{u}}{k}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

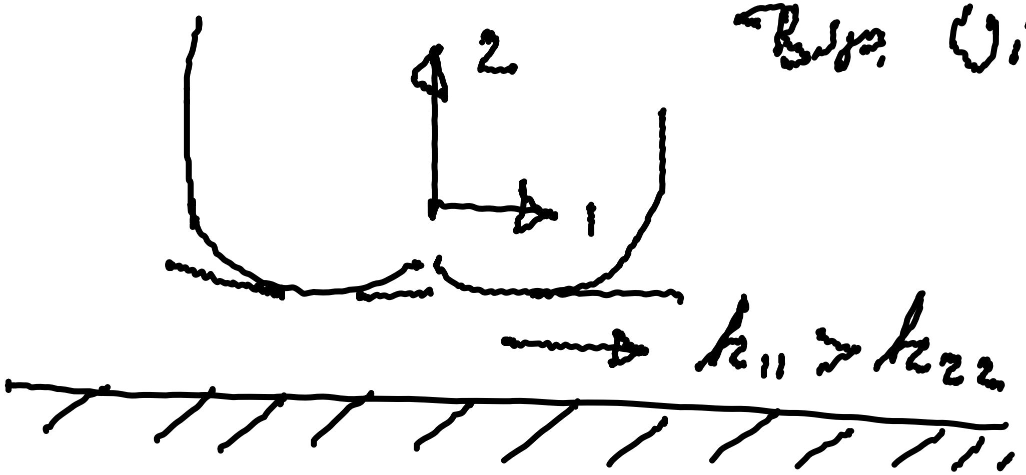
FLUID SYSTEM TECHNIK

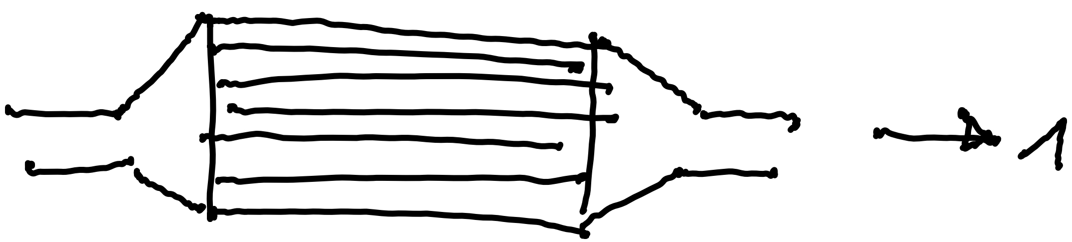
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

$$k_{ij} \frac{\partial p}{\partial x_j} = - u_i \eta$$

k_{ij} ist der Permeabilitätstensor.

Bsp. Windel.





$k_{11} \neq 0$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sandschüttung isotropes poröses Medium

$$k_{11} = k_{22} = k_{33} = k$$

$$\nabla p = -\eta \frac{\vec{u}}{k} \quad \Big| \; \nabla \times$$

$$\nabla \times \nabla p = 0 = -\eta \frac{\nabla \times \vec{u}}{k}$$

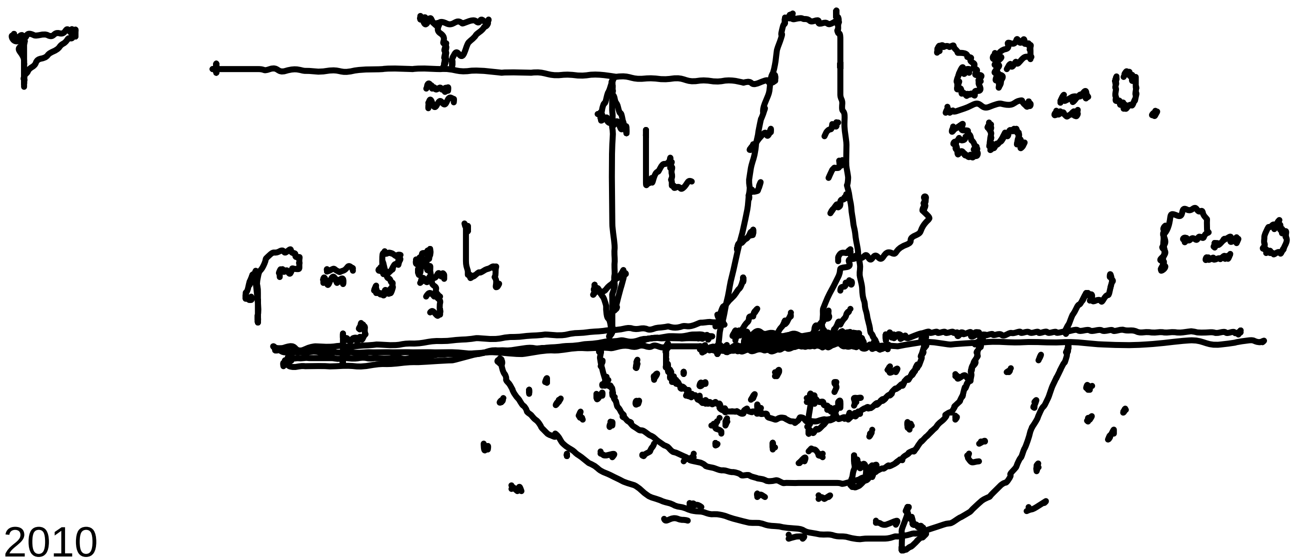
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme
Vorlesung 2

$\leadsto \nabla \times \vec{c} \equiv 0$ Einfache Strömung

Strömungen, die aus der Ruhe [illegible] folgen, sind Potentialströmungen.

Das Potential ist der Druck



TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Grundlagen der Turbomaschinen und Fluidsysteme

Vorlesung 2