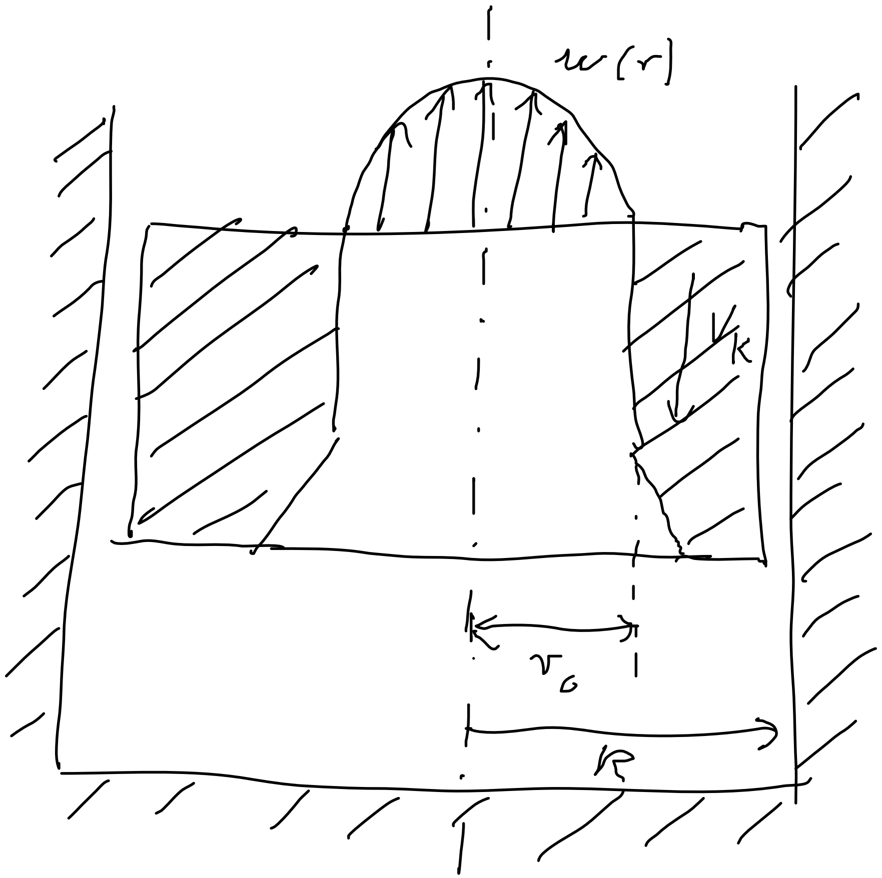
Kontinuitätsgleichung



$$w(r) = \underline{\underline{W_0}} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right\}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

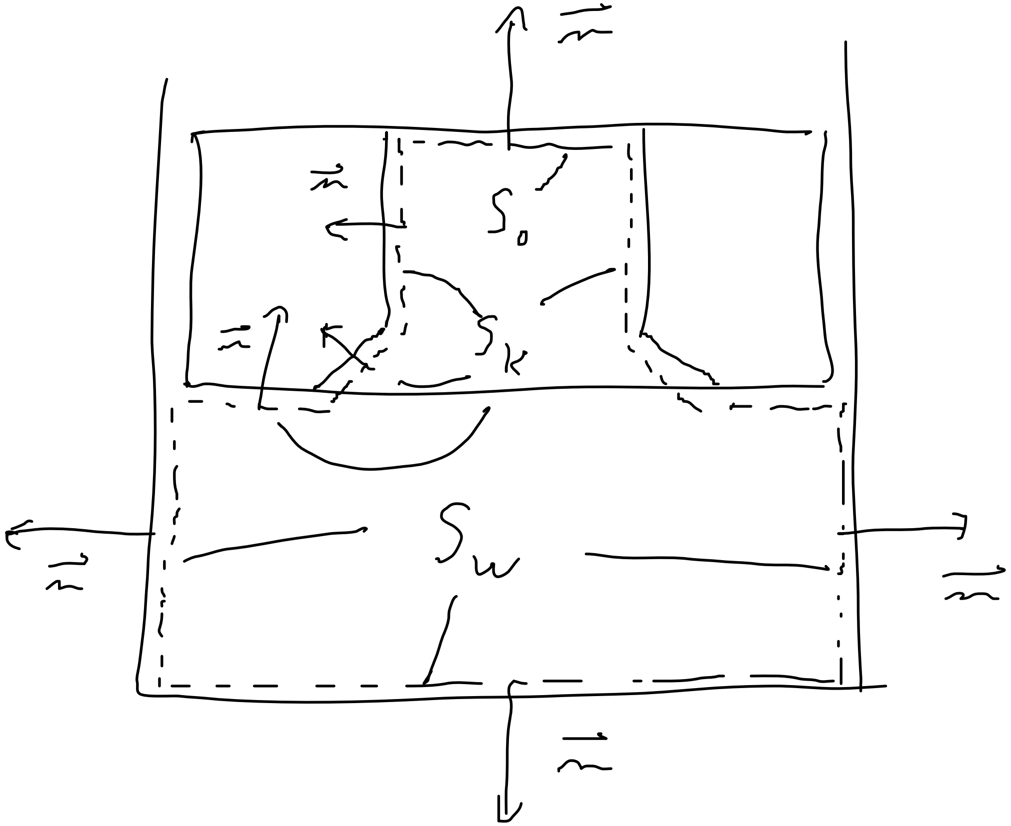
$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \, dV}_{0} + \rho \iint_S \vec{c} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

$$\iint_S \vec{c} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

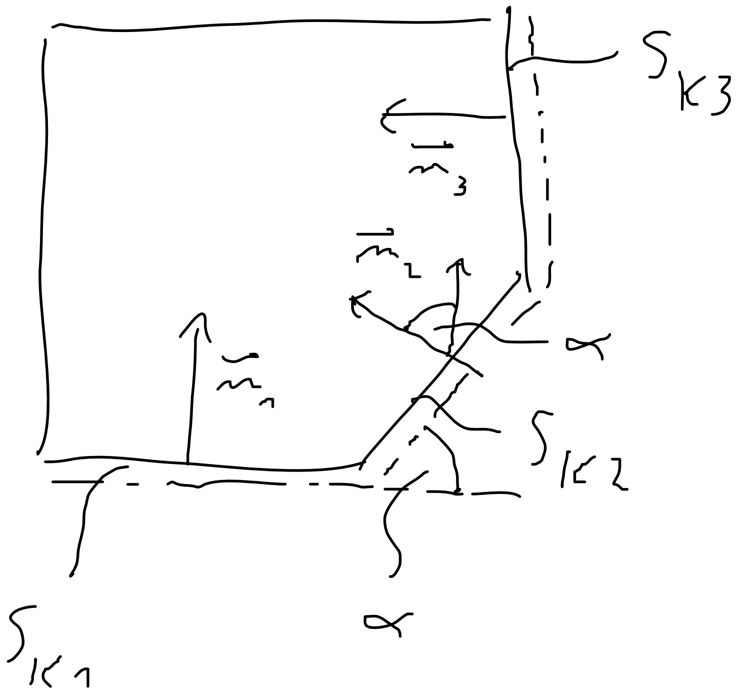


TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4



Kolbenwand:

$$\vec{\tau} = -V_k \cdot \vec{e}_z$$

$$\iint_{S_K} \vec{\tau} \cdot \vec{n} \, dS = \iint_{S_{K1}} \vec{\tau} \cdot \vec{n} \, dS + \iint_{S_{K2}} \vec{\tau} \cdot \vec{n} \, dS$$

$$+ \iint_{S_{K3}} \vec{\tau} \cdot \vec{n} \, dS$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

$S_{K1}: \quad \vec{c} \cdot \vec{n} = -V_K$

$S_{K3}: \quad \vec{c} \cdot \vec{n} = 0$

$S_{K2}: \quad \vec{c} \cdot \vec{n} = -V_K \cdot \vec{e}_z \cdot \vec{n}$

$$|\vec{e}_z| \cdot |\vec{n}| \cdot \cos\alpha$$

$$|\vec{e}_z| = 1, \quad |\vec{n}| = 1$$

$$\vec{c} \cdot \vec{n} = -V_K \cos\alpha$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

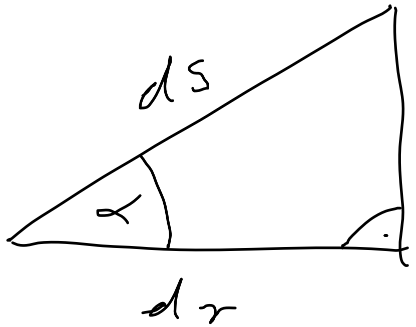
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

$$dS_{K_1} = r \, dr \, d\varphi$$

$$dS_{K_3} = r_0 \, d\varphi \, dz$$

dS_{K_2}:



$$\cos\alpha = \frac{dr}{ds}$$

$$\Rightarrow dr = ds \cos\alpha$$

$$dS_{K_2} = r \, ds \, d\varphi = \frac{r}{\cos\alpha} \, dr \, d\varphi$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

	S_{K1}	S_{K2}	S_{K3}
$\vec{c} \cdot \vec{n}$	$-V_K$	$-V_K \cos\alpha$	0
dS	$r\,dr\,d\varphi$	$\frac{r}{\cos\alpha}\,dr\,d\varphi$	$r_0\,d\varphi\,dz$

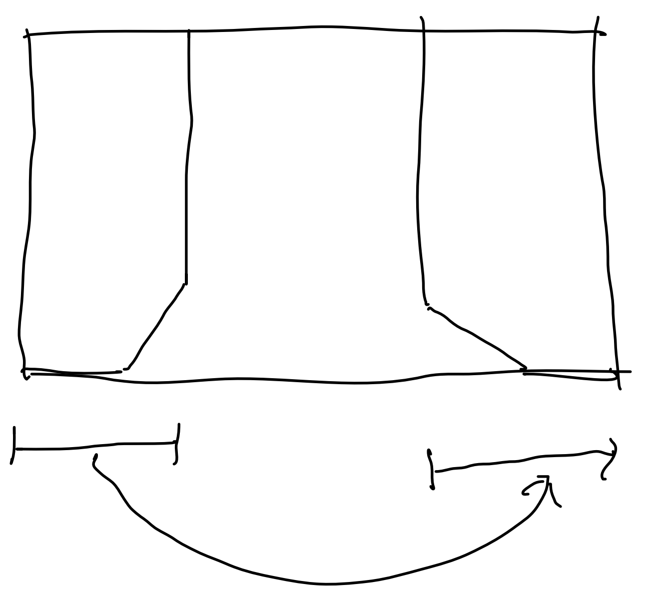
$$\iint_{S_K} \vec{c} \cdot \vec{n}\, dS = \underbrace{\int_0^{2\pi}\int_{r_1}^{R} -V_K\, r\, dr\, d\varphi}_{S_{K1}} + \int_0^{2\pi}\int_{r_0}^{r_1} -V_K \cos\alpha \frac{r}{\cos\alpha}\, dr\, d\varphi$$

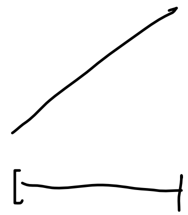
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

$$\iint_{S_K} \vec{\tau} \circ \vec{n} \, dS = \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^{R} -V_K \, r \, dr \, d\varphi$$





TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

$$\iint_{S_K} \vec{c} \cdot \vec{n} \, dS = -V_K \, \pi \left(R^2 - r_0^2\right)$$

$$c = w - V_K$$

$$\iint_{S_0} \vec{c} \cdot \vec{n} \, dS = 2\pi \int_0^{r_0} \left\{ W_0 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] - V_K \right\} r \, dr = \pi r_0^2 \left(\frac{W_0}{2} - V_K \right)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

$$-V_k\,\pi\left(R^2 - r_0^2\right) + \pi\, r_0^2\left(\frac{w_0}{2} - V_k\right) = 0$$

where

$$-V_k\,\pi\left(R^2 - r_0^2\right) = \iint_{S_k} \vec{c}\cdot\vec{n}\; dS, \qquad \pi\, r_0^2\left(\frac{w_0}{2} - V_k\right) = \iint_{S_0} \vec{c}\cdot\vec{n}\; dS$$

$$\Rightarrow \boxed{W_0 = 2\,V_k\left(\frac{R}{r_0}\right)^2}$$

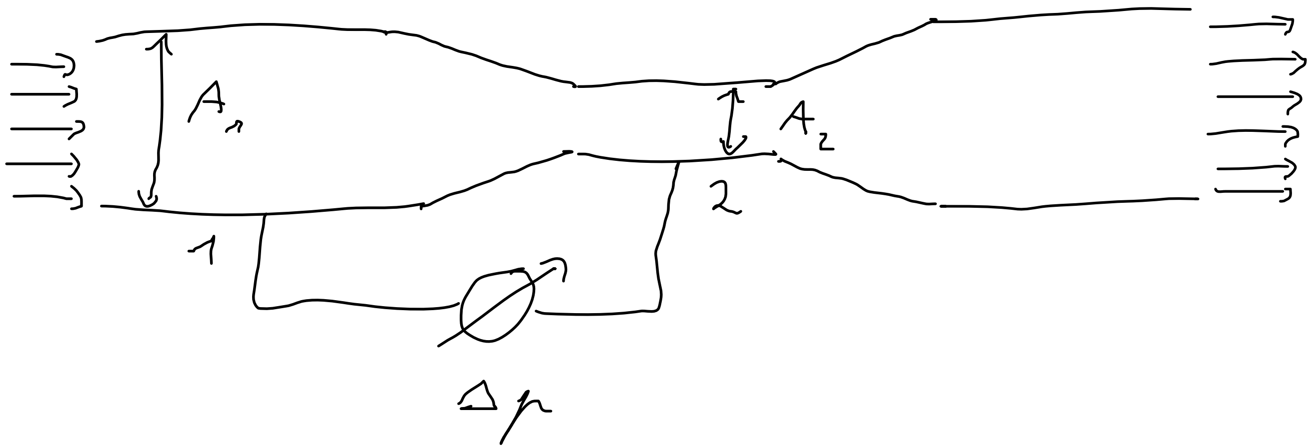
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

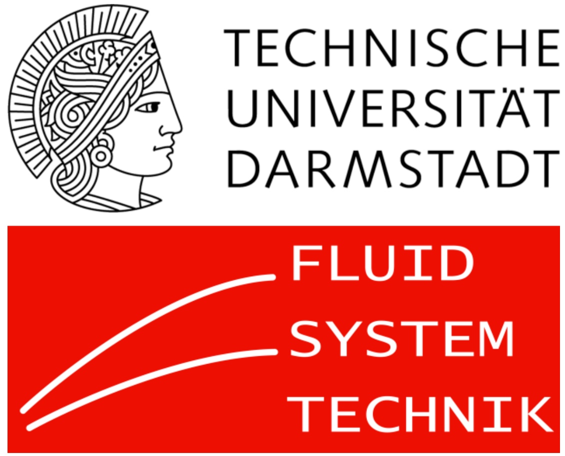
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

Bernoulli – Gleichung

Venturidüse



$\dot{V}(\Delta p)$?



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

$$p_1 + \frac{\rho}{2} u_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} u_2^2$$

$$u_1 A_1 = u_2 A_2 = \dot{V} \quad \text{Konti}$$

$$c_1 \rho_1 A_1 = c_2 \rho_2 A_2$$

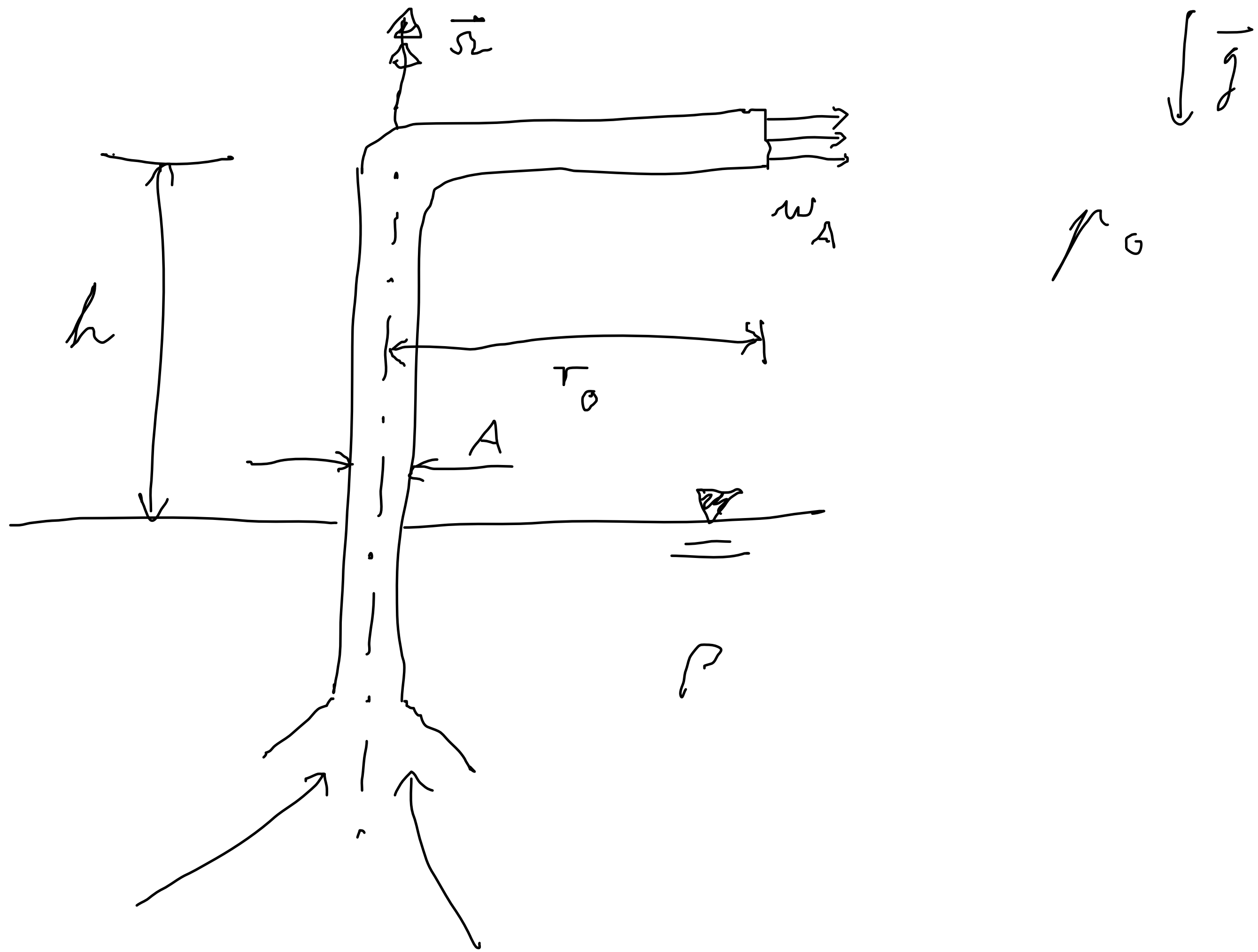
$$u_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} \; ; \; u_2 = \frac{\dot{V}}{A_2}$$

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \frac{\dot{V}^2}{A_1^2} = p_2 + \frac{\rho}{2} \frac{\dot{V}^2}{A_2^2}$$

$$\Rightarrow \dot{V} = \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\frac{\rho}{2}\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right)}}$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

3.3 Rohrpumpe

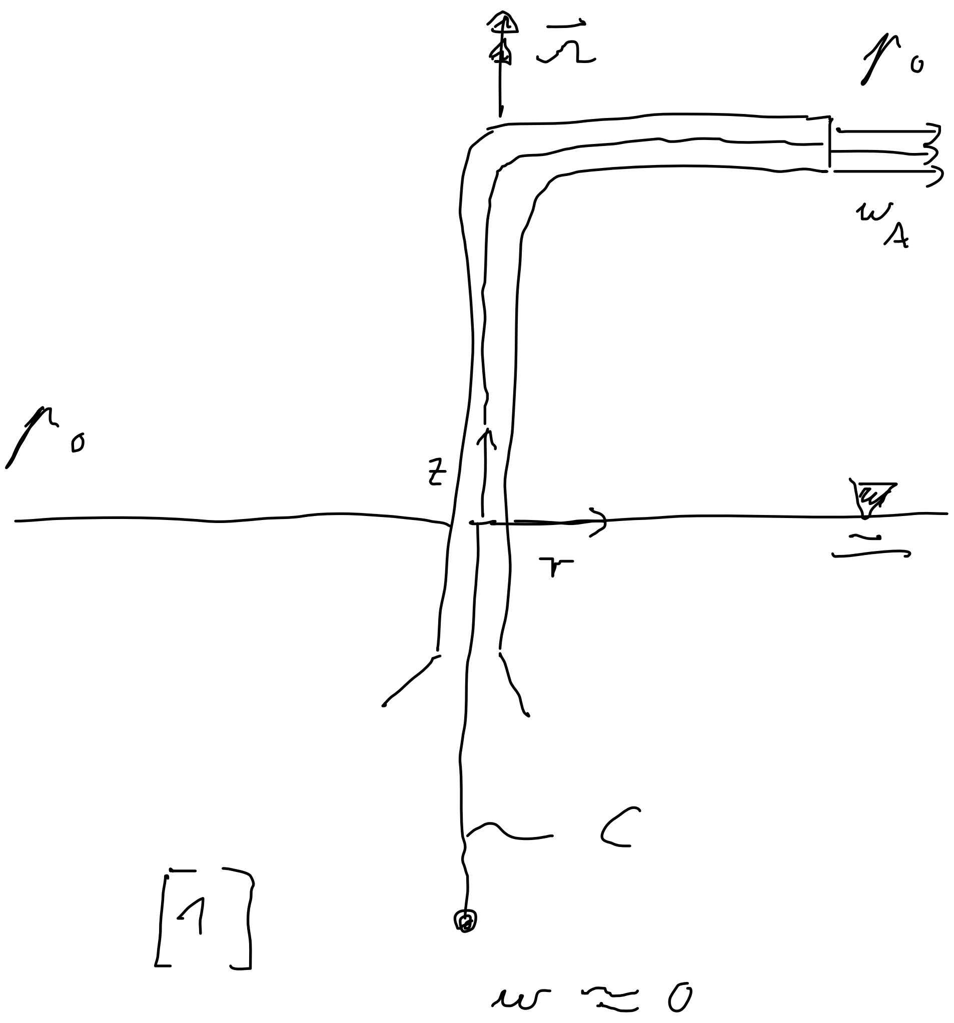


a) $p_{min} \geq p_D$?

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz



$$p + \frac{\rho}{2} u^2 + \psi = C$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

$$\psi = \rho g z - \frac{\rho}{2}\Omega^2 r^2$$

$$p_1 + \underbrace{\frac{\rho}{2} w_1^2}_{\approx 0} \underbrace{- \frac{\rho}{2}\Omega^2 r_1^2}_{= 0} \overbrace{}^{+\rho g z_1} = p + \frac{\rho}{2} w^2 - \frac{\rho}{2}\Omega^2 r^2 + \rho g z$$

$$p_1 = p_0 - \rho g z_1$$

$$p(r, z) = p_0 - \frac{\rho}{2} w^2 + \frac{\rho}{2}\Omega^2 r^2 - \rho g z$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Sommersemester 2010

Strömungslehre für Mechatronik

Vorrechenübung 4

RB:

$$p(r = r_0, z = h) = p_0$$

Konti: $w = w_A$

$$\frac{\rho}{2} w_A^2 = \frac{\rho}{2} \Omega^2 r_0^2 - \rho g h$$

$$\Rightarrow \boxed{p(r, z) = p_0 + \frac{\rho}{2} \Omega^2 (r^2 - r_0^2) + \rho g (h - z)}$$

$z = h$

$r = 0$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4

$$p_{min} = p_0 - \frac{\rho}{2} \Omega^2 r_0^2 \overset{!}{>} p_D$$

$$\Rightarrow \boxed{\Omega < \sqrt{\frac{2(p_0 - p_D)}{\rho r_0^2}}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Sommersemester 2010
Strömungslehre für Mechatronik
Vorrechenübung 4