Wasserwellen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2011/12
Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen
Vorlesung 11

25.01.2012

3. Teil der Vorlesung

Wellenkraft

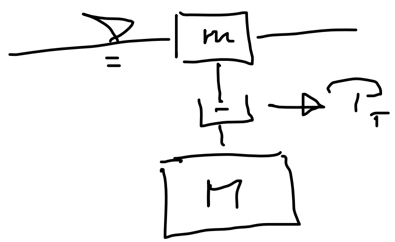
Küstennah (onshore)

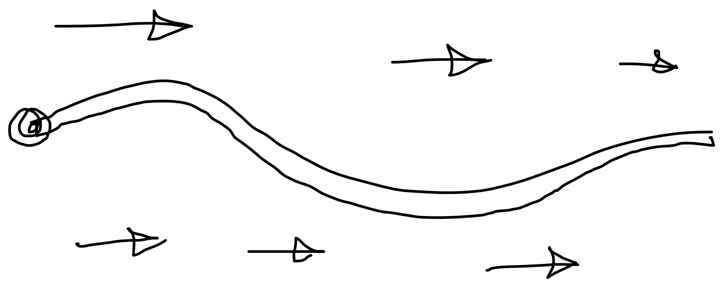
Offshore

endliche Freiheitsgrad

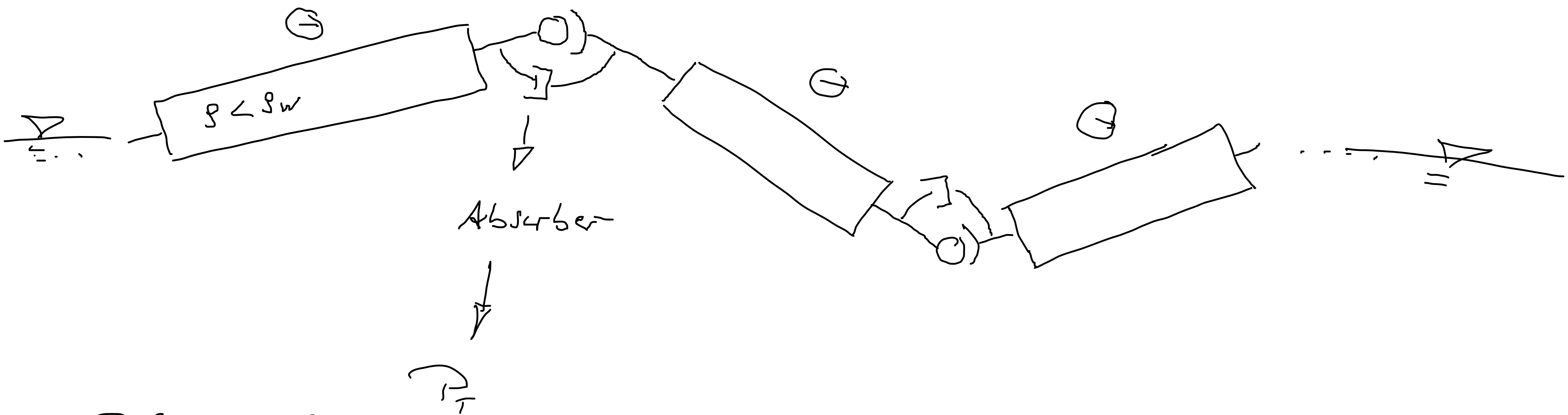
unendliche Freiheitsgrad

Oscillating Water Column (OWC)





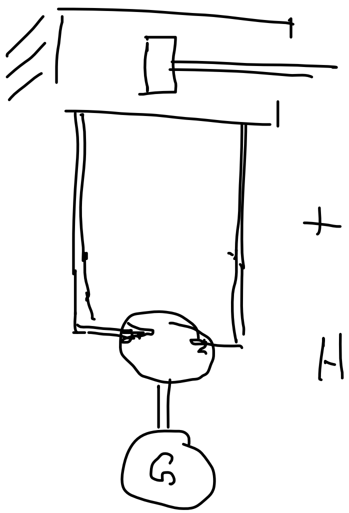
- Archimedischer Auftrieb
  - rotatorische Relativbewegung ↳ Hydrost. Getriebe
  - translatorische Relativbewegung → Hydrost. Getriebe
- Strömungsmasch.



Pelamis-System: in den Röhren ist ein hydrostatisches Getriebe verbaut.

Zum hydrostatischen Getriebe

Pumpe



+ Druckspeicher + ...

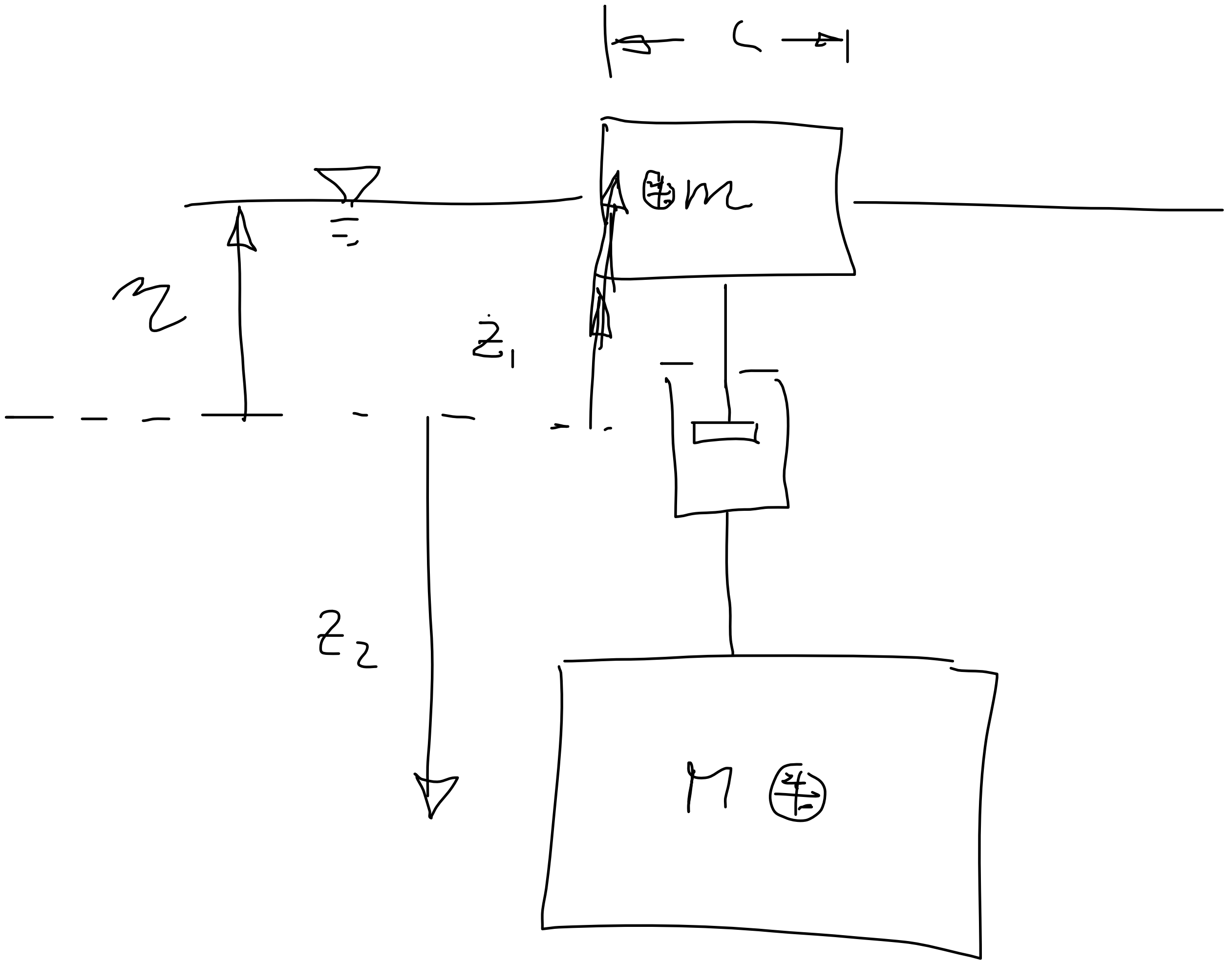
Hydrostatischmotor

Bosch Rexroth

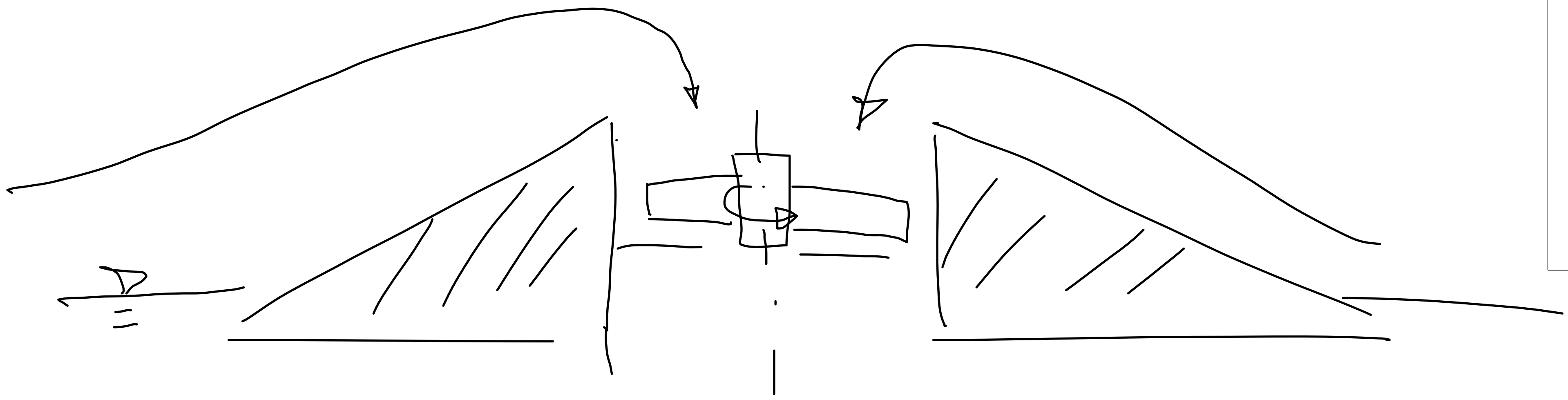
Hydac Saarland

⋮

Translatorische Relativbewegung

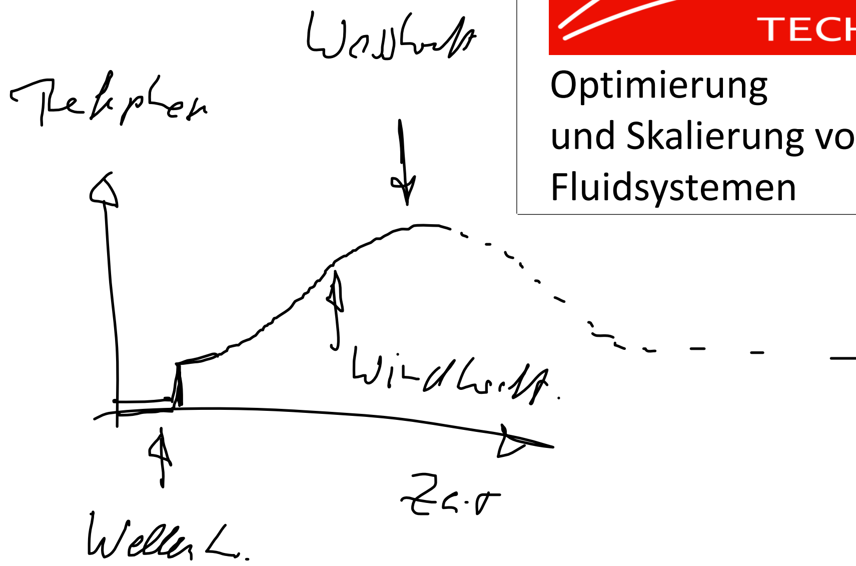


$\lambda \gg L$



Zwischenfazit:

1.) Viele konkurrierende Designlösungen typisch für Technologie in einem sehr frühen Reifephase.



2.) Transport der Energie ist ungeklärt

3.) Größte Herausforderung: Robuste Lösung. → klassischer Maschinenbau Voith, Bosch Rexroth, ... Thema für deutsche Industrie.

4.) OWC ⇝ gut!

5.) Viele Scharlatane sind unterwegs.

Was ist das Energiespektrum

↳ Wasserwellen → Schwerewellen
→ Kapillarwellen

Schwerkraft ist die rückstellende Kraft.

Rückstellende Kraft ist die Oberflächenspannung.

↳ Ripples.

Sir James Lighthill: Theory of Waves Cambridge University Press

↳ klassisches Buch.

Johannes Falnes: Ocean Waves and Oscillating system. 〃 〃 〃

R. S. Johnson: A Modern Introduction to the Mathematical Theory of Water Waves 〃 〃 〃

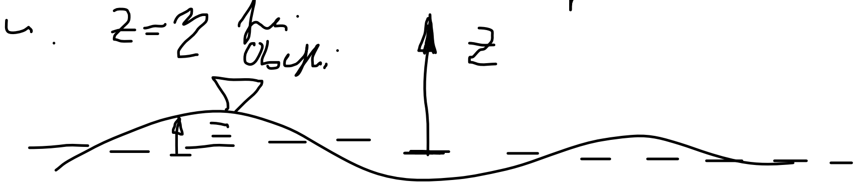
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

Annahme: • Rotationsfreie Strömung $\mathrm{rot}\,\vec{u} = 0$

• homogenes Schwerefeld $\rho = \mathrm{const.}$

$\vec{g}$

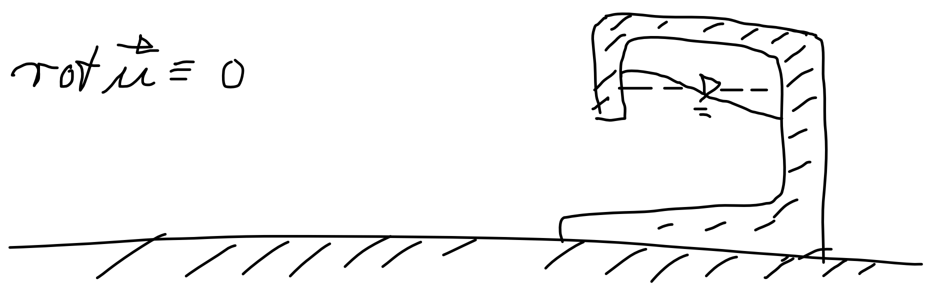
$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$, da rotationsfreie Strömung.



$$\frac{Du_i}{Dt} = \underbrace{-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}}_{\text{Divergenz der Spannungen}} + \underbrace{k_i}_{\text{Volumenkraft}}$$

ρ

$\mathrm{rot}\,\vec{u} = 0$



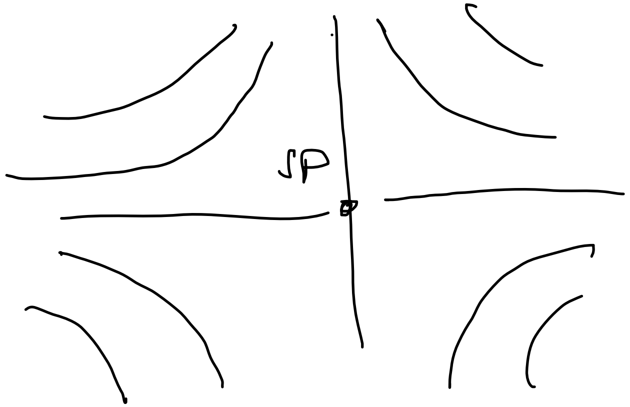
$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \underbrace{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{u_j u_j}{2}\right)} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \underbrace{\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}}_{\equiv 0 \text{ für } \mathrm{rot}\,\vec{u} = 0} - \frac{\partial \psi}{\partial x_i}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{u_j u_j}{2}\right)}_{\text{Konvektive Beschl.}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \psi}{\partial x_i}$$

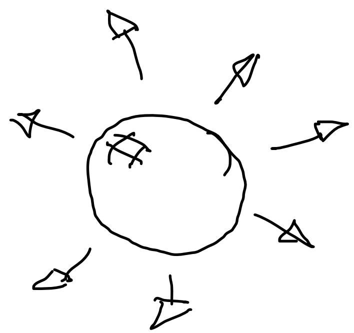
$$\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \quad \text{für} \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{u_j u_j}{2}\right) = u_j \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad \text{da} \quad \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \qquad \emptyset$$

Hinweis: Es gibt reibungsbehaftete rotationsfreie Strömung



Staupunktströmung



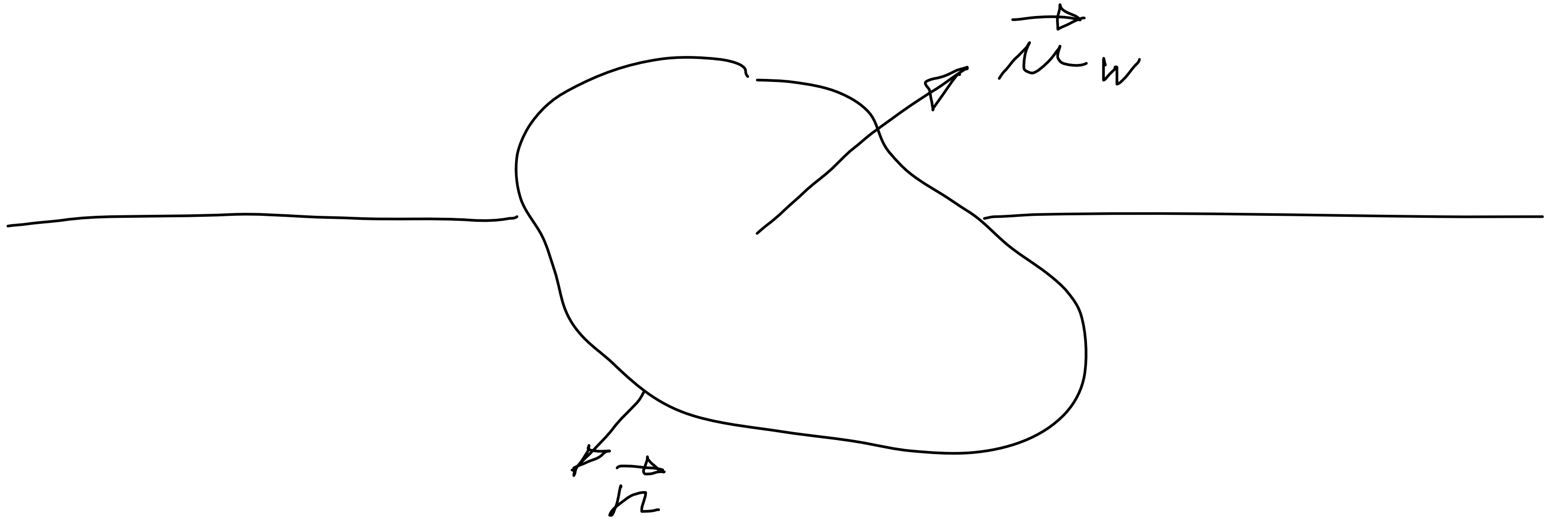
Quellströmung

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} + P + \frac{1}{2}\underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial x_j}\frac{\partial \phi}{\partial x_j}}_{u^2} + \psi\right] = 0.$$

$$u_i = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \qquad P = \int \frac{dp}{\rho} = \frac{p}{\rho} \text{ für } \rho = \text{const.}$$

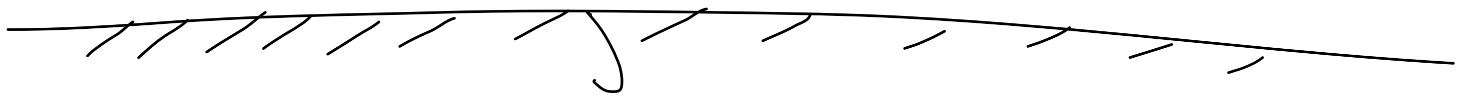
$$\boxed{\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 + gz = C}$$

Bernoulli Konstant.



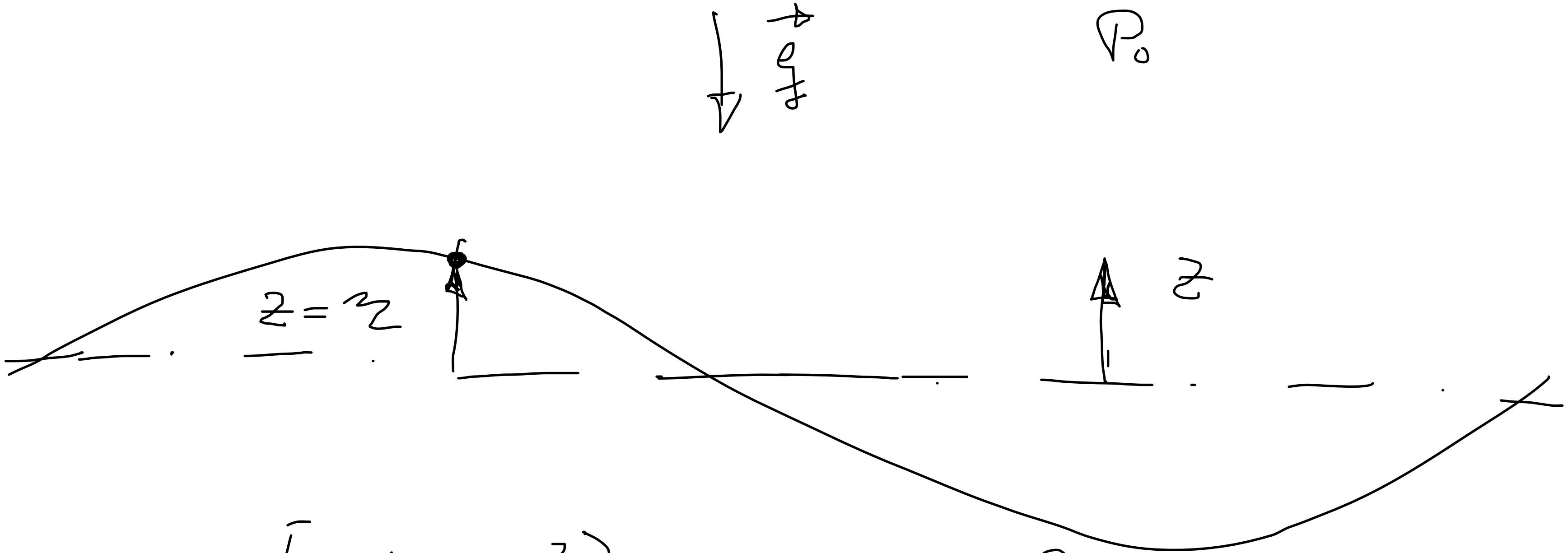
Kinematische Randbedingung $\quad \vec{u}\cdot\vec{n} = \vec{u}_w\cdot\vec{n}$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \vec{u}_w\cdot\vec{n}$$ Kinematische R.B an Körper



$$\frac{\partial \phi}{\partial z} \equiv 0$$ R.B am Boden.

Randbedingung für die Welle:



$$\left[\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{u^2}{2}\right]_{z=\eta\ \text{const.}} + g\eta + \underbrace{\frac{p_0}{\rho}}_{\text{const}} = C$$

$$\underbrace{\left[\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{u^2}{2}\right]_{z=\eta} + g\eta}_{fu(t)} = \underbrace{C-\frac{p_0}{\rho}}_{\neq fu(t)} \equiv 0 \,,\quad \text{da } C=\frac{p_0}{\rho}$$

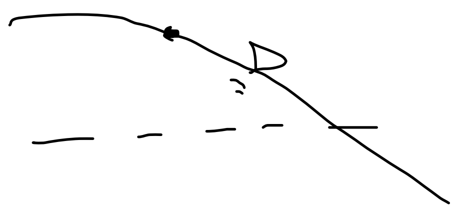
wird im Gleichteils kürzt.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + g\eta = 0 \quad \text{an} \quad z = \eta$$

Randbedingung an der freien Oberfläche.

☹ nichtlinear wegen $\frac{u^2}{2}$

☹ Randbedingung ist an ausgelenkter Ebene $z = \eta$ zu stellen.



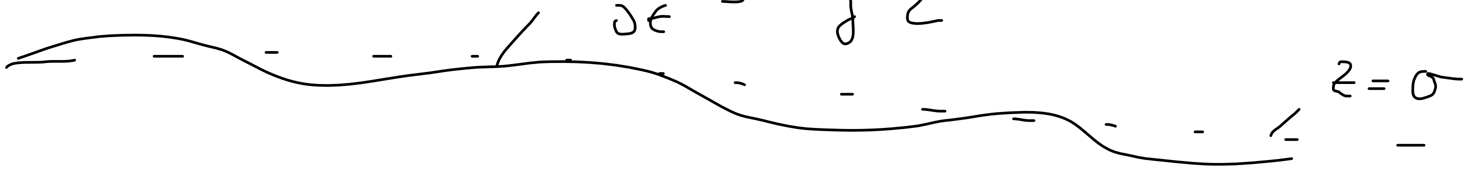
Annahme $\frac{u^2}{2} \ll g\eta \rightarrow \left(\frac{u}{\sqrt{g\eta}}\right)^2 \ll 1$

$$Fr^2 \ll 1$$

Ergebnis der Linearisierung

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -g\zeta \qquad \text{an} \qquad z = 0.$$

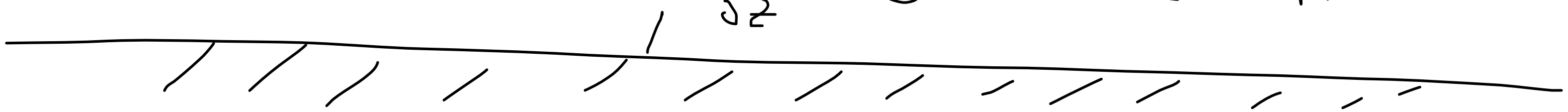
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -g\zeta$$



$$\Delta \phi = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{u} = 0 \\ \vec{u} = \nabla \phi \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \nabla \cdot \nabla \Phi = 0 \\ \Delta \Phi = 0 \end{array}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \qquad \text{an} \qquad z = -H.$$



Spezialfall harmonische Wellen

$$\eta = B \exp\left[i(\omega t - kx) \right]$$

Hinweis, da die Randbedingungen $\dfrac{\partial \phi}{\partial z} = 0$ an $z = -H$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\eta g \quad \text{an } z = 0$$

und die Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \, \partial x_i} = 0$$

linear sind, kann über Fourierreihe jede beliebige Welle dargestellt werden

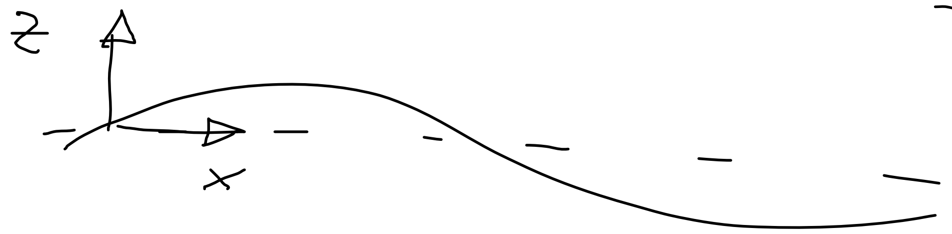
Einsetzen des harmonischen Ansatzes

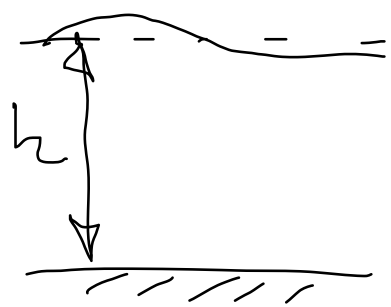
$$\zeta = B \exp[i(\omega t - kx)] \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Frequenz

$$\Phi = f(z) \exp[i(\omega t - kx)]$$

k Wellenzahl





$$\Delta \Phi = 0 \rightarrow \text{Eigenwertproblem}$$

$$\left.\begin{array}{l} -k^2 f + f'' = 0 \\ \text{Ansatz für } f = e^{\pm kz} \end{array}\right\}$$

Randbedingung am Boden, d.h. $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$ an $z = h$

$$f = A \cosh(z+h)$$

$$\phi = A \cosh(z+h) \exp\left[i(\omega t - kx)\right]$$

Bestimmen A über die zwei Randbeding.