Kleinwasserkraft

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

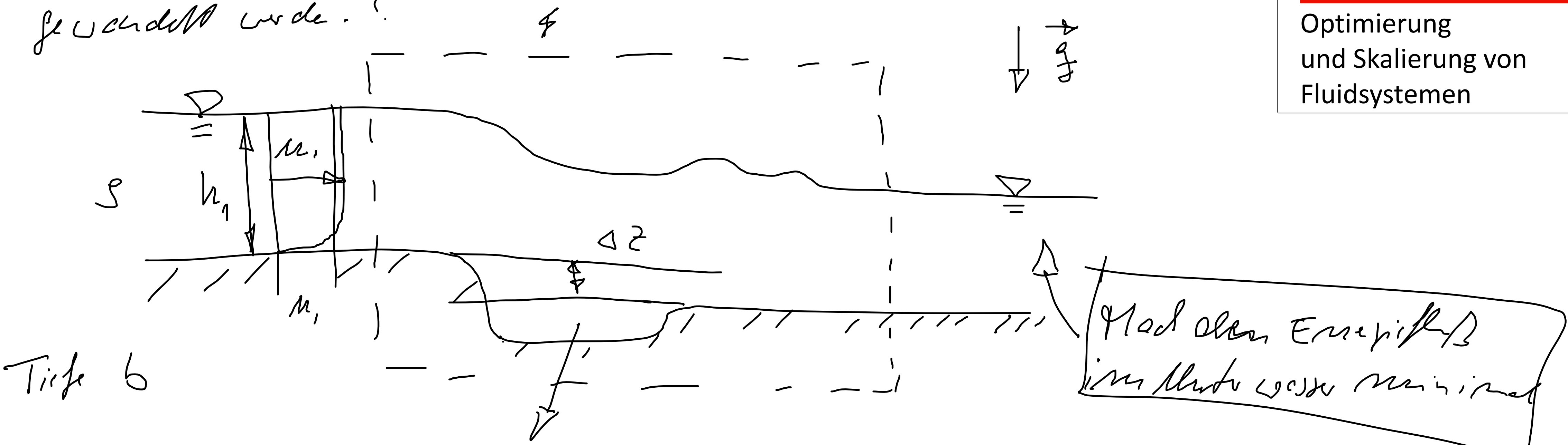
Wintersemester 2011/12

Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

Vorlesung 8

14.12.2011

Wieviel Energie kann max. pro Zeiteinheit in einem offenen Gerinne in mechanische Energie gewandelt werden?



P_{gr}

Geg: $h_1, u_1, \Delta z, g, \rho$

$$u_1 := \frac{Q}{h_1 b}$$

Q Volumenstrom

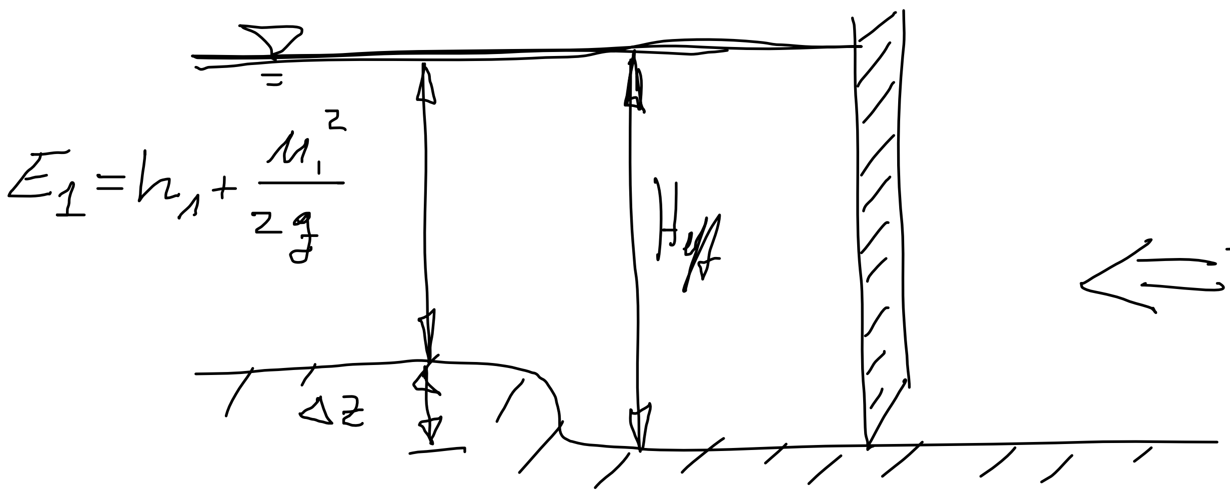
b Tiefe

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

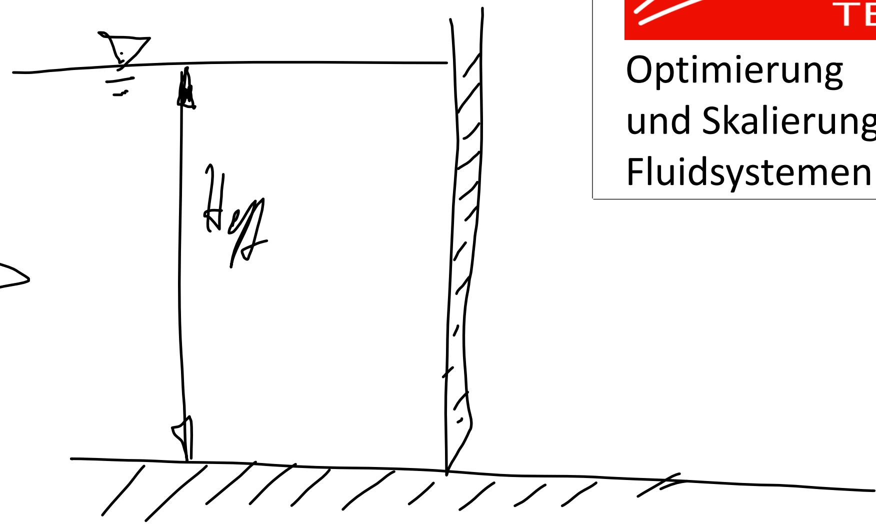
FLUID SYSTEM TECHNIK

Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

Wie groß ist das Energieangebot.

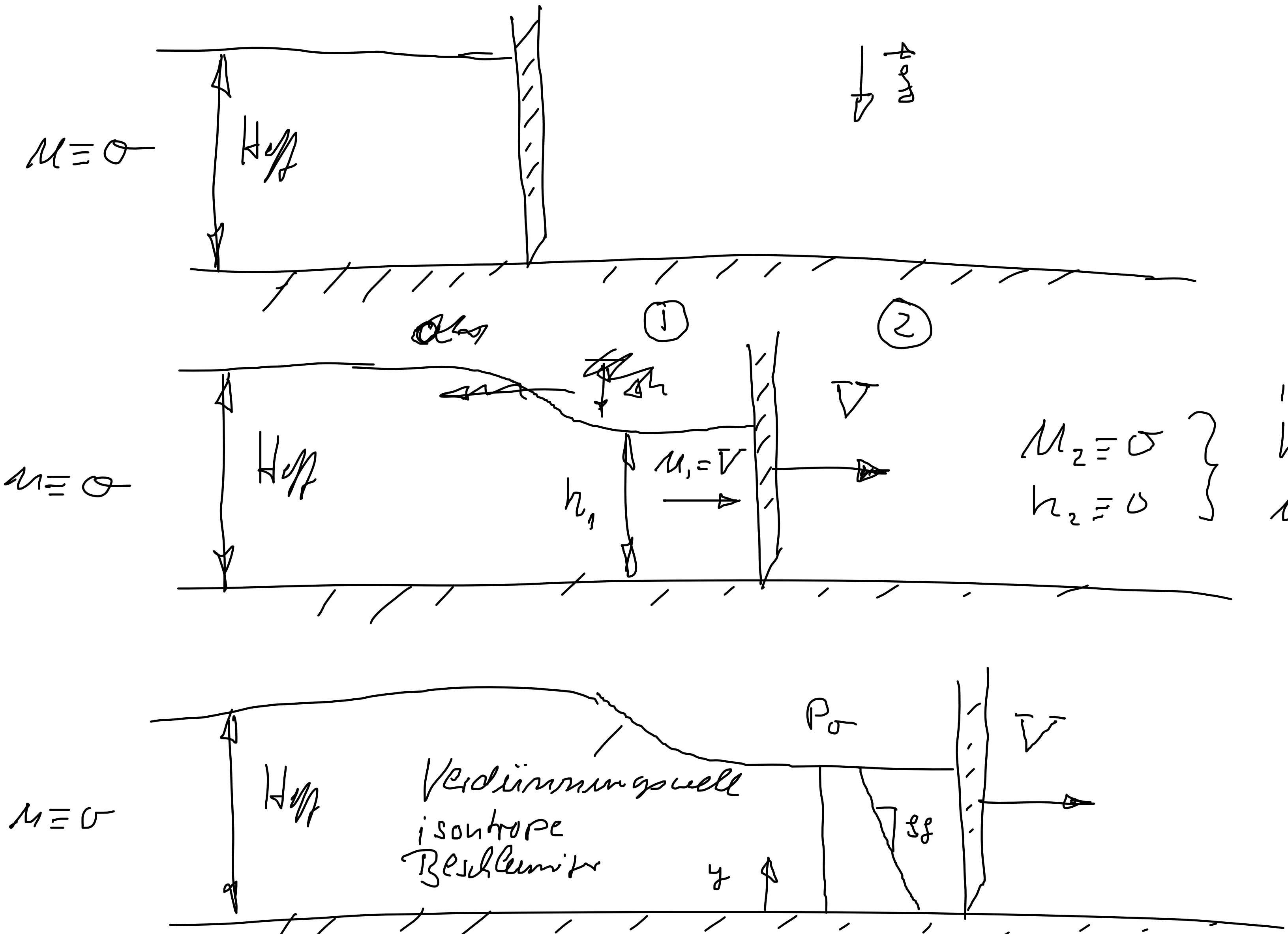


$\Longleftrightarrow$



$E_1 := h_1 + \frac{u_1^2}{2g}$ spezifische Höhe

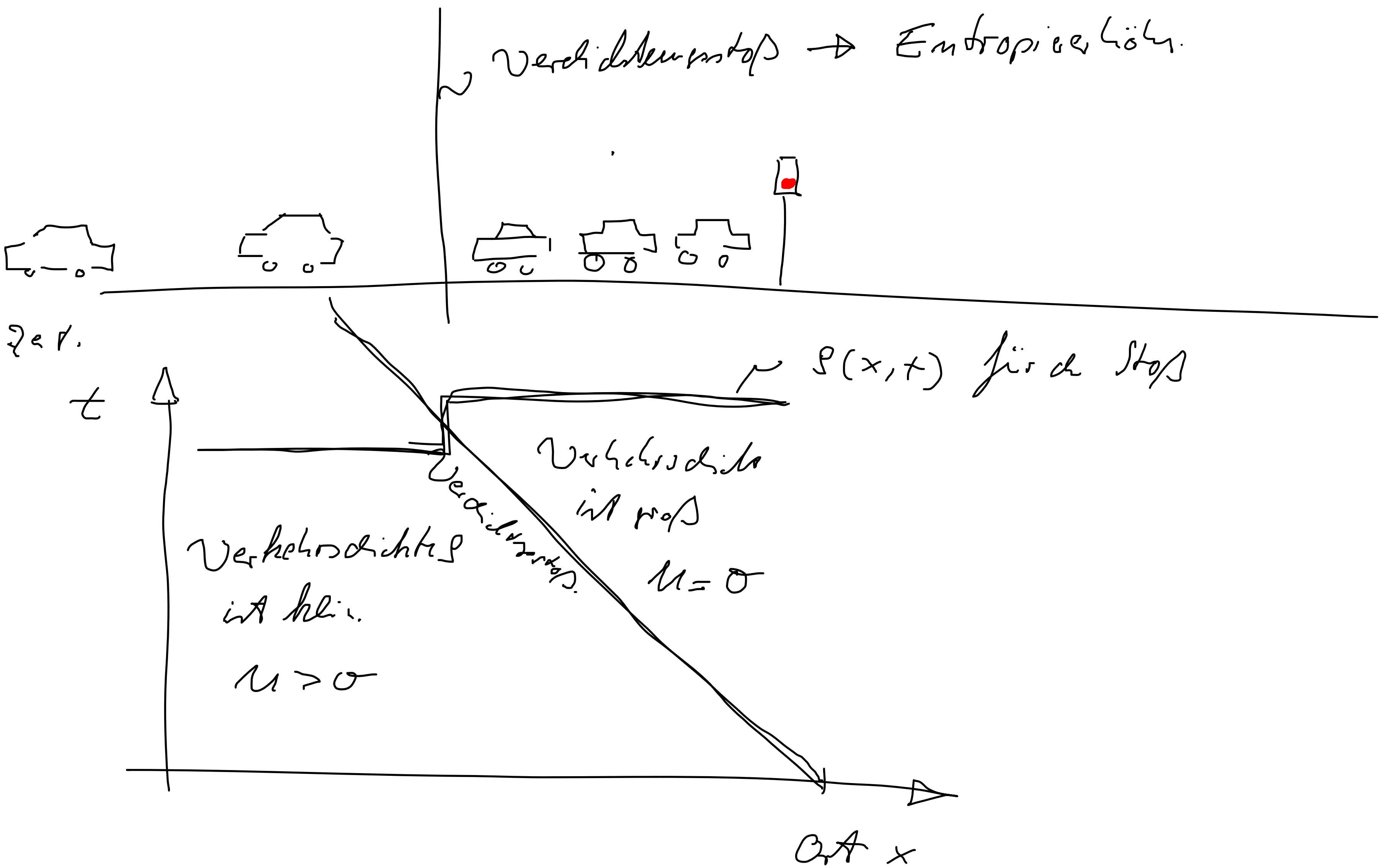
$H_{eff} := E_1 + \Delta z$

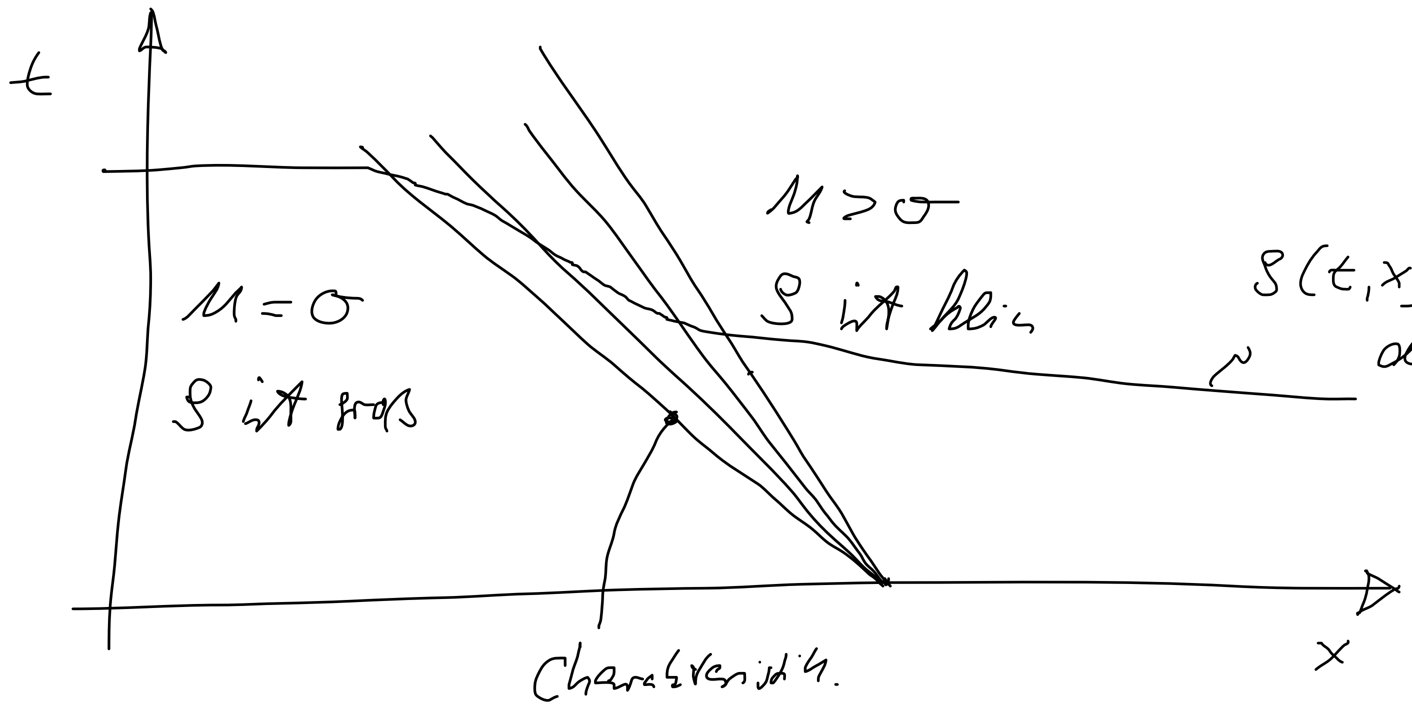


$u_2 \equiv 0$, $h_2 \equiv 0$ } ideale Maschine hat kein Unterwasser?

ist möglich!

Was ist eine Verdünnungswelle?



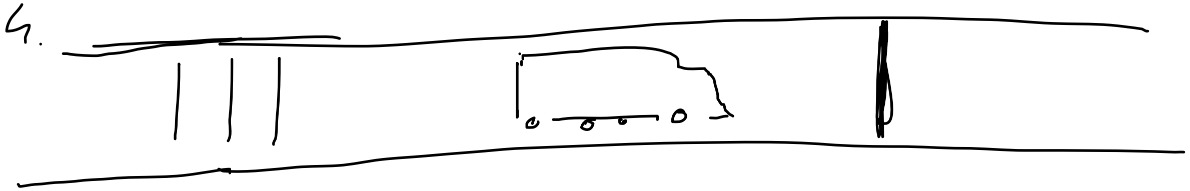


$\rho(t,x)$ für die Verdichtungswelle.

Amplitude wird kleiner

Wellenphänomene treten in allen hyperbolischen Systemen auf

- Gasdynamik.



Verdichtungswelle

Verdichtungsstoß.

- Verkehrsfluss
- Strömungen mit freier Oberfläche.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

„Verdichtungsstoß" bei Strömungen mit freier Oberfläche:

Schwall (engl. hydraulic jump)

$Ma > 1$

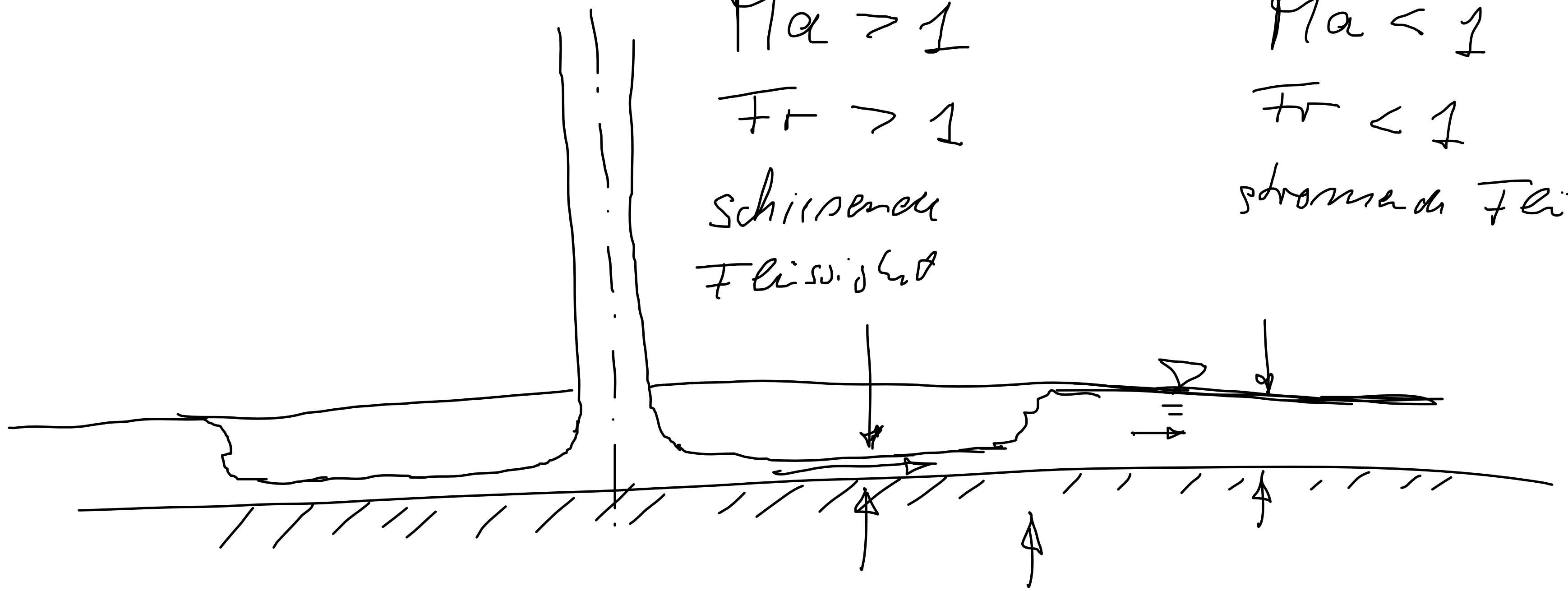
$Fr > 1$

schießende Flüssigkeit

$Ma < 1$

$Fr < 1$

strömende Flüssigkeit



Schwall od. hydraulic jump

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen

Machzahl $\quad Ma := \frac{u}{a} = \frac{\text{Strömungsgeschw.}}{\text{Wellenausbreitungsgeschw.}}$

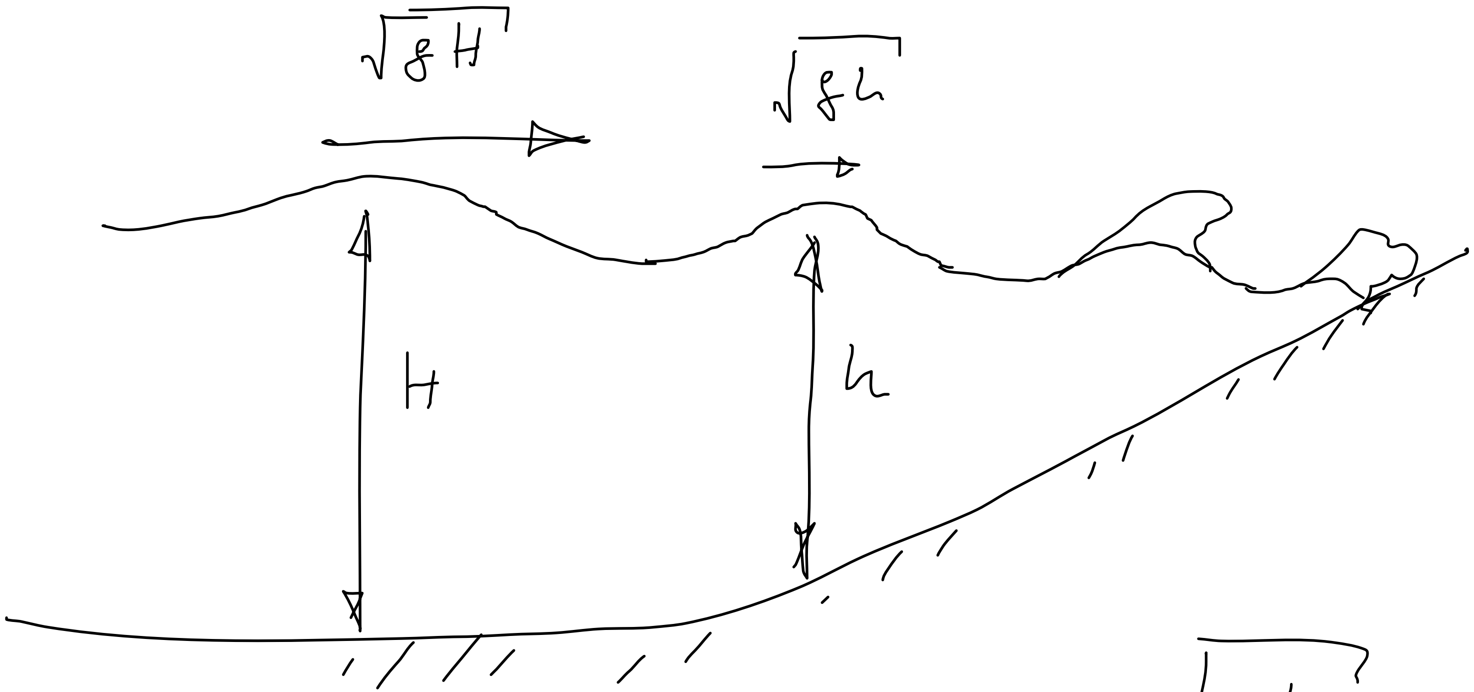
Analogie zwischen Gasdynamik und Strömungen mit freier Oberfl.

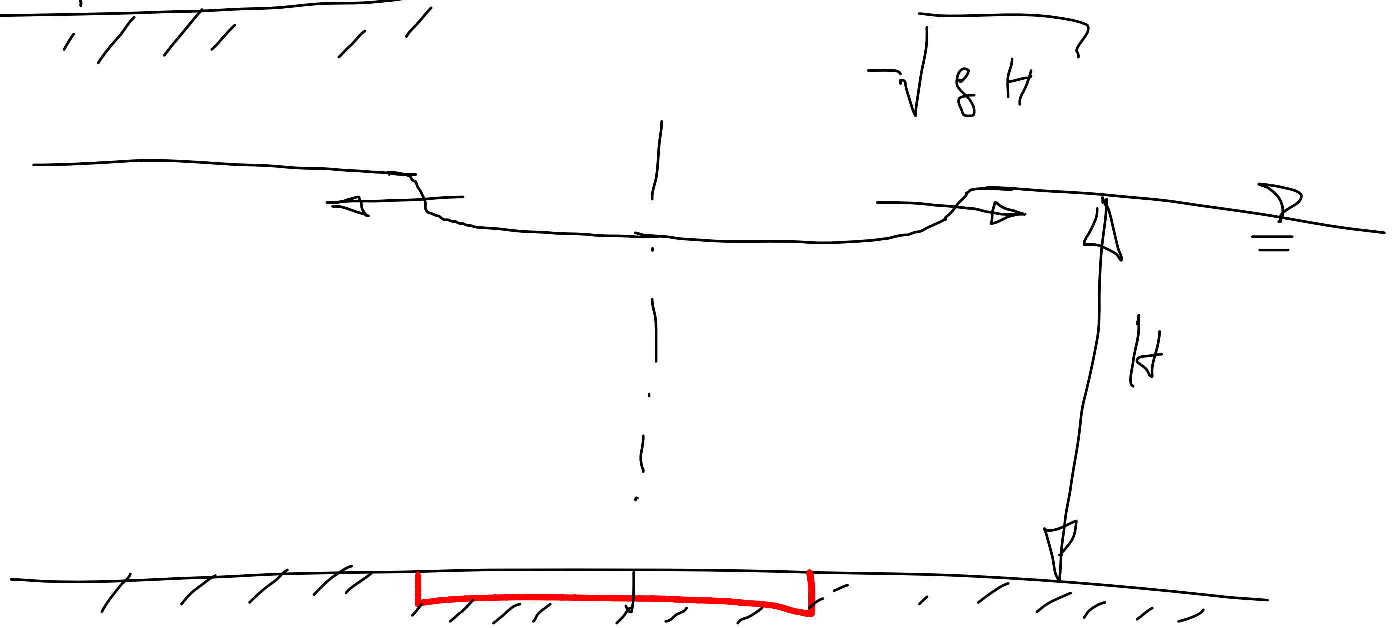
Froudesche Zahl $\quad \boxed{Fr := \frac{u}{\sqrt{gh}}} = \frac{\text{Strömungsgeschwindigk.}}{\text{Wellenausbreitungsgeschw.}}$

a Schallgeschwindigkeit einer Flüssigkeit $\quad a^2 := \left.\frac{\partial p}{\partial \rho}\right|_{s=\text{const.}}$

$\sqrt{gh}$ Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schwerwellen bei Strömungen mit freier Oberfl.

Brechen von Wellen am Strand.

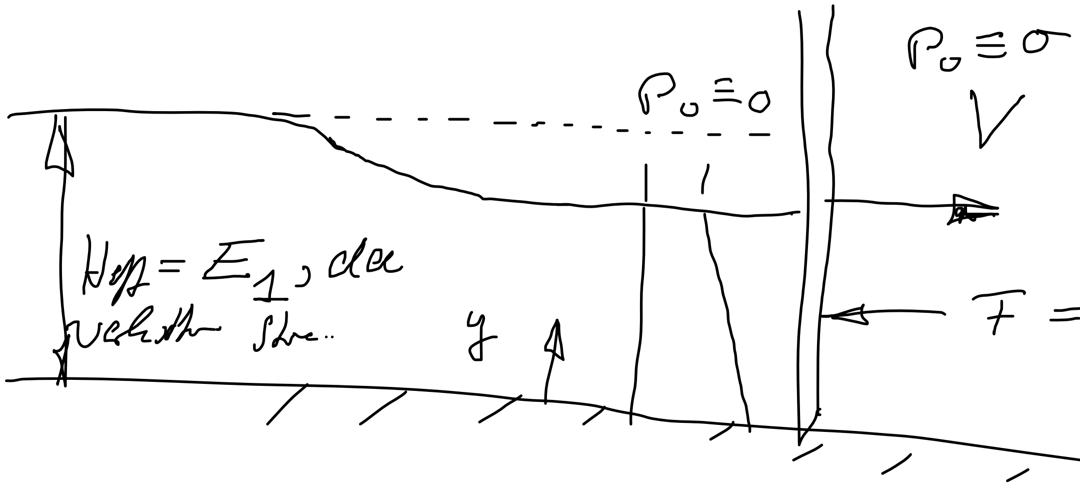




14.12.2011

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Optimierung und Skalierung von Fluidsystemen



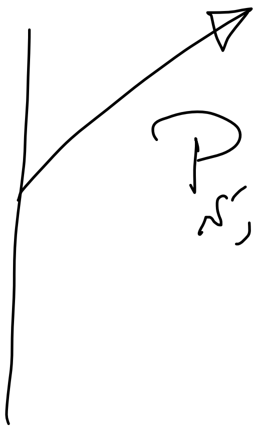
$$F = b \int_0^{h_1} \rho g y \, dy$$

$$P_{s,1,\,h_2 \equiv 0} = b \int_0^{h_1} \rho g y u_1 \, dy$$

Leistung des Spannungsvekt.

$$H_{eff} = E_1 = h_1 + \frac{u_1^2}{2g}$$

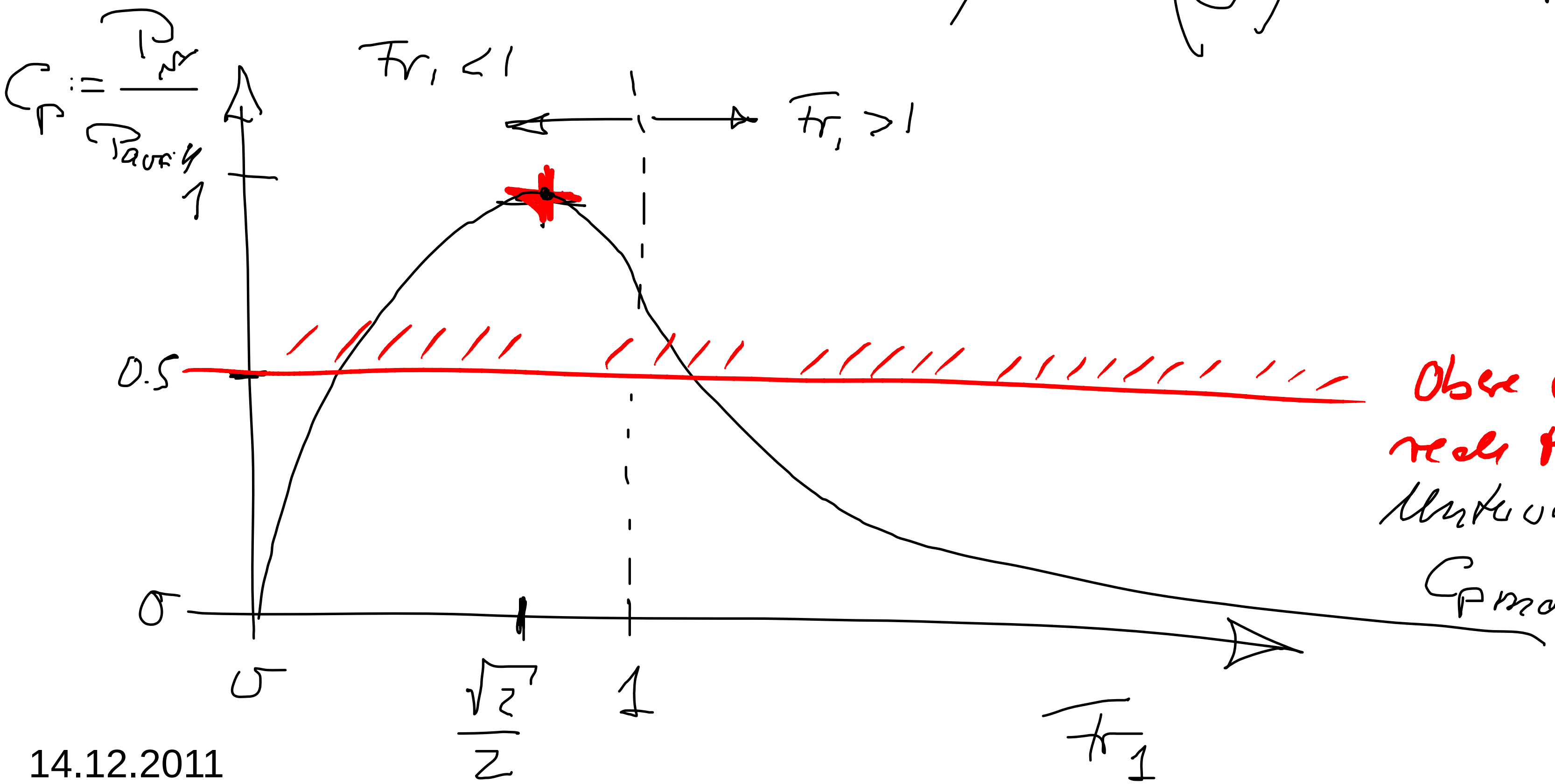
$$Fr_1 = \frac{u_1}{\sqrt{g h_1}} = \frac{V}{\sqrt{g h_1}}$$



$$P_{s,1,\,h_2 = 0} = \rho H_{eff}^{5/2} g^{3/2} \frac{2\sqrt{2}\, Fr_1}{\left(2 + Fr_1^2\right)^{5/2}} b$$

$$P_{S_1, h_2 = 0} = P_{S_1, h_2=0,max}, \quad \text{für} \quad Fr_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$P_{avail} := P_{S_1, h_2=0}\left(Fr_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{5}{2}} g^{3/2} H_{eff}^{5/2} \, \varsigma b$$



Obere Grenze für die reale Maschine mit Unterwasser.

$$C_{p\,max} = \frac{1}{2}$$

Zugang über Dimensionsanalyse.

$$\frac{P_{s,max}}{b} = fn\left(H_{eff}, \rho, g\right) \quad \text{für} \quad h_2 = 0$$

$$\frac{L^4 M}{T^3} \qquad L \qquad \frac{M}{L^3} \qquad \frac{L}{T^2}$$

	$P_{s,max}/b\rho$	H_{eff}	ρ	g
L	~~1~~ 4	1	-3	1
~~M~~	~~1~~ 0	0	1	0
T	~~-3~~ -3	0	0	-2

	$\left(\left(\frac{P_s}{b\rho}\right)^{\frac{1}{3}} g^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{6}{5}}$	H_{eff}	g
L	$4\cdot\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$, $\frac{8-3}{6}$, ~~$\frac{5}{6}$~~ 1	1	1
~~T~~	0	0	-2

$$\left(\frac{P_s}{b\rho}\right)^{\frac{2}{5}} g^{-\frac{3}{5}} \Big/ H_{eff} = \text{const}$$

$$P_{s,max,h_2=0} = const\; H_{eff}^{5/2}\, g^{3/2}\, b\, \rho$$

const ist dimensionslos, aber durch eine Dimensionsanalyse allein nicht bestimmbar.

$$const = 2\left(\frac{2}{5}\right)^{3/2}$$

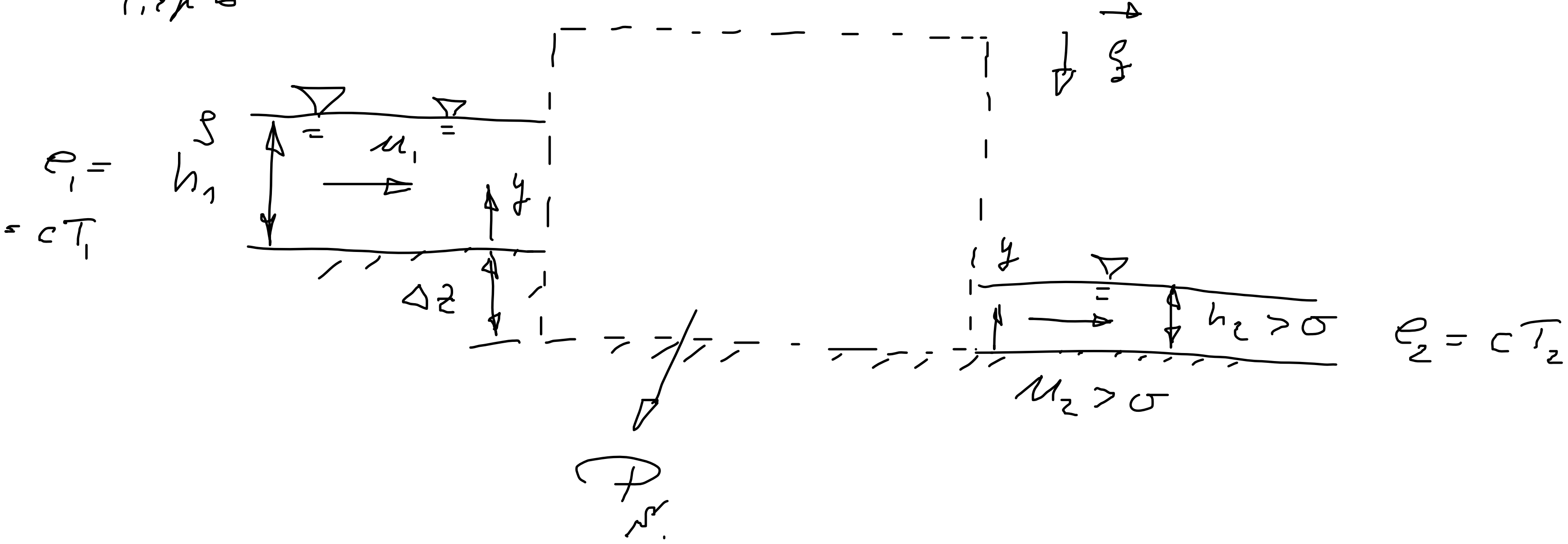
$$\frac{P_s}{b} = fn\left(H_{eff}, \rho, g, \nu\right) \Leftrightarrow \frac{P_s}{b}\,\frac{1}{H_{eff}^{5/2}\, g^{3/2}\, \rho} = fn\left(Fr\right)$$

Zugang über die Energiegleichung in integraler Form.

Annahme: 1. $\dot{Q} \equiv 0$, d. h. kein Wärmestrom

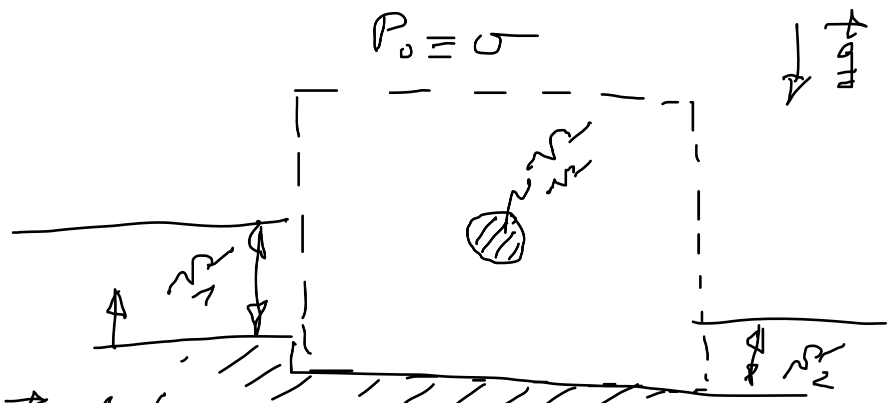
2. Im zeitlichen Mittel stationäre Strömung. | 3. inkompressible Strömung. $\varrho \equiv const.$

Tiefe b



Erster Hauptsatz: Die Änderung der inneren Energie + Änderung der kinetischen Energie ist gleich der Leistung, die an der Fl. verrichtet wird + der Wärme, die der Fl. pro Zeiteinheit zugeführt wird.

$$\frac{DE}{Dt} + \frac{DK}{Dt} = P + \dot{Q} \qquad \dot{Q} \equiv 0$$



$$\rho Q (e_2 - e_1) + \rho Q \left(\frac{u_2^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} \right) = \int_{S_1 + S_2} \vec{t} \cdot \vec{u} \, dS + \int_{S_W} \vec{t} \cdot \vec{u} \, dS + \int_V \rho \vec{g} \cdot \vec{u} \, dV$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0.$$

14.12.2011