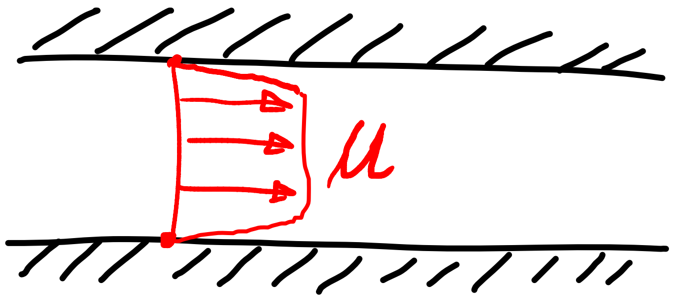
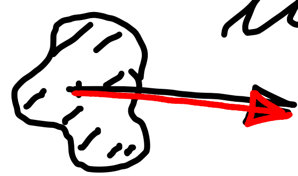
Elektrokinetische Transportprozesse

Elektroosmose und Elektrophorese

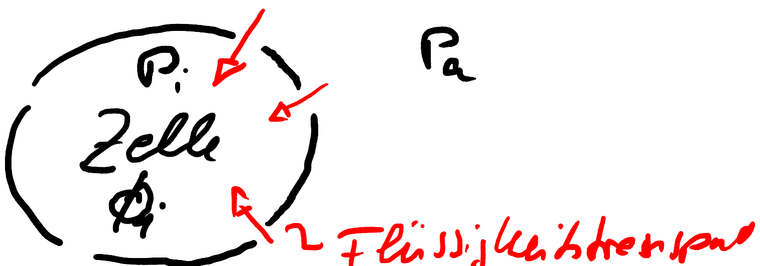
„Pumpe"





$\vec{E}_a = E_a \vec{e}_x$

$\vec{E}_a$



ρ_a

Φ_a

$\vec{E}_a = \nabla \bar{\Phi}$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

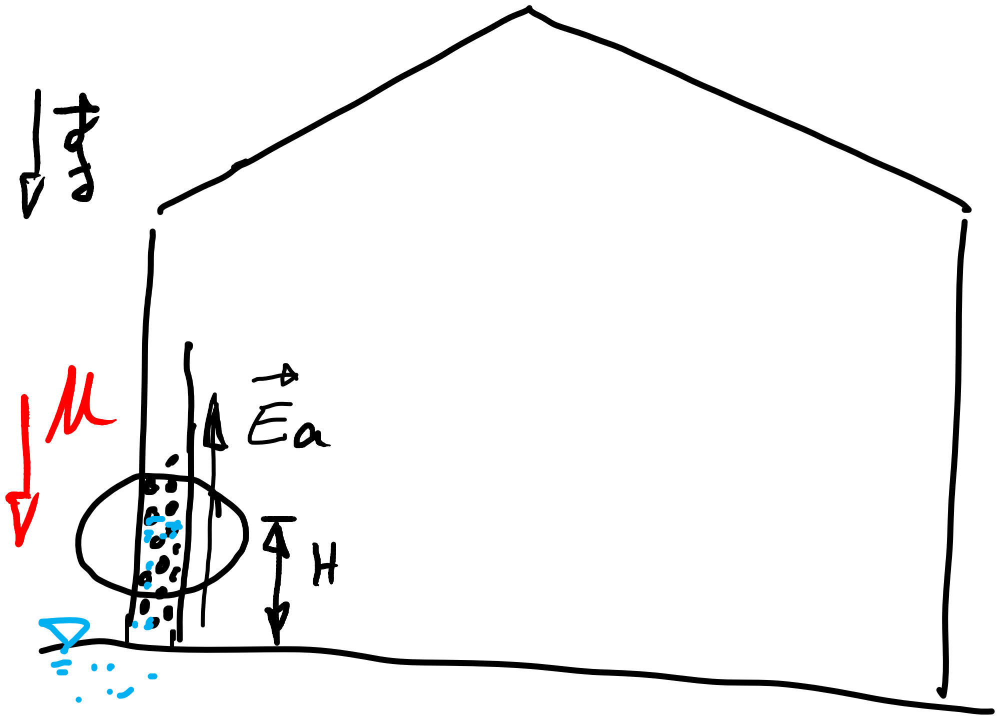
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

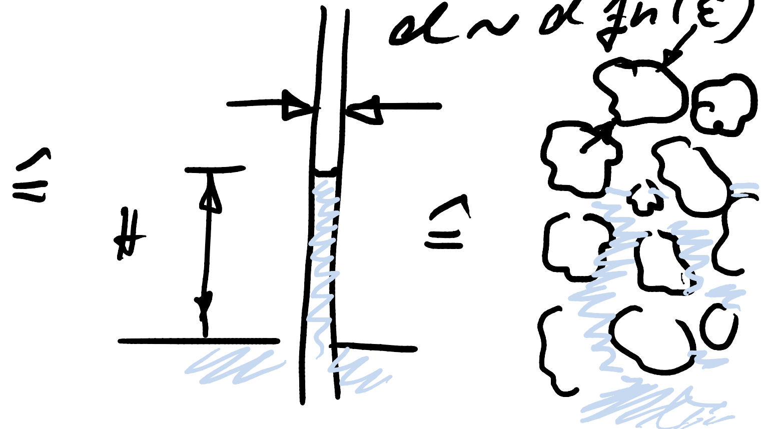
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

Technische Anwendung für elektroosmotische Strömung (Pumpe)

$$\rho g H = \Delta p = \frac{2C}{R} \sim \frac{C}{d}$$



$d \sim \bar{d}\, fn(\varepsilon)$



$\bar{d}$ ist der mittlere Teilchendurchmesser $\varepsilon := \frac{V_{Hohl}}{V}$ Porosität

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Anwendungen in der Mikrofluidik.

„Lab on the Chip"; Drucker, ...

Hard, CSI ; Dörsam IDD

Literaturempfehlung: Ronald Probstein

Physicochemical Hydrodynamics

Butterworth-Heinemann, 1989 1. Aufl.

Levich & Landau

Physicochemical Hydrodynamics.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

Bewegungsgleichung für ein Flüssigkeitsteilchen

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \underbrace{\operatorname{div} \underset{\sim}{T}}_{\text{„Oberflächenkräfte"}} + \underbrace{\rho \vec{g} + \rho_e \vec{E} + \vec{i} \times \vec{B}}_{\text{„Volumenkräfte"}}$$

$\nabla \cdot \underset{\sim}{T} = -\nabla p + \nabla \cdot (\eta \nabla \vec{u})$ für die Newtonsche Flüssigkeit.

- Coulombsche Kraft $\rho_e \vec{E}$

$\vec{E}$ elektrische Feldstärke

ρ_e Ladungsdichte Zahl der el. Ladungen pro Volumeneinheit

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

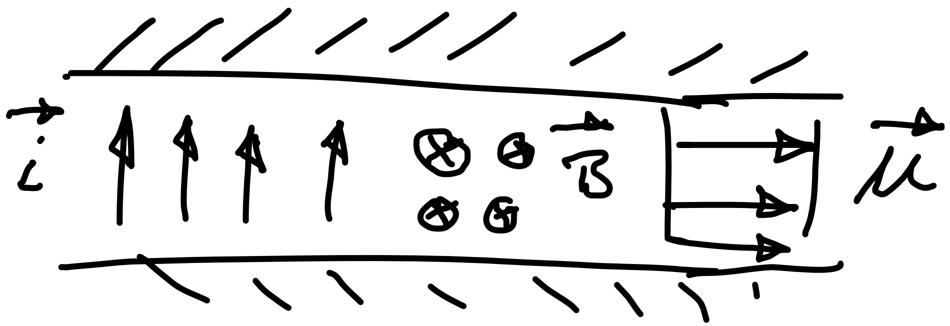
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

- Lorentzkraft $\quad \vec{i} \times \vec{B} = \rho_e \vec{v} \times \vec{B}$

$\vec{i}$ Stromdichtevektor

$\vec{v}$ Geschw. der Ladungen ≠ Flüssigkeitsgeschw.

$\vec{B}$ magnetische Feldstärke.



Nutzung zur Pumpe für elektrisch leitende Flüssigkeit.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

Spezialfall

$Re \to 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t} \equiv 0.$

$\vec{i} \equiv 0$

$\vec{g} \equiv 0$

Newtonsch Fl.

$\eta = \mathrm{const}$ (η Viskosität)

$$\boxed{\eta \Delta \vec{u} = \nabla p - \rho_e \vec{E}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

Einschub

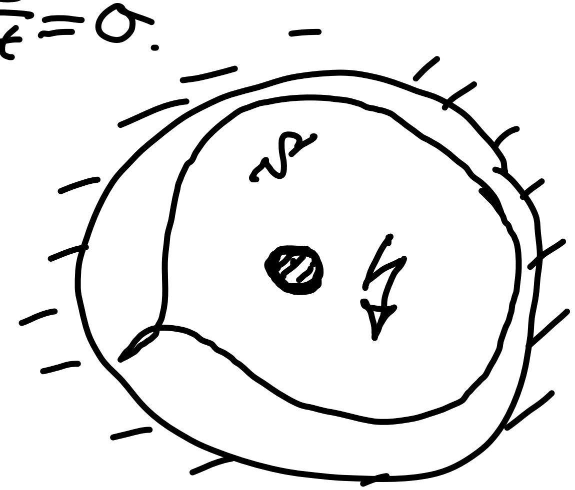
Poissongleichung für das elektrische Potential.

Farradysches Gesetz

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$ Erfahrung = Axiom.

für den quasistationären Fall $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$ und einfach zusammenhängend.



$\leadsto \vec{E} = -\nabla \phi$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Φ ist das elektrische Potential.

Die Ladungsdichte ρ_e ist Quelle der dielektrischen Verschiebung $\vec{D}$ (Axiom)

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_e$$

<u>Materialgesetz</u>

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \cancel{\varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}}$$

ε = Dielektrizitätskonstante

Im einfachsten Fall ist ε ein Skalar und konstant

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

„Zusammenbruch“

$$\phi \neq \phi$$

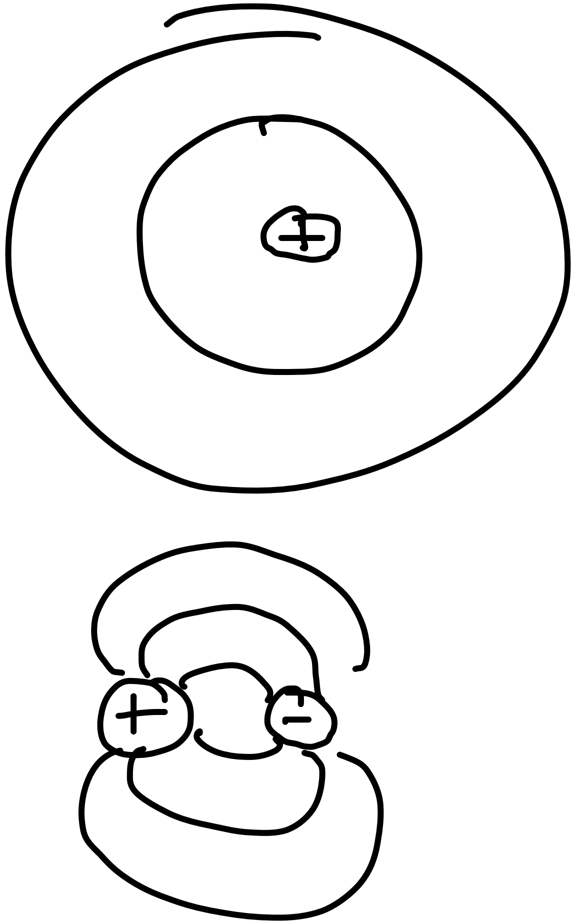
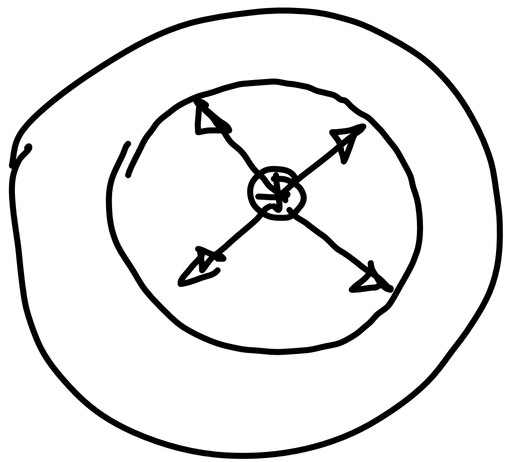
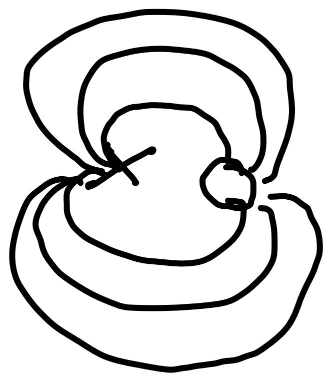
Elektrostatik	Strömungslehre
$\nabla \times \vec{E} = 0 \rightsquigarrow \vec{E} = -\nabla \phi$	$\nabla \times \vec{u} = 0 \rightsquigarrow \vec{u} = \nabla \phi$
$\nabla \cdot (\varepsilon \vec{E}) = \rho_e$	$\nabla \cdot \vec{u} = 0$
$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi) = -\rho_e$	$\nabla \cdot (\nabla \phi) = 0$
$\varepsilon = \text{const}$	
$\Delta \phi = -\dfrac{\rho_e}{\varepsilon}$	$\Delta \phi = 0$
Poisson Gl.	Laplace Gl.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

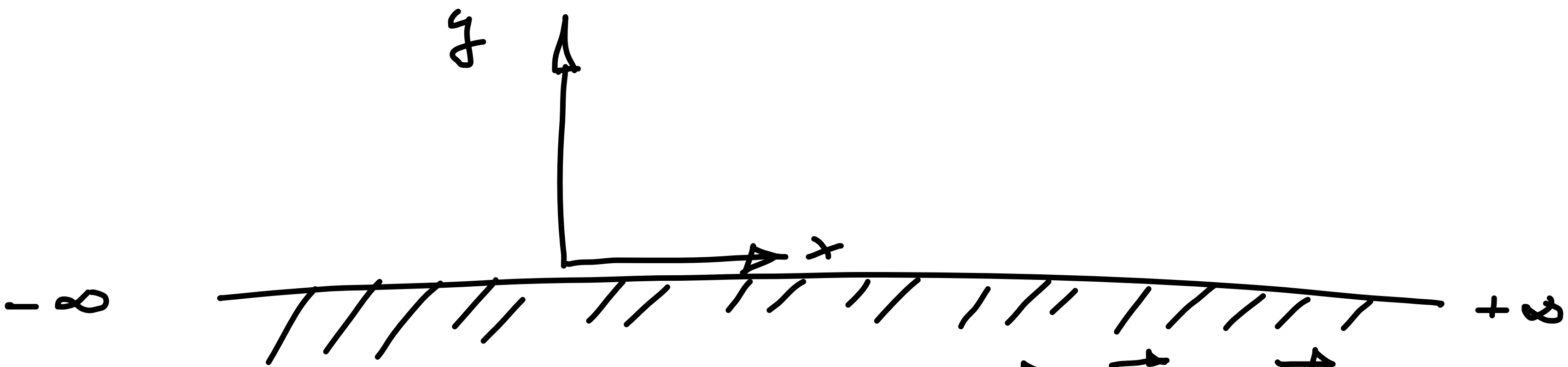
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Elektrostatik	Strömungsmechanik
	Quelle  Dipol. 

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Einfache elektroosmotische Strömung $\nabla p \equiv 0$.



$$\eta \Delta \vec{u} = \cancel{\nabla p} - \rho_e E \longrightarrow \vec{E}_a = E_a \vec{e}_x$$

x-Komponente der Bewegungsgleich.

$$\eta \frac{d^2 u}{dy^2} = -\rho_e E \qquad (1)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

Poissongleichung:

$$\Delta \Phi = -\frac{\rho_e}{\varepsilon}$$

keine Änderung in x-Richtung, da unendlich lange Platte

$$\frac{\partial}{\partial x} = 0.$$

$$\frac{d^2\phi}{dy^2} = -\frac{\rho_e}{\varepsilon} \quad (2)$$

---

(2) in (1) (Ladungsdichte wird durch das Potential ersetzt).

$$\eta \frac{d^2 u}{dy^2} = \varepsilon \frac{d^2\phi}{dy^2} E_a$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

1. Integration

$$\eta \frac{du}{dy} = \varepsilon \frac{d\phi}{dy} E_a + C_1$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{y\to\infty} \dfrac{du}{dy} = 0 \qquad \lim\limits_{y\to\infty} \dfrac{d\phi}{dy} = 0 \\ \text{„Die Physik geschieht an der Wand"} \end{array}\right\} C_1 = 0.$$

2. Integration

$$\eta u = \varepsilon \phi E_a + C_2$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

Randbedingungen an der Wand $y=0$.

$$u(0)=0$$

$$\phi(0)=\zeta$$

Zetapotential

Systemgröße, die durch die Materialpaarung Elektrolyt / Wand gegeben ist.

$$0=\varepsilon\zeta E_a + C_2 \rightsquigarrow C_2=-\varepsilon\zeta E_a$$

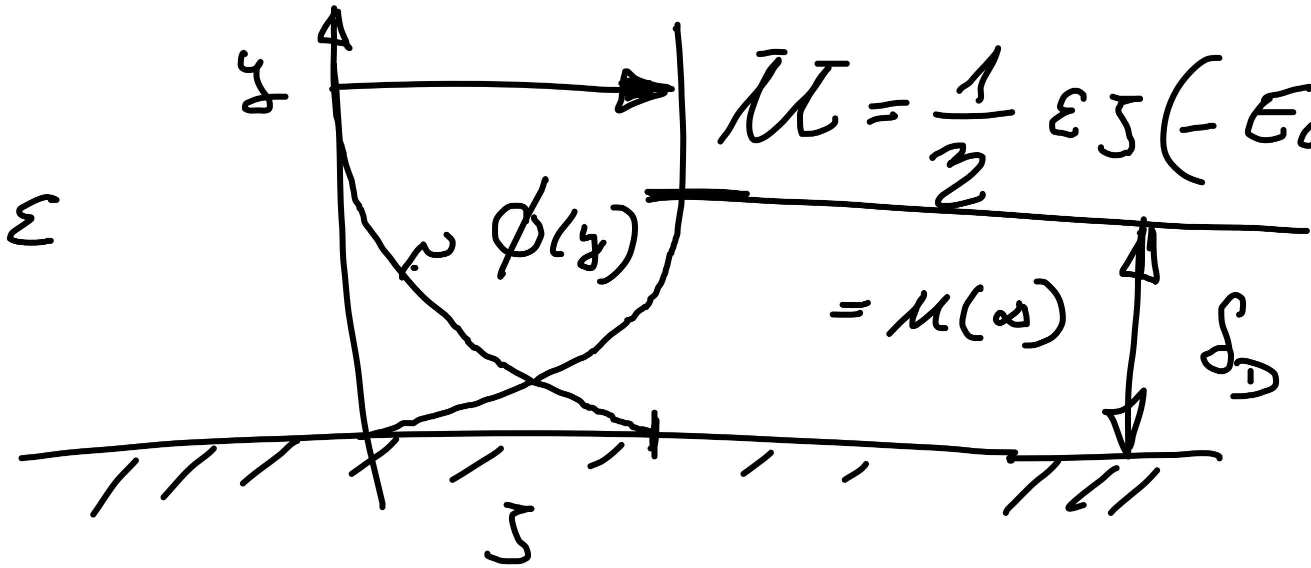
$$u(y)=\frac{1}{\eta}\left(\varepsilon\phi(y)-\varepsilon\zeta\right)E_a.$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Für $y \to \infty$ geht $\phi \to 0$



$U = \frac{1}{\eta}\varepsilon\zeta(-E_a).$

$$\boxed{U = -\varepsilon \frac{\zeta}{\eta} E_a}$$

Helmholtz, Smoluchowski Geschwindigkeit

$\zeta \sim 0.1\,V$, $E_a \sim 10^3 \frac{V}{m}$

$\rightsquigarrow u \sim 10^{-4} \frac{m}{sec}.$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

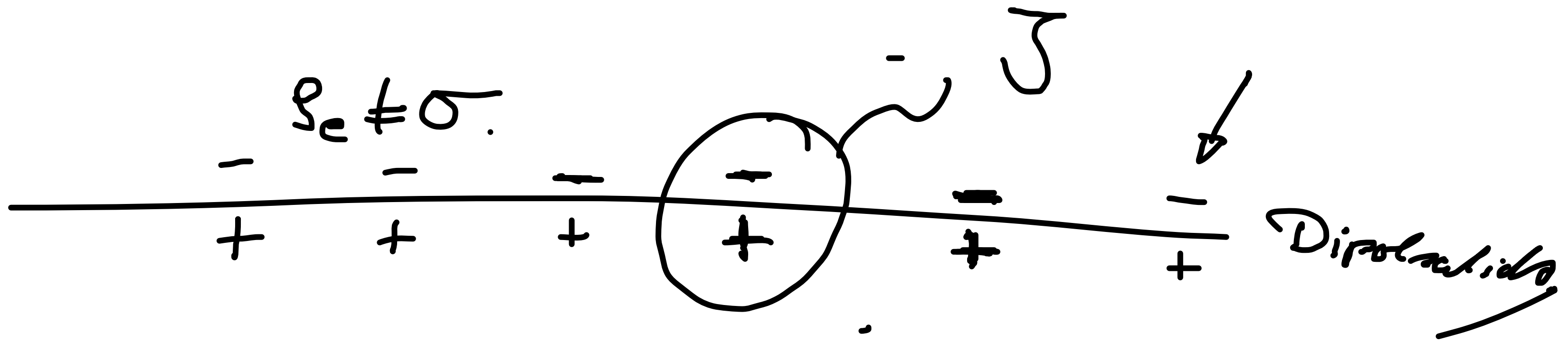
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

$\rho_e = 0$

$\rho_e = 0$

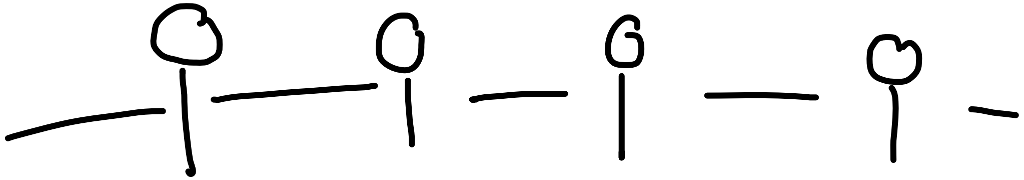
$\rho_e \neq 0$



$\rho_e = 0$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 16

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz