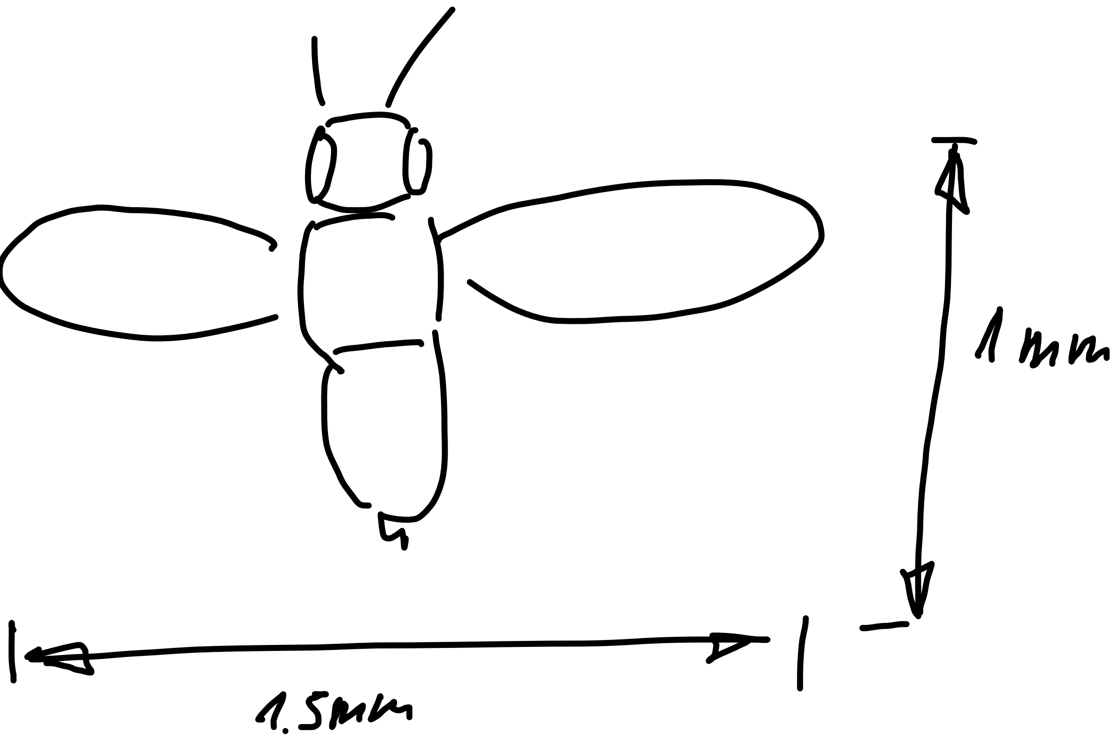


$f \sim 400\,Hz$

$\leadsto$ Schwebflug.

Encarsia Formosa.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

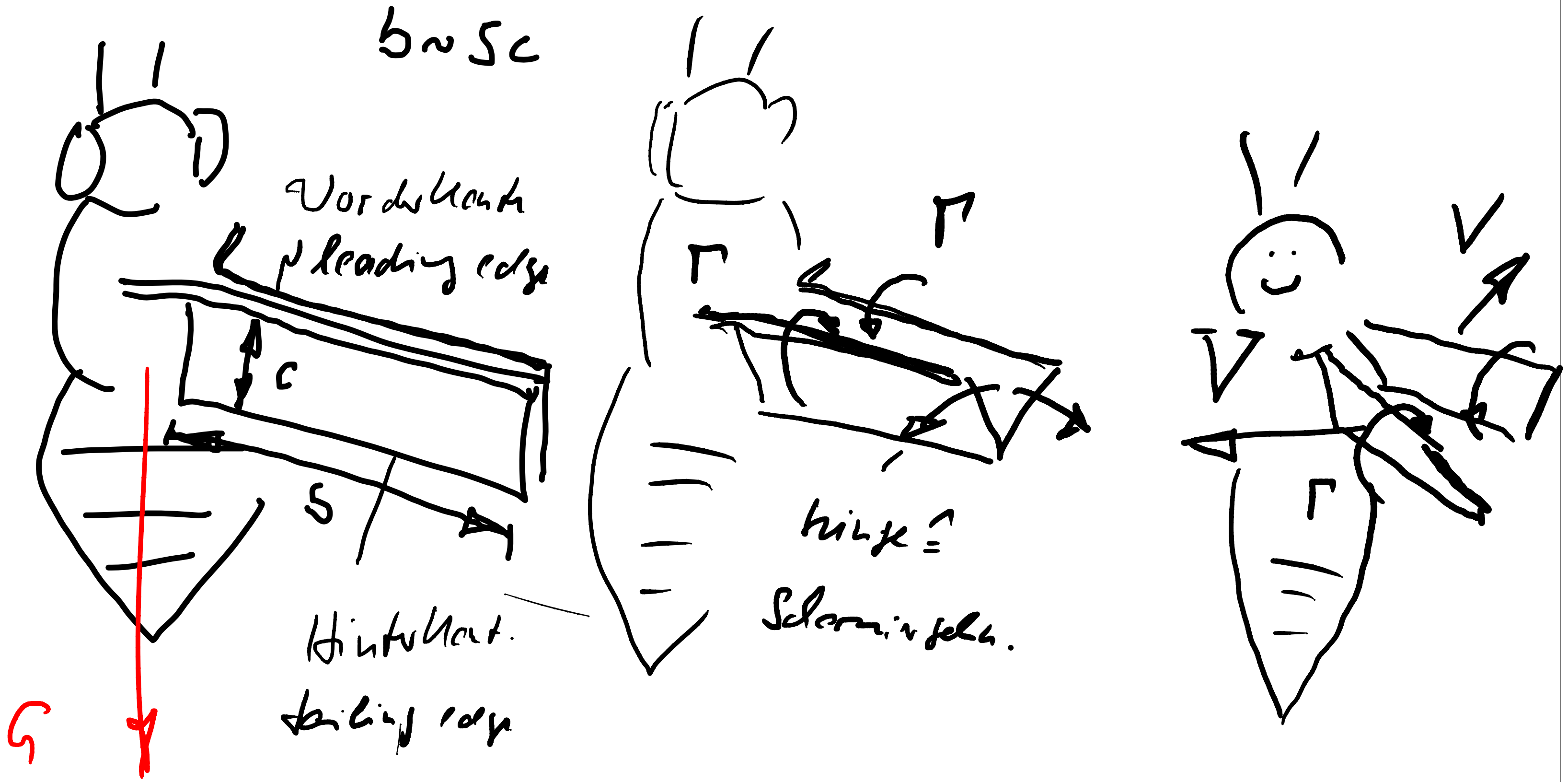
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$b \sim 5c$



Profillänge c ($\hat{=}\, l$)

Cord length

$$G = 2\underbrace{\rho V \Gamma}\, b$$

$$A = \rho V \Gamma$$

Auftrieb pro ~~Tiefe~~ Flügelbreit.

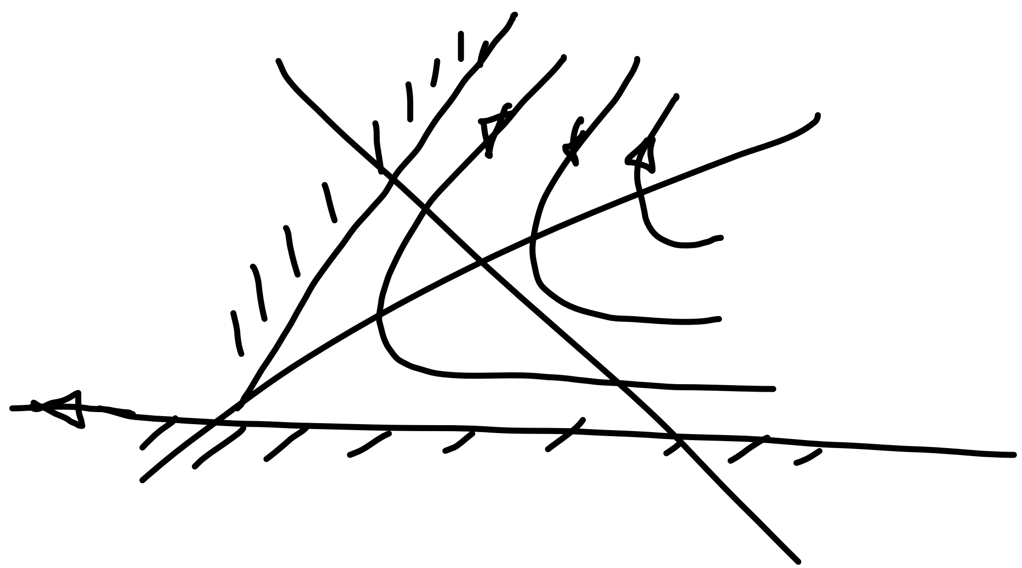
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

Lighthill 1973 Journal of Fluid Mechanics (JFM)

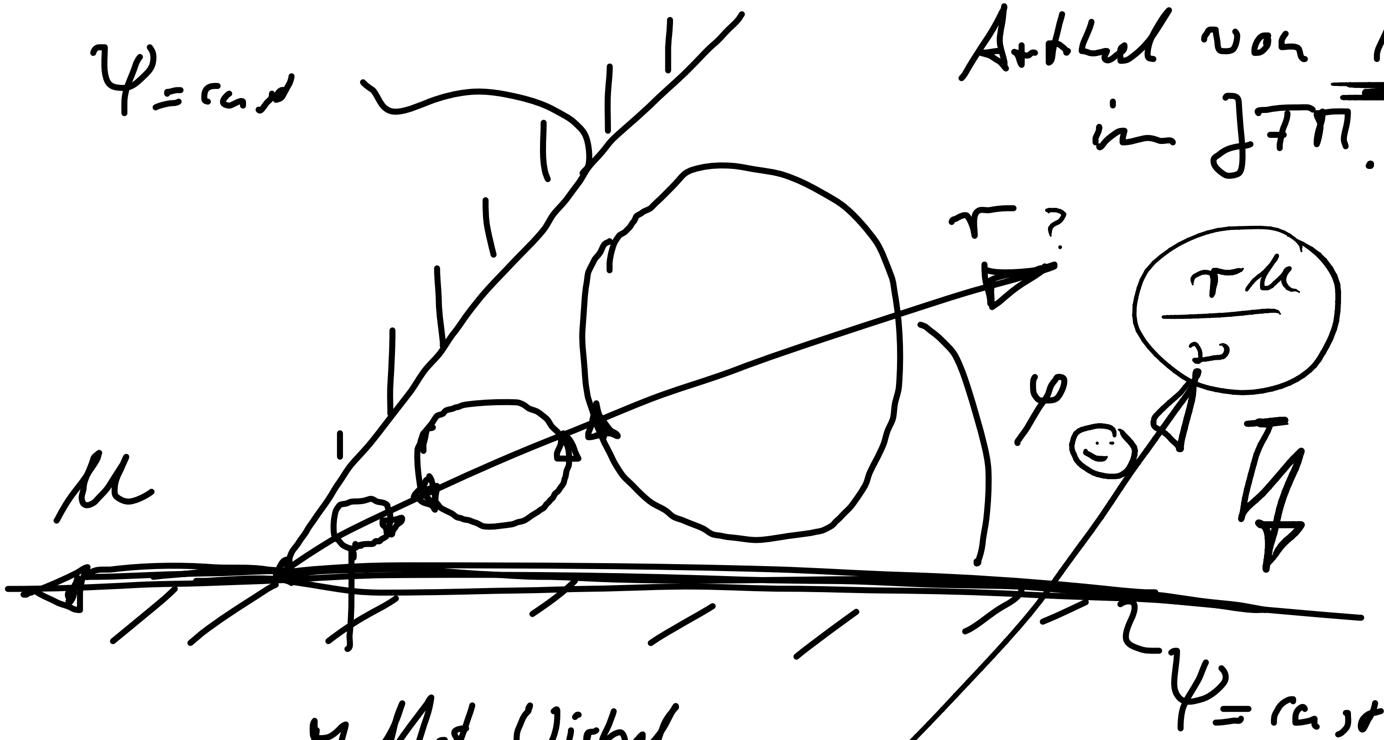
Applied Mathematics & Mechanic

- Fourieranalyse (Door)
- Gasdynamik.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

Artikel von 1964 im JFM.



Moffat Wirbel

$$\boxed{\nabla p = \eta \Delta \vec{u}}$$ Stokes Gleichung.

$$\boxed{\nabla^4 \psi = 0}$$

$$\vec{u} = \vec{e}_z \times \nabla \psi$$

ψ Stromfunktion.

Linien $\psi = \text{const}$ sind Stromlinien.

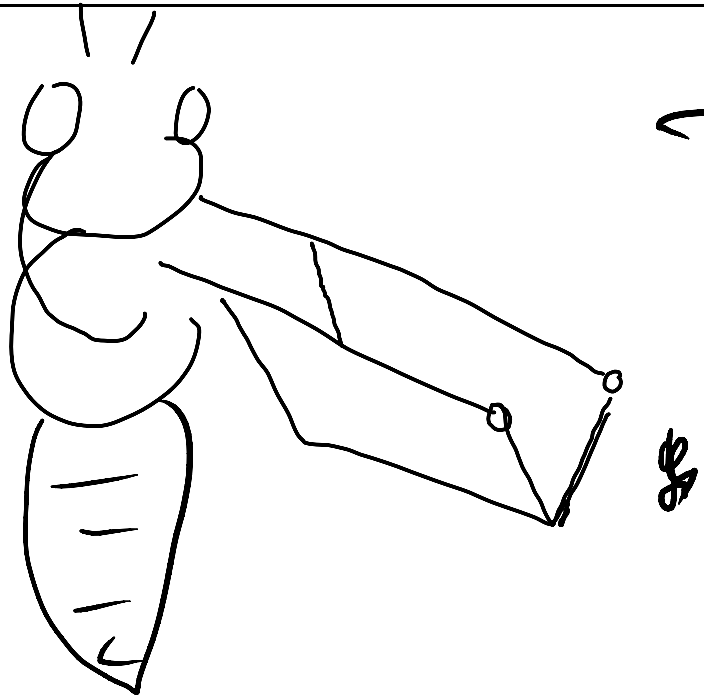
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

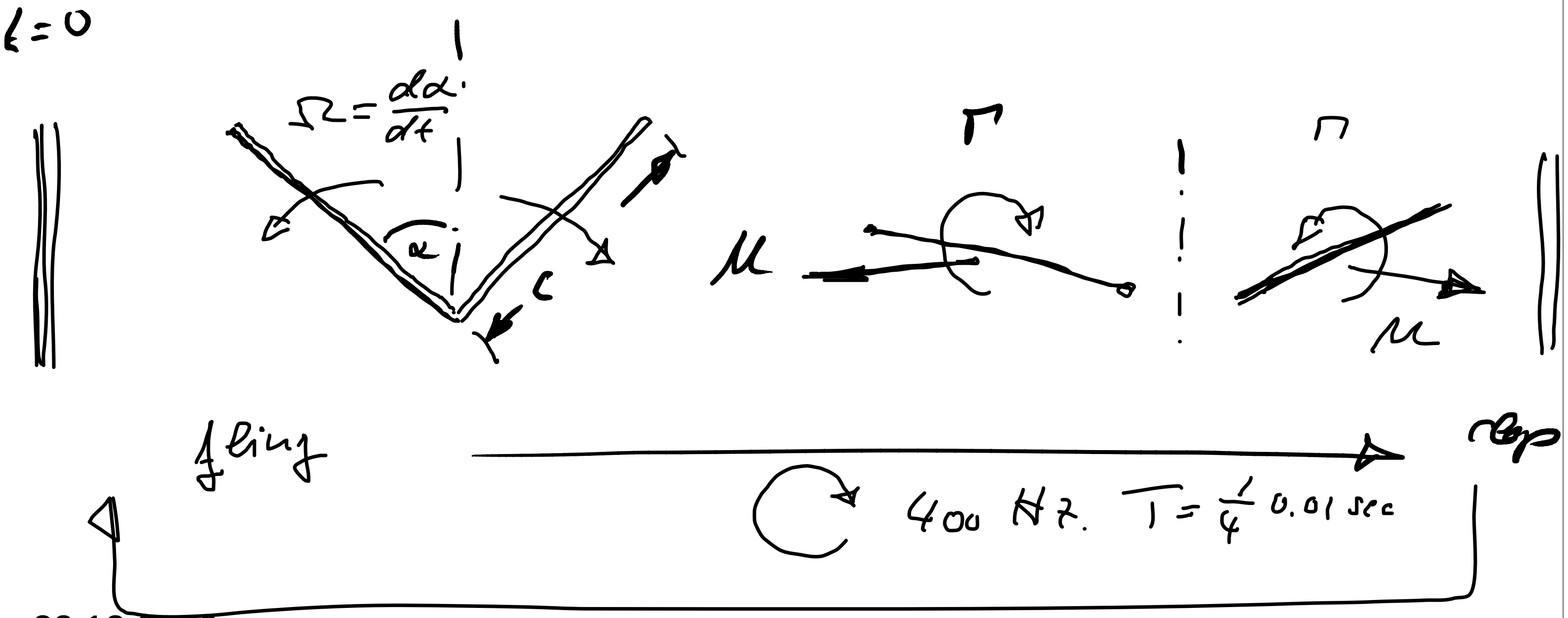
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK



Dimensionsanalyse

$\Gamma \sim \Omega c^2$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

Gigllill bestimmt Γ über die Lösung als Potentialfluss-Strömung annähernd. $\Delta\phi = 0$, in dem er rekonstruiert:

↳ FlexPDE löst $\Delta\phi = 0$ numerisch.

Vgl. Gl. (2.8) Schwarz-Christoffel Transformation (SCT)

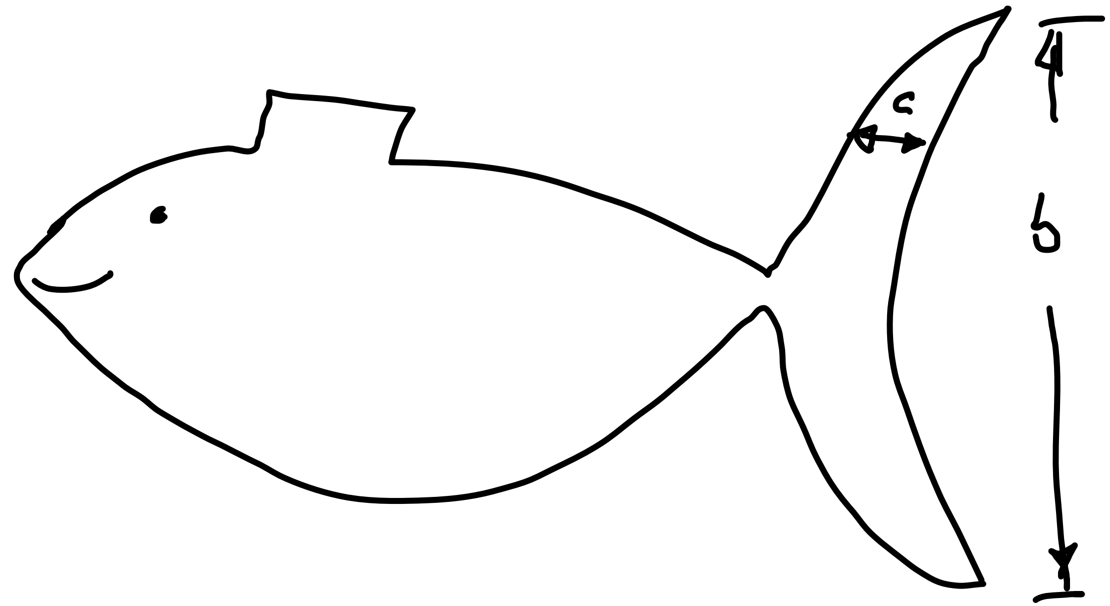
SCT funktioniert dann, wenn ein Strömungsgebiet als Polygonzug dargestellt werden kann.

Vorteil der analytischen Lösung ist die allgemeine Gleichung.

Gl. (2.15) $$w = u + iv = \frac{8\Omega K^3 \lambda (1-\lambda)(1-2\lambda)}{3\sin 2\alpha}\left(\frac{1}{z}\right) + \Omega(z^{-2})$$

Dipolströmung

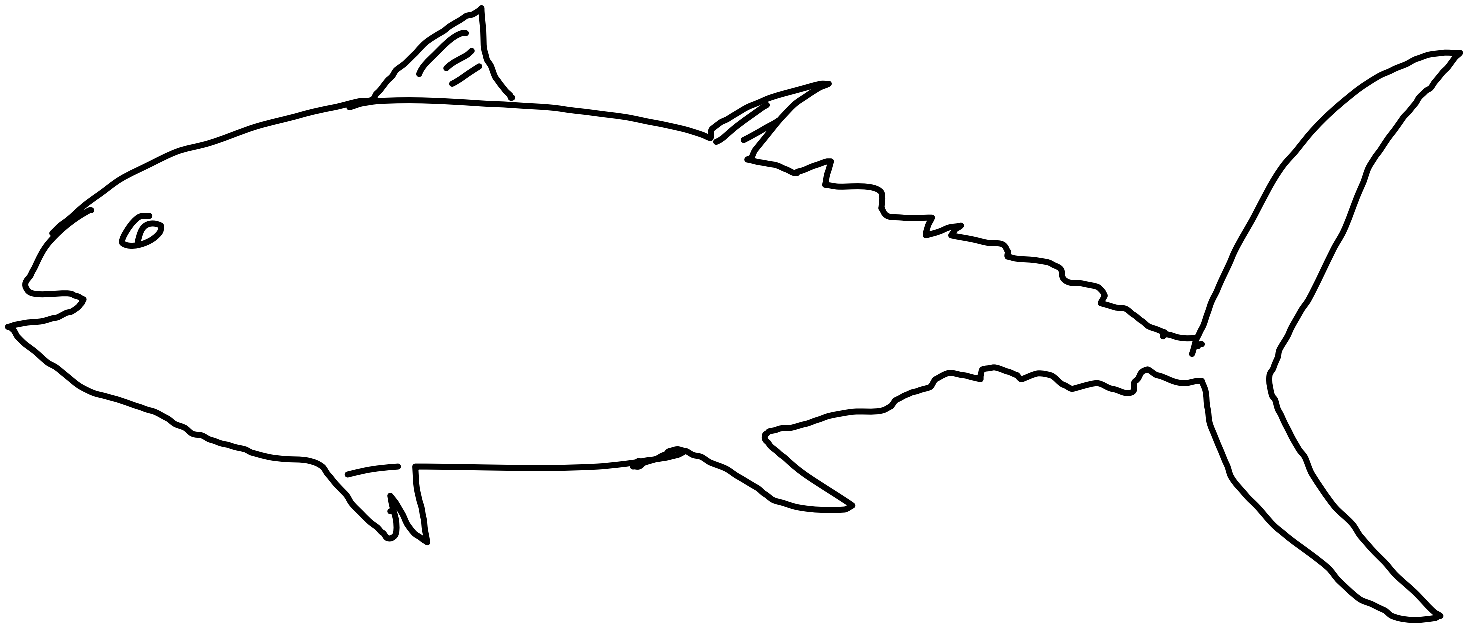
Biologische Systeme arbeiten i.d.R. zyklisch.

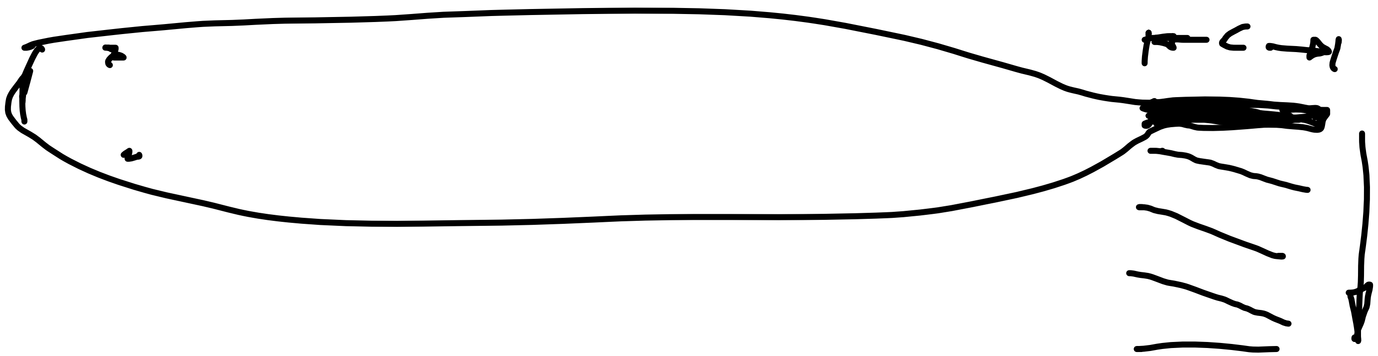


$c \ll b$

schlanke Schwanzflosse

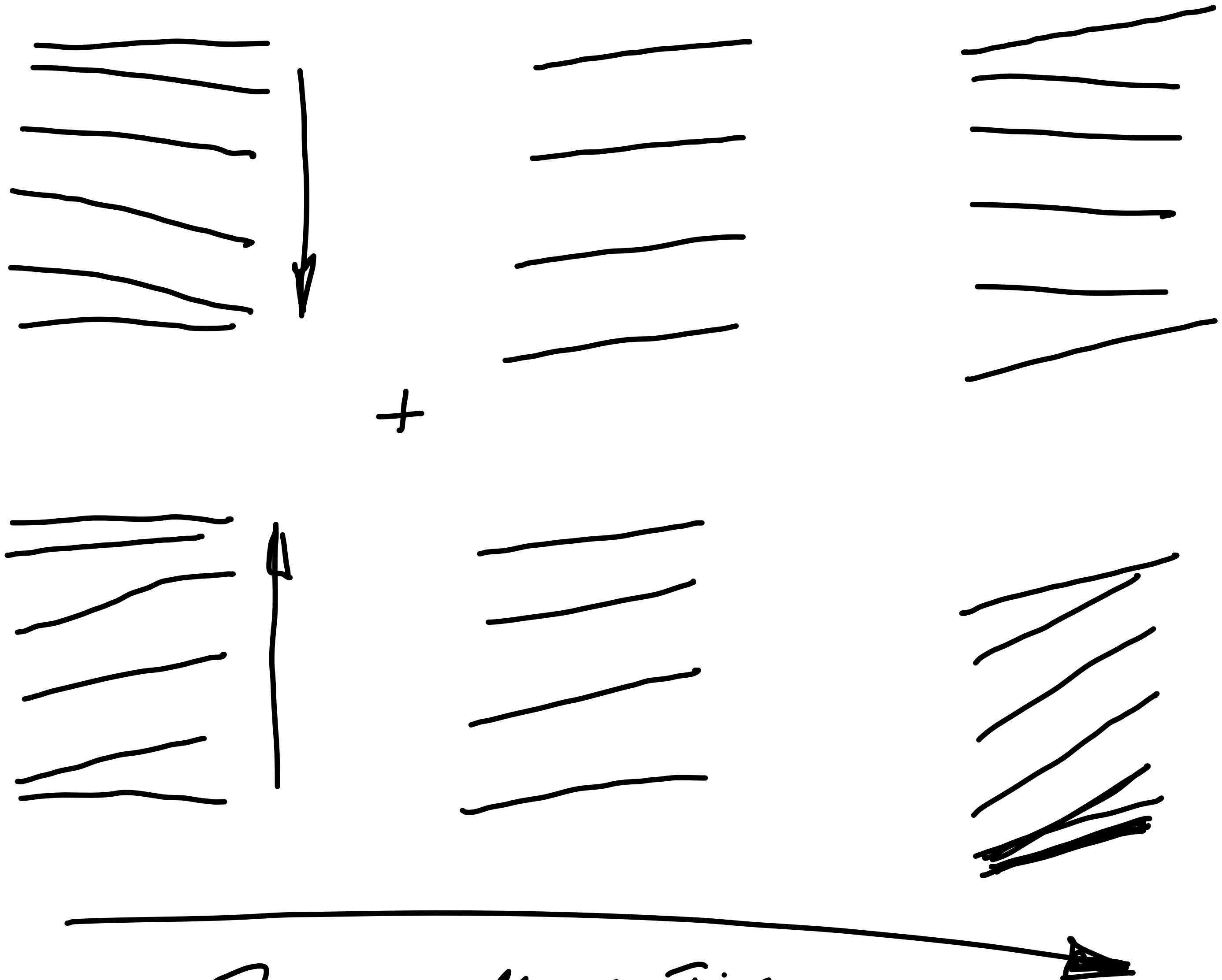
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz





TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

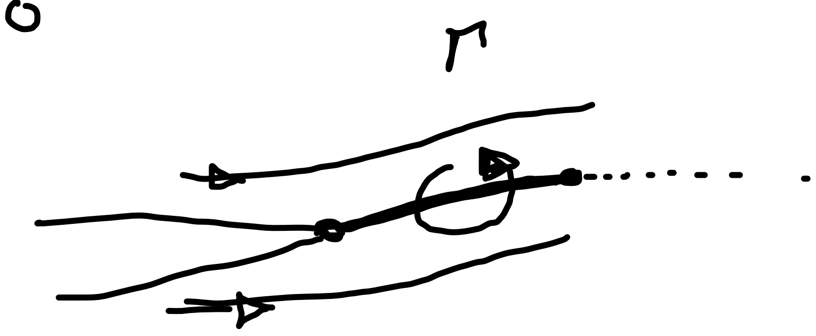
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14



Bewegungsrichtung d. Fisch.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

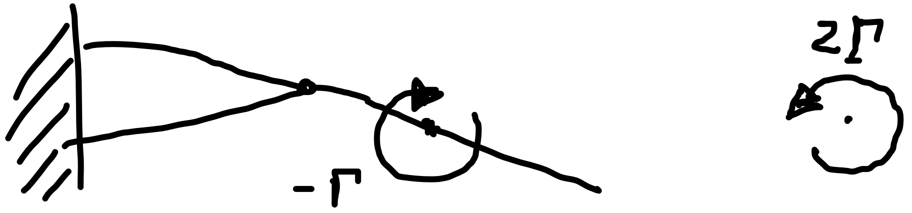
$t = 0$



$$\vec{u}_{ind,i}(\vec{x}) = \frac{\Gamma}{4\pi r_i}\, \vec{e}_i \times \vec{e}_z$$

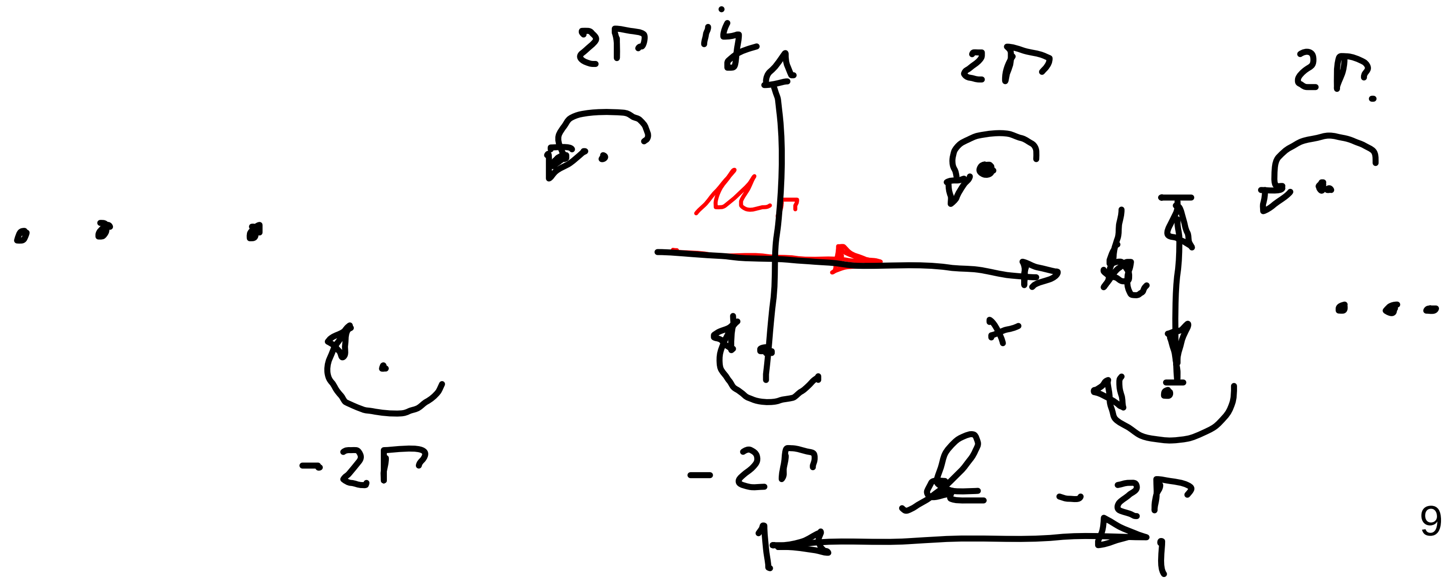
$$\vec{e}_i = \frac{\vec{x} - \vec{x}_i'}{|\vec{x} - \vec{x}_i'|} \qquad r_i = |\vec{x} - \vec{x}_i'|$$

$t > 0$



$\vec{x}'$ Ort der Wirbel.

$t \gg 0$

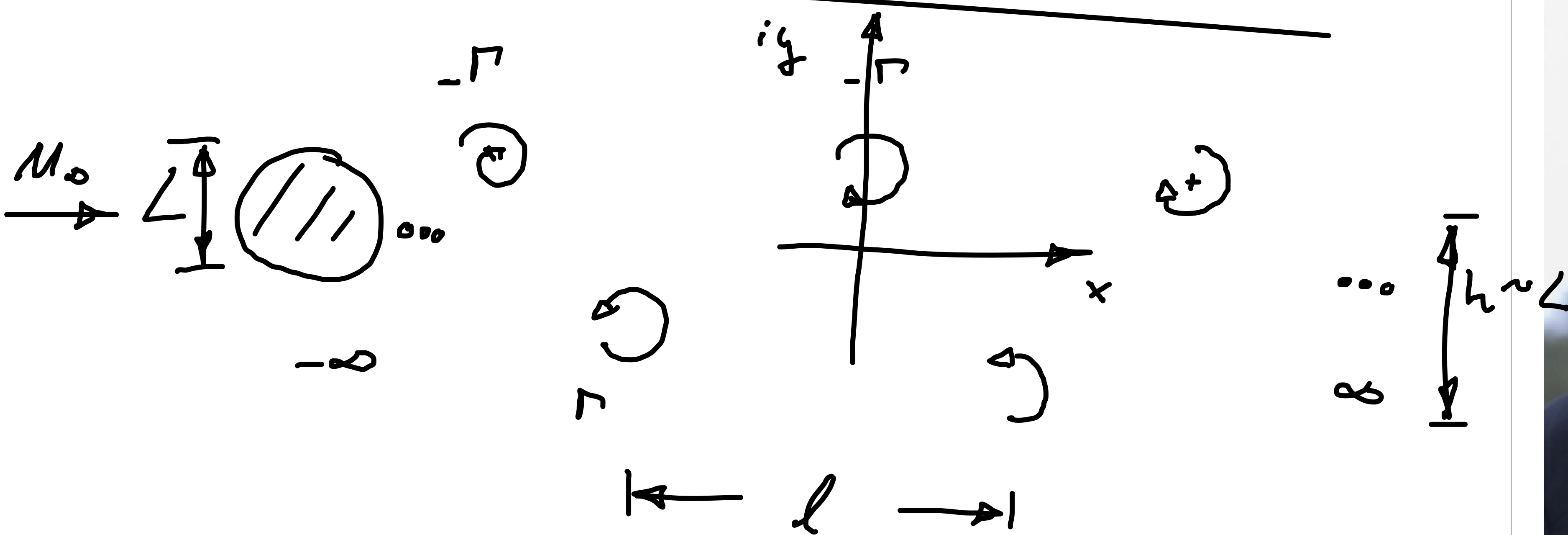


TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

Alternativ im Komplexen.

Bestimmung des komplexen Potentials der Wirbelstraße.



$$\frac{f\, u_\infty}{L} = \underline{St} = St(Re)$$

Strouhal-Zahl.

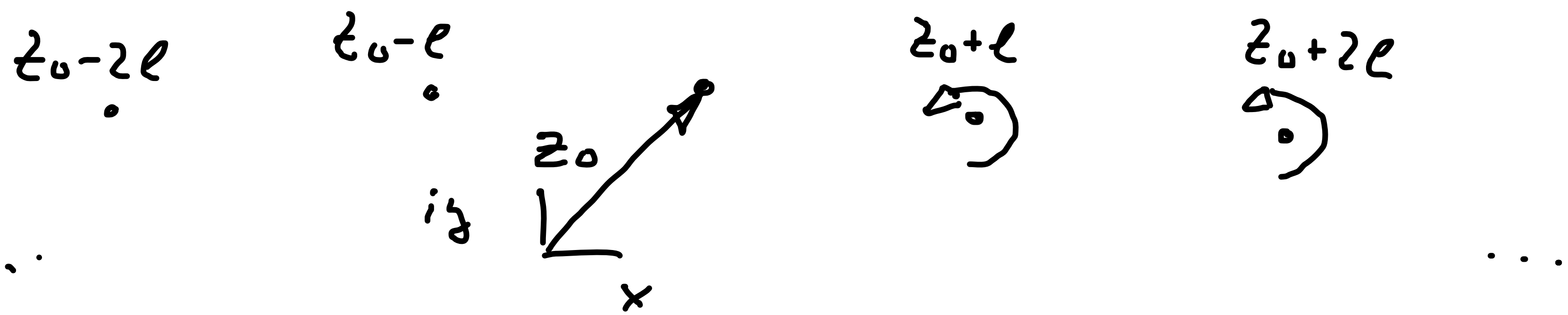
i.d.R. $St = const.$ ⇝ Aeolischen Töne.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Zunächst eine Wirbelreihe



k-te Wirbel der Zirkulation Γ befindet sich am

Ort $z_k = z_0 + k l$; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

Φ Potential eines Wirbels im Ursprung

reelles Potl.: $\phi = \frac{\Gamma}{2\pi}\varphi \Rightarrow \vec{u} = \nabla\phi = \frac{\Gamma}{2\pi r}\vec{e}_\varphi$ ✓

komplexes Pot.: $F(z) = \phi + i\psi$; $z = x + iy$; $r = \sqrt{z\bar{z}}$; $\varphi = \arg z$.

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

$$F(z) = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln z = \frac{\Gamma}{2\pi i}\left(\ln r + i\varphi\right) = \frac{\Gamma}{2\pi}\varphi - i\frac{\Gamma}{2\pi}\ln r$$

$$z = r e^{i\varphi} = x + iy$$

$$\Phi = \frac{\Gamma}{2\pi}\varphi \quad \checkmark$$

$$\Psi = -\frac{\Gamma}{2\pi}\ln r$$

Linien $\Psi = \text{const} \rightsquigarrow$

$r = \text{const}$ ✓

Komplexe Potential eines Wirbels am Ort z_W

$$F_W(z) = \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln\left(z - z_W\right) = \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln\left(z - z_W - h\right)$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

Wirbelreihe

$$F(z) = \frac{\Gamma}{2\pi i}\left[\ln(z-z_0) + \ln(z-z_0-\ell) + \ln(z-z_0+\ell) + \dots \right]$$

Unendliche Reihe

$\downarrow$ vgl. A. 10.4-9

$$F(z) = \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln\left[\sin\frac{\pi}{\ell}(z-z_0)\right].$$

$z_0 = z_1 = i\frac{h}{2}$, $\Gamma_1 = -\Gamma$

$z_0 = z_2 = -i\frac{h}{2} + \frac{\ell}{2}$, $\Gamma_2 = \Gamma$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$$F(z) = F_1(z) + F_2(z)$$

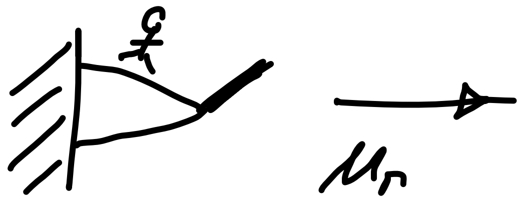
$$= \frac{\Gamma}{2\pi i}\left\{ \ln\left[\sin\frac{\pi}{l}\left(z - \frac{l}{2} + i\frac{h}{2}\right)\right] + \right.$$

$$\left. - \ln\left[\sin\frac{\pi}{l}\left(z - i\frac{h}{2}\right)\right]\right\}.$$

$$\overline{W} = u - iv = \left.\frac{dF}{dz}\right|_{z = i\frac{h}{2}} = -\frac{\Gamma}{2l}\tanh\left(\pi\frac{h}{l}\right)$$

Übertrag auf den Tisch $\Gamma \to -2\Gamma$

$$\boxed{u_\Gamma = \frac{\Gamma}{l}\tanh\left(\pi\frac{h}{l}\right)}$$



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14

Wenn ϕ und ψ als analytische Funktion bekannt wird, dann ist alles bekannt.

$\phi = \text{const}$ Äquipotentiallinie

$\psi = \text{const}$ Stromlinie

ContourPlot(ϕ) ..

Vgl. Abb. 6

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Biofluidmechanik
Vorlesung 14