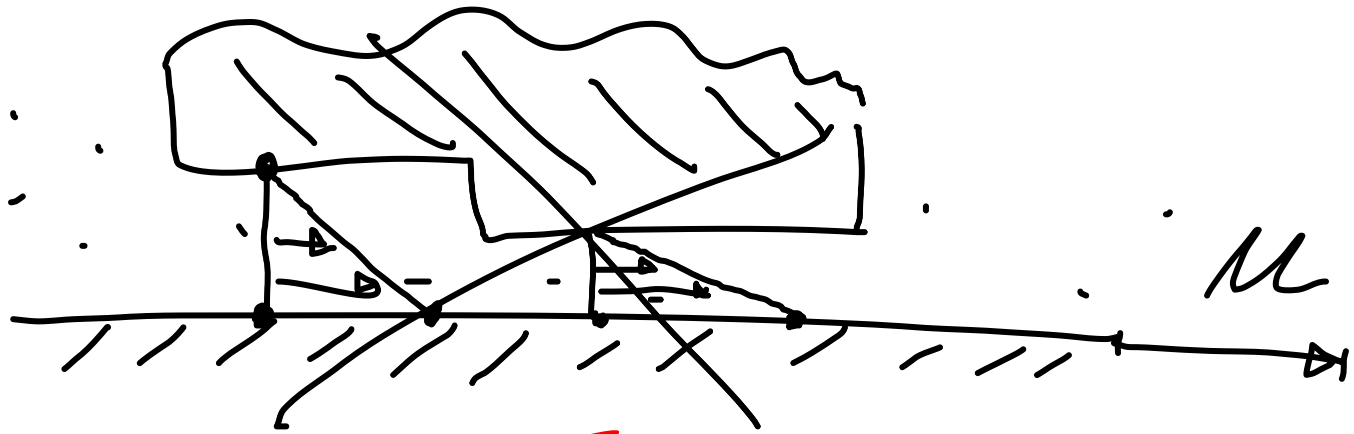
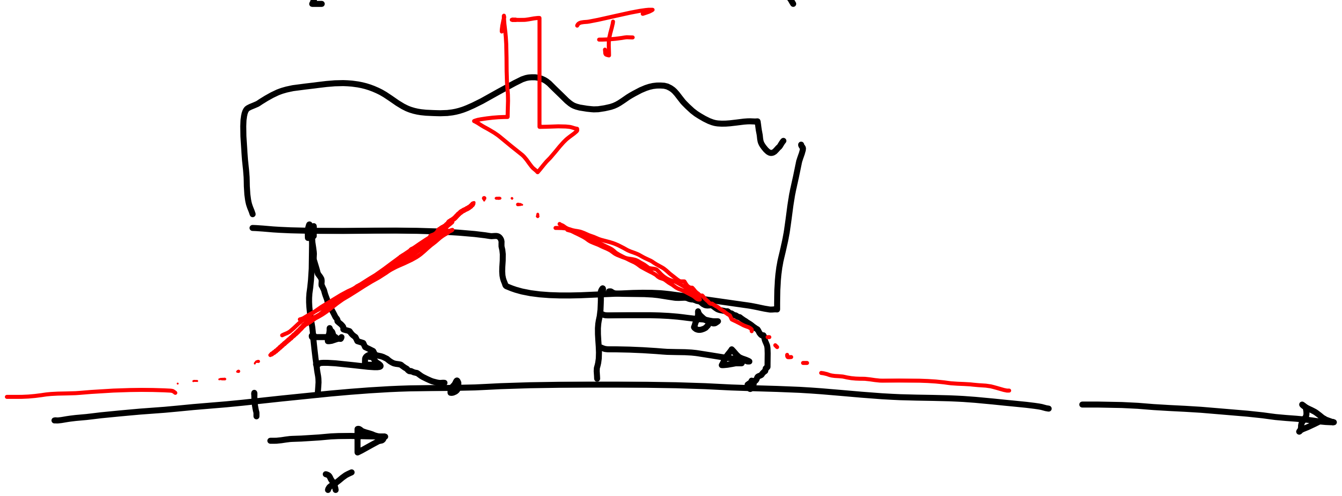
Hydrodynamische Schmierung





$\frac{dp}{dx} > 0$ $\frac{dp}{dx} < 0$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2

1. Herleitung der Kontigleichung.

2. Herleitung der [illegible]gleichung.

Zu 1. Die Masse eines Flüssigkeitskörpers bleibt erhalten (Erfahrungssatz ≙ Axiom)

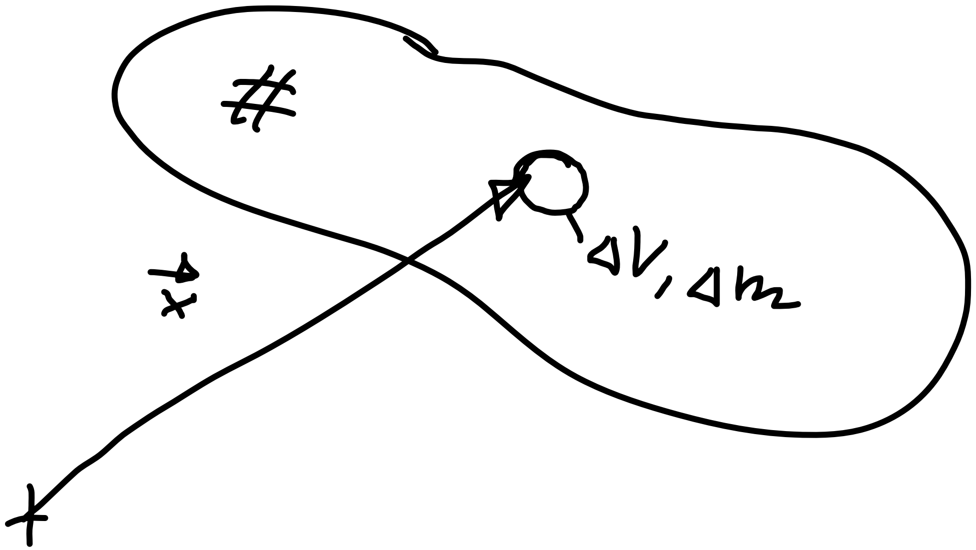
$$\frac{Dm}{Dt} = 0$$

$\left(\frac{D}{Dt}\right.$ materielle zeitliche Änderung$\left.\right)$.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

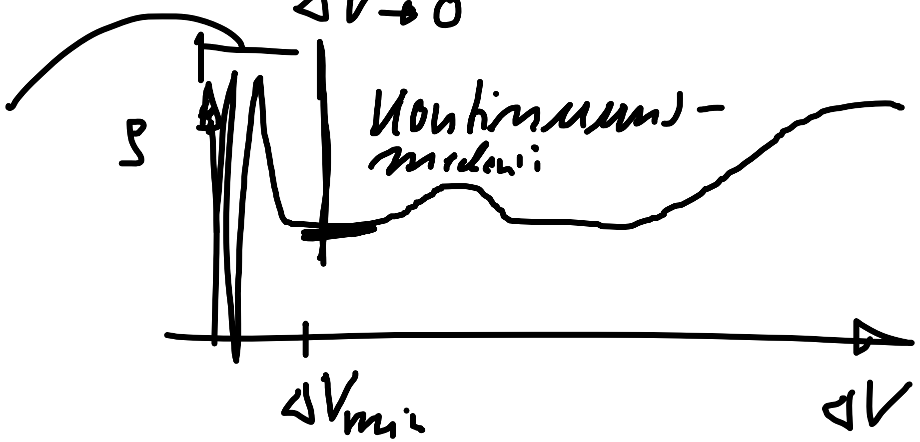
FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2



Dichte $\rho := \lim\limits_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$

statistische Mechanik

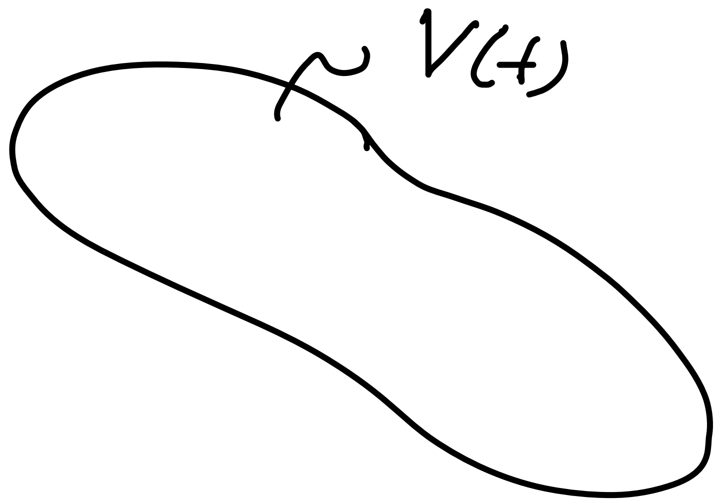


Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Kontinuumshypothese besagt, dass für jedes Flüssigkeitsteilchen vom Volumen dV eindeutig eine Dichte ρ, T (Temperatur) definiert ist.



$$m = \int_{V(t)} \rho \, dV$$

$$\frac{Dm}{Dt} = \frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho \, dV \overset{!}{=} 0 \quad \text{Erfahrung.}$$

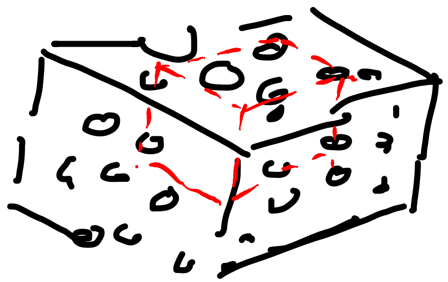
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2

Achtung: Zeitliche Änderung eines Integrals, dessen Grenzen zeitlich veränderlich sind.

$\leadsto$ Satz von Leibnitz, Wikipedia.

$$\frac{D}{Dt}\int\limits_{V(t)} \rho \, dV = \int\limits_{V} \frac{D\rho}{Dt}\, dV + \int\limits_{V} \rho \, \frac{D\, dV}{Dt} = 0$$

$\underbrace{\frac{1}{dV}}_{\text{Volumenänderungsrate}} \frac{D\, dV}{Dt} = \operatorname{div} \vec{u}$ Hinweis



Volumenänderungsrate = Divergenz des Geschwindigkeitsfelds.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

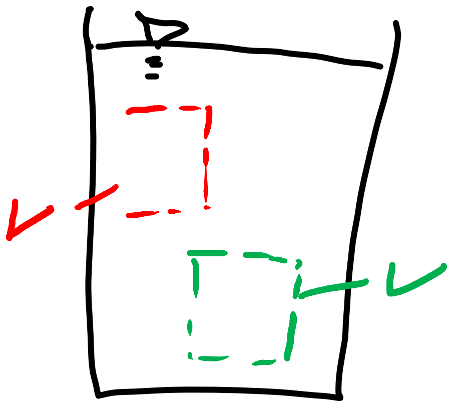
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)} \rho \, dV = \int \frac{D\rho}{Dt} + \rho \, \mathrm{div}\, \vec{u} \, dV = 0.$$

materielles Volumen.

✓ Kontrollvolumen

Zwei Konsequenzen:



Die Integrationsgrenzen sind beliebig

⇝ Der Integrand muß verschwinden.

$$\boxed{\frac{D\rho}{Dt} + \rho \, \mathrm{div}\, \vec{u} = 0}.$$

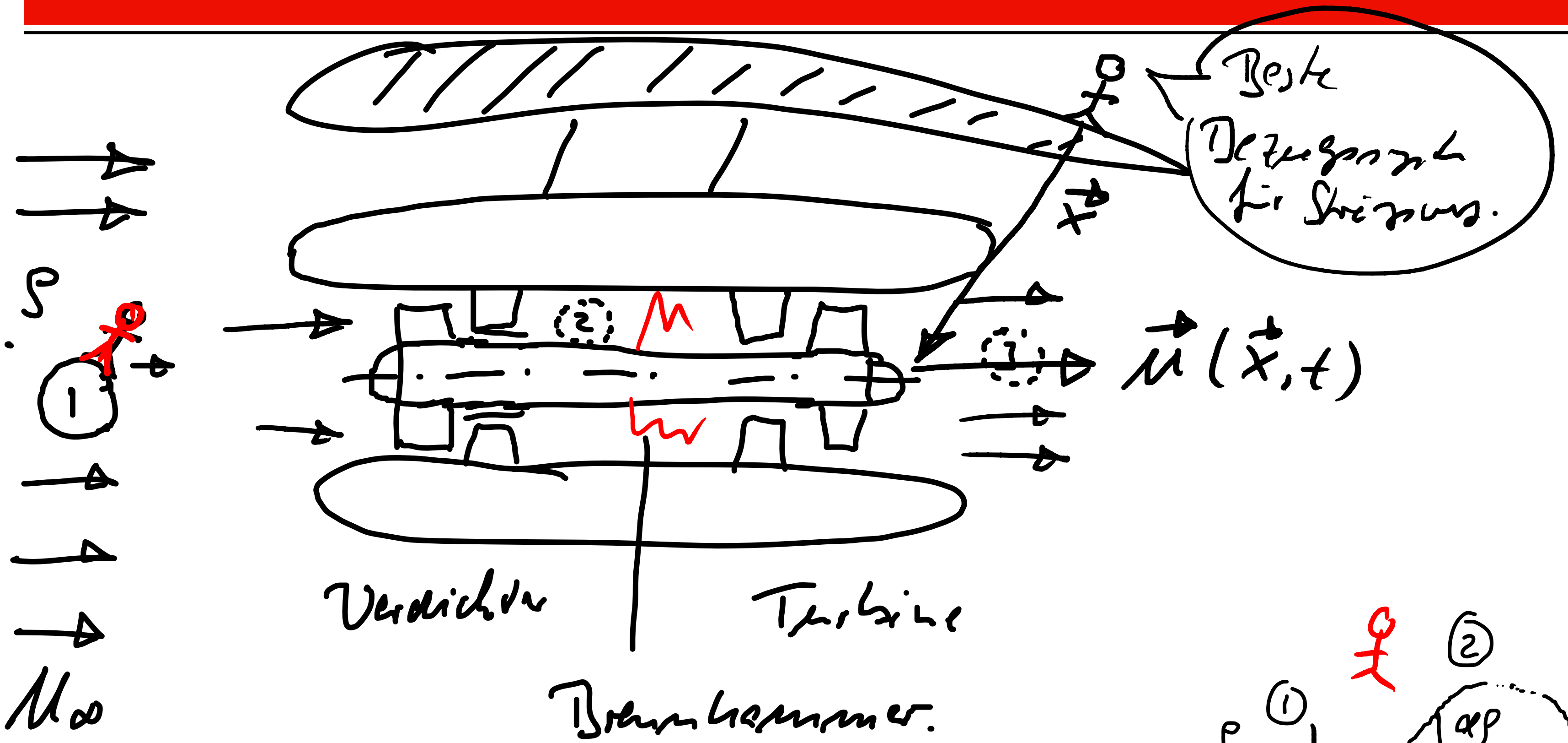
differentielle Form der Kontinuität.

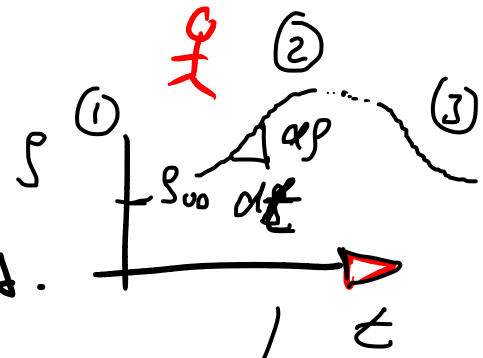
Prof. Dr. Ing. Peter Pelz

Wintersemester 2010/11

Technische Fluidsysteme

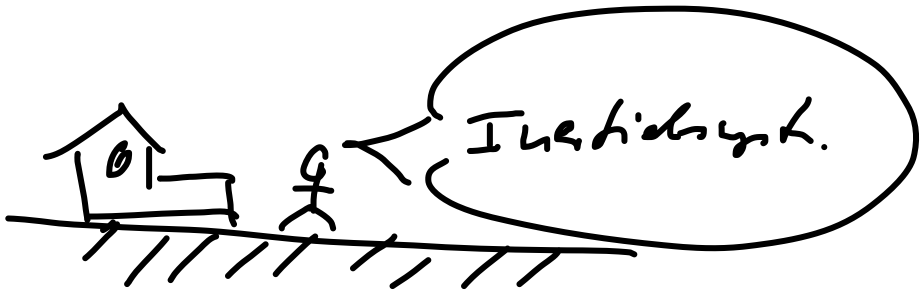
Vorlesung 2



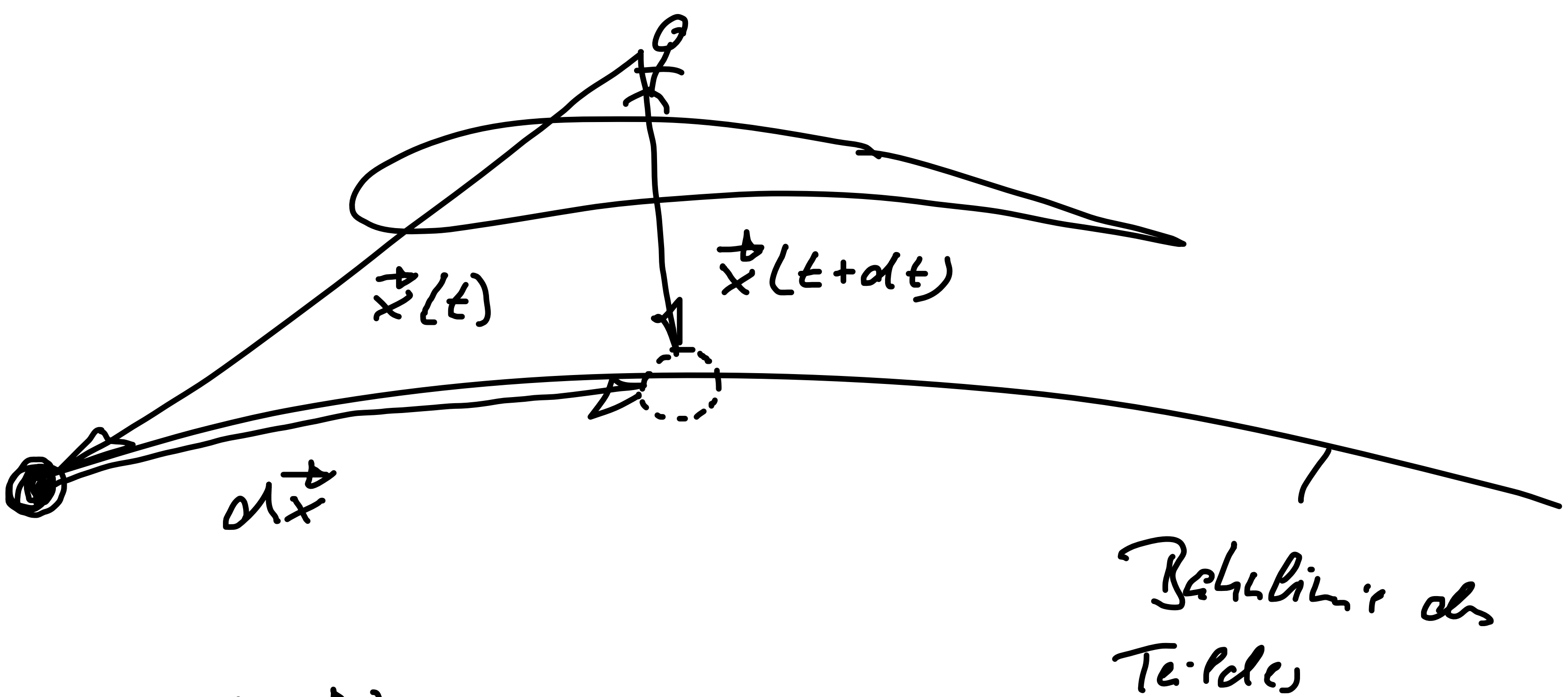


1. Ungestörte Flüssigkeitsteilchen der Anströmung.
2. Dichteanstieg infolge der Verdichtung
3. Dichteabsenkung infolge Expansion in der Turbine.

$\frac{d\rho}{dt}$ materielle Änderung.



Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2



$$\rho(t,\vec{x})$$

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial t}dt + \frac{\partial \rho}{\partial x}dx + \frac{\partial \rho}{\partial y}dy + \frac{\partial \rho}{\partial z}dz \quad \Big| \ \frac{1}{dt}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

$$= \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u}_B \cdot \nabla \rho$$

$\vec{u}_B$ Beobachter Geschwindigkeit

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2

Spezialfall Beobachtergeschwindigkeit $\vec{u}_B =$ Bahngeschwindigkeit $\vec{u}$.

→ Änderung der Dichte längs der Bahn.

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{d\rho}{dt} \quad \text{für} \quad \vec{u}_B = \vec{u}.$$

$$\underbrace{\frac{D\rho}{Dt}}_{\text{materielle Änderung}} = \underbrace{\frac{\partial\rho}{\partial t}}_{\text{lokale Änderung}} + \underbrace{\vec{u}\cdot\nabla\rho}_{\text{konvektive Änderung}}$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2

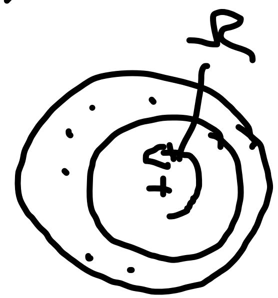
TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

$$\frac{Dm}{Dt}=0 \leadsto \frac{D\rho}{Dt}+\rho\,\nabla\cdot\vec{u}=0$$

Folge: Wenn die Dichte längs der Bahn konstant ist, dann folgt

$$\underline{\underline{\nabla\cdot\vec{u}=0}}. \leadsto$$



Gleitlager.

$$\frac{D\rho}{Dt}=\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{u}\cdot\nabla\rho$$

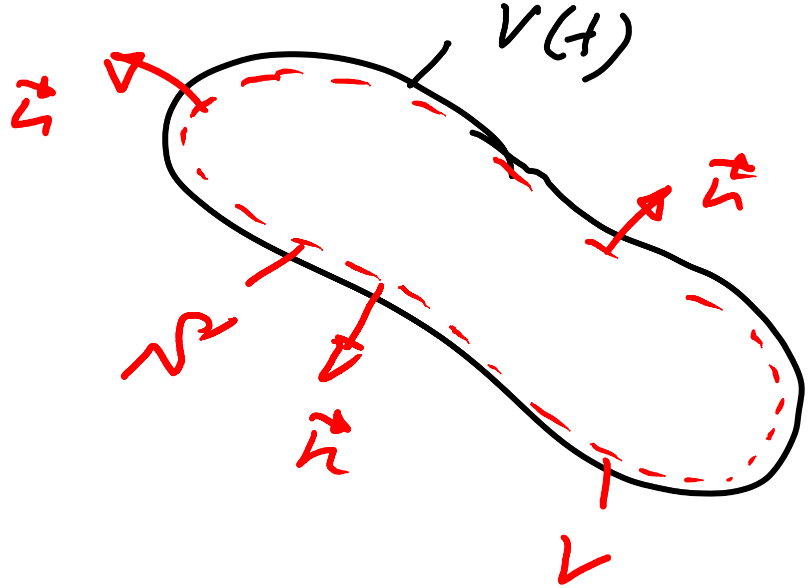
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\rho\,\nabla\cdot\vec{u}+\vec{u}\cdot\nabla\rho=0.$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\vec{u})=0.$$

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2

$$\frac{Dm}{Dt}=0$$

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)}\rho\,dV=0$$



$$\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}\,dV+\underbrace{\int_V \nabla\cdot(\rho\vec u)\,dV}_{\text{Satz von Gauß.}}=0$$

S geschlossene Oberfläche des zeitlich feststehenden Kontrollvolumen.

$$\underbrace{\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}\,dV}_{\text{Lokale Änderung}}+\underbrace{\int_S \rho\,\vec u\cdot\vec n\,dS}_{\text{Konvektive Änderung.}}=0.$$

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2

Zusammenfassung.

$$\frac{D}{Dt}\int_{V(t)} \rho \, dV = \overbrace{\int_{V} \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV}^{LÄ} + \overbrace{\int_{S} \rho\, \vec{u}\cdot\vec{n}\, dS}^{KÄ}$$

integrale Form der Kontinuität.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\, \nabla\cdot\vec{u} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u}\cdot\nabla\rho$$

differentielle Form der Kontinuität.

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

FLUID SYSTEM TECHNIK

Prof. Dr. Ing. Peter Pelz
Wintersemester 2010/11
Technische Fluidsysteme
Vorlesung 2