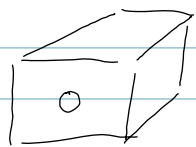


## 2. Quantenmechanik

### 2.1 Experimente Grundlagen

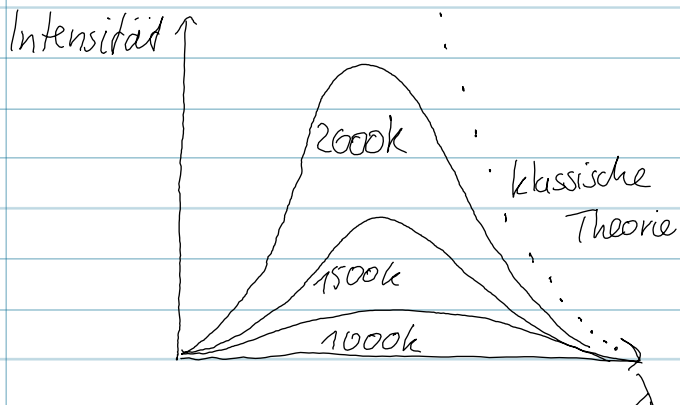
#### a) Wärmestrahlung



Hohlraum  
isoliert

Strahlung hängt nur von  $T$  ab

„Schwarzer Strahler“



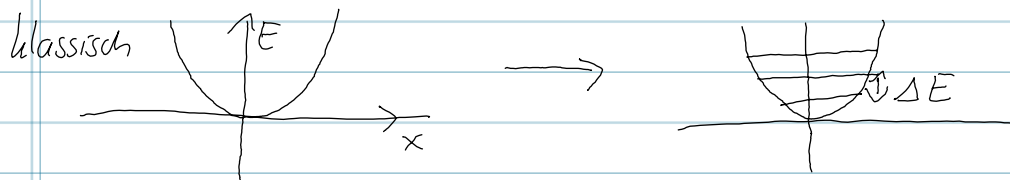
Intensität  $\propto$  Energiedichte  $s(\nu)$

klassische Theorie  $s(\nu) d\nu = \boxed{\frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT d\nu}$  Rayleigh-Jeans

→ UV-Katastrophe

→ stimmt für hohe Frequenzen nicht mit Experiment überein

Planck 1900 Oszillatoren besitzen Energiezustände, die gequantelt sind



Einstein 1905

Strahlung besteht aus Lichtquanten (Photonen)

$$\Delta E = h \cdot \nu$$

Energie  $\propto$  Frequenz

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{Plancksches Wirkungsqn.}$$

↳ Plancksches Strahlungsgesetz

$$S(\nu) d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

↑  
Spektrale Energiedichte

$$\text{Grenzfall } \frac{h\nu}{kT} \rightarrow 0: e^{-\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 - \frac{h\nu}{kT} + \dots$$

$$\lim_{\frac{h\nu}{kT} \rightarrow 0} S(\nu) d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{\frac{h\nu}{kT}} d\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT d\nu \stackrel{!}{=} \text{R-J.}$$

Wiensche Verschiebungsgesetz

$$\nu_{\text{max}} \propto T$$

$$\nu_{\text{max}} = \frac{2,82 k}{h} \cdot T$$

Stefan-Boltzmannsche Gesetz

$$\text{Gesamtstrahlung } S = \sigma \cdot T^4$$

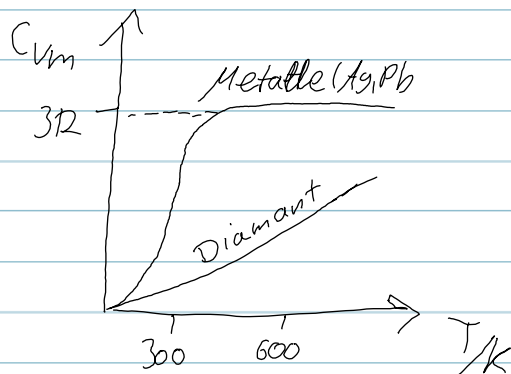
b) Molwärme einatomiger Festkörper

klassische Theorie: Dulong-Petit

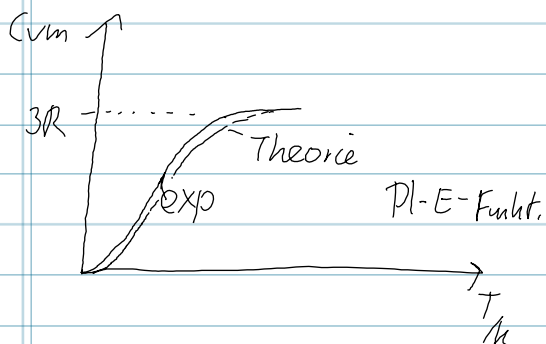
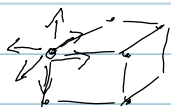
$$U_m = 3k T \cdot N_A = 3RT$$

$$C_{vm} = \left( \frac{\partial U_m}{\partial T} \right)_v = 3R \approx 25 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$





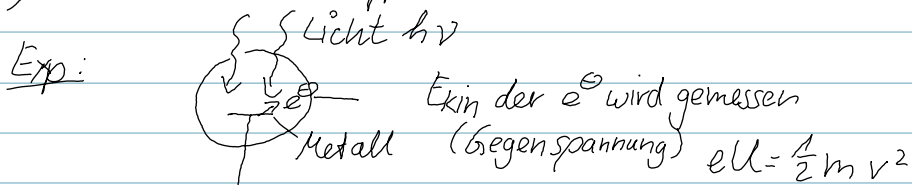
Einstein Theorie: Schwingungen der Atome sind gequantelt  
(Schwingungsfrequenz  $\nu$ )



$$C_{vm} = 3R \left( \frac{h\nu}{kT} \right)^2 \frac{e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{(e^{-\frac{h\nu}{kT}} - 1)^2} \quad \text{P-E}$$

$$\lim_{\frac{h\nu}{kT} \rightarrow 0} C_{vm} = 3R \left( \frac{h\nu}{kT} \right)^2 \frac{1}{\left( \frac{h\nu}{kT} \right)^2} = 3R \rightarrow \text{D.P.}$$

c) Lichtelektrische Effekt (Photoeffekt)



Ergebnisse

- 1) Mindestfrequenz  $\nu_0$  für  $e^-$ -Austritt
- 2)  $\nu > \nu_0$  :  $E_{kin} \propto \nu$
- 3)  $\nu > \nu_0$  Zahl der Elektronen durch Intensität des Lichtes

Einstein 1905

Theorie: Strahlung besteht aus Lichtquanten mit Energie  $h \cdot \nu = E$

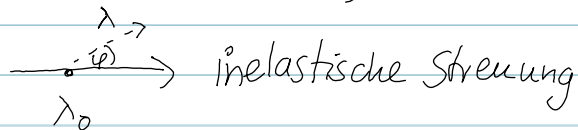
Austrittskraft  $\Phi = h \nu_0$   

$$h \nu = \frac{1}{2} m v^2 + \Phi$$

↳ Planck Wirkungsqu.

d) Compton-Effekt 1923

Exp: Röntgenstrahlung auf Festkörper



Theorie: Teilchenbild

Stoß eines Röntgenquants mit  $E = h \nu_0$

Impuls  $p = \frac{h \nu_0}{c}$  mit freiem  $e^-$

Impuls:  $E = h \nu_0$  }  $mc^2 = p = \frac{h \nu_0}{c}$   
 $E = mc^2$   
 $\frac{h \nu}{c} = \frac{h \nu_0}{c} + m \cdot v$   
 $\frac{h \nu_0}{c} \dots$   
 $\nu \approx \nu_0$

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2} m v / \frac{h \nu_0}{c}$$

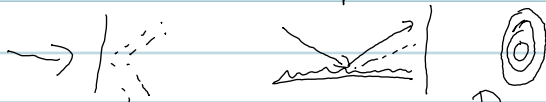
$$\frac{1}{2} m v = \frac{h \nu_0}{c} \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{(m v)^2}{m} = \frac{4 h^2 \nu_0^2}{2 m c^2} \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right) = h \nu_0 - h \nu$$

↳ 
$$\Delta \lambda = \frac{2 h}{m c} \sin^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right)$$
 gilt allgemein (nicht nur für  $\nu \approx \nu_0$ )

e) Wellenlänge von Materieteilchen

Exp:  $e^-$  treffen auf dünne Metallfolie oder Gitter  $\rightarrow$  Beugungsmuster



Dawson Gaver 1925

analog: Neutronenbeugung  
Röntgen "

Theorie: de Broglie 1924

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

↑ Teilchengeschw.

makroskopisch Teilchenstrahlen besitzen Wellenlänge

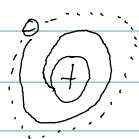
EM Strahlung  $\rightarrow$  Teilcheneigenschaften

$e^-$ ; andere Teilchen  $\rightarrow$  Welleneigenschaften

} Welle-Teilchen-  
Dualismus

## 2.2 Bohrsches Modell

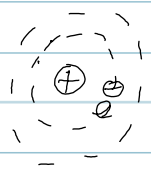
Rutherford (1911)



beschleunigte Ladung  $e^-$  strahlt & stürzt in Kern

- 1) kontinuierliche Strahlung
  - 2) Atom n. stabil
- } nicht beobachtet

Bohr (1913)



- 1) Atom besitzt stabile diskrete Energiezustände auf denen es nicht strahlt

Übergänge:  $\Delta E = E_n - E_{n-1} = h \nu$

2) Für erlaubte Bahnen gilt  $L = n \hbar = n \frac{h}{2\pi}$   $n = 1, 2, 3, \dots$

↑  
Drehimpuls  $L = m v r$

$e^-$  als stehende Welle



$$u = 2\pi r = n \cdot \lambda = n \cdot \frac{h}{m \cdot v}$$

$$\hookrightarrow L = m \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$